перші $(n-1)$-а координати векторів $\left\{\vec{\xi}_j \in E^n : j=\overline{1,n-1}\right.$. Останню координату ξ_{jn} цих векторів можна знайти з умови $<\vec{\xi}_j,\vec{e}>=0$, з якої отримуємо

$$\xi_{jn}=0 \ \left(j=\overline{1,n-2}\right), \quad \xi_{n-2,n}=-\sqrt{(n-2)/n}, \ \xi_{n-1,n}=-1/\sqrt{n}. \quad (12)$$

На четвертому етапі знаходимо розв'язок оптимізаційної задачі (4)-(6) з використанням системи векторів $\left\{\vec{\xi}_j \in E^n : j=\overline{1,n-1}\right.$. Розв'язком цієї задачі буде така матриця інциденцій X функції споживання, яка забезпечує мінімум функціонала (1) при заданому рівні споживання k і яка має стабілізаційні властивості.

При обгрунтуванні запропонованого методу розв'язування задачі (1)-(3) суттєво використовувалась властивість довільності ортонормованої бази векторів $\vec{e}_i$ та матриці A із співвідношення (7). Тобто і система векторів $\vec{e}_i$, і матриця A є одними із можливих. Питання вибору їх із множини допустимих за деякими критеріями, а також вплив такого вибору на ефективність обчислювального процесу ще вимагає додаткового дослідження.

1. Твердохліб І. Математичний аналіз моделі пріоритетного споживання.//В кн.: Економетричні методи і моделі в економіці: теорія і практика./Зб. матер. першої Всеукраїнської економетричної конференції, 2-4 лютого 1998р./ Ч. 4. – Львів, 1998, С.62-65. 2. A.S. Deaton and J. Muellbauer. An Almost Ideal Demand System.//Amer. Econ. Rev. June 1980, Vol. 70. P. 312-326.

УДК 519.68

М.І. Філяк, Г.Г. Цегелик

ЕФЕКТИВНІСТЬ МЕТОДІВ ПОСЛІДОВНОГО ПЕРЕГЛЯДУ І БЛОЧНОГО ПОШУКУ ДЛЯ РІЗНИХ ЗАКОНІВ РОЗПОДІЛУ ЙМОВІРНОСТЕЙ ЗВЕРТАННЯ ДО ЗАПИСІВ

В роботі досліджується ефективність методів послідовного перегляду і блочного пошуку записів в послідовних файлах для різних законів розподілу ймовірностей звертання до записів: рівномірного і "бінарного", закону Зіпфа, розподілу, який наближено задовольняє правилу "80-20" та ін. За критерій ефективності приймається математичне сподівання числа порівнянь, необхідних для пошуку запису в файлі. Деякі часткові результати таких досліджень наведені в [1,2].

Розглянемо послідовний файл, який містить N записів. Нехай p_i - ймовірність звертання до i-го запису файла, E - математичне сподівання числа порівнянь, необхідних для пошуку запису в файлі.

1. Метод послідовного перегляду. Для цього методу

$$E = \sum_{i=1}^{N} i p_i .$$

У випадку рівномірного розподілу ймовірностей звертання до записів $E = \frac{1}{2}(N+1)$.

Якщо ймовірності звертання до записів розподілені за "бінарним" законом [3], то

$$E = \sum_{i=1}^{N} \frac{i}{2^i} + \frac{N}{2^N} .$$

Методом математичної індукції можна довести, що

$$E_m = \frac{1}{2} E_{m-1} + 1 \quad (m = 3, 4, ...),$$

де

$$E_m = \sum_{i=1}^{m-1} \frac{i}{2^i} + \frac{m}{2^{m-1}} .$$

Використовуючи цю рекурентну формулу, легко встановити, що $E = 2 - \frac{2}{2^N}$.

Припустимо, що ймовірності звертання до записів задовольняють закон Зіпфа [3]. Тоді для E одержуємо такий вираз:

$$E = \frac{N}{C + \ln N + \gamma_N},$$

де $C = 0{,}577...$ - ейлерова стала, γ_N - деяка нескінченно мала величина.

Якщо ймовірності звертання до записів задовольняють узагальнений закон розподілу [3], то $E = H_N^{(c-1)} / H_N^c$, де $0 < c < 1$,

$$H_N^{(S)} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{i^S} .$$

Використовуючи апроксимації [3]

$$H_n^{(c)} = \frac{1}{1-c} n^{1-c} - C^{(c)} + \gamma_n^{(c)},$$

$$H_n^{(c-1)} = \frac{1}{2-c} n^{2-c} + \alpha^{(c)}(n),$$

де $C^{(c)}$ - деякі постійні, $\gamma_n^{(c)}$ - деякі нескінченно малі величини, $\alpha^{(c)}(n)$ - повільно зростаюча функція (для обчислення якої складені таблиці), одержуємо

$$E = \frac{\frac{1}{2-c} N^{2-c} + \alpha^{(c)}(N)}{\frac{1}{1-c} N^{1-c} - C^{(c)} + \gamma_N^{(c)}}.$$

2. Метод блочного пошуку. Для цього методу

$$E = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} (i+j) p_{(i-1)m+j},$$

де n - число блоків, на які розбитий файл, m - розмір блоків.

Якщо розподіл ймовірностей звертання до записів є рівномірним, то

$$E = \frac{1}{2}\left(n + \frac{N}{n}\right) + 1.$$

Функція E досягає мінімуму $\sqrt{N}+1$ при $n = m = \sqrt{N}$.

Нехай ймовірності звертання до записів задовольняють "бінарний" розподіл. Тоді аналогічно як в [3] з точністю до нескінченно малої величини одержуємо

$$E = \frac{2^m}{2^m - 1}\left(3 - \frac{m+2}{2^m}\right).$$

Для знаходження значення параметра m, при якому функція E досягає мінімуму, дістаємо рівняння

$$2^m((m-1)\ln 2 - 1) + 1 = 0.$$

Припустимо, що ймовірності звертання до записів задовольняють закон Зіпфа. Тоді аналогічно як в [3] з достатньо високою точністю для E маємо вираз

$$E = \frac{1}{H_N}\left(N + H_N - \left(\frac{N}{n} - 1\right)\left(n - \frac{1}{2}\ln n - C_1\right)\right),$$

де $C_1 = \frac{1}{2}\ln 2\pi$, $H_N = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{i}$. Функція E досягає мінімуму при $n = n_0$, де n_0 - додатний корінь рівняння

$$2n^2 - n = N\left(\ln n + 2C_1 - 1\right).$$

Якщо ймовірності звертання до записів задовольняють узагальнений закон розподілу, то аналогічно як в [3] з достатньо високою точністю

$$E = \frac{1}{H_N^{(c)}}\left(H_N^{(c-1)} + H_N^{(c)} + \left(\frac{N}{n} - 1\right)\frac{N^{1-c}}{1-c}\left(\frac{c-1}{2-c}n + \frac{\alpha^{(c)}(n)}{n^{1-c}}\right)\right).$$

Для наближеного обчислення значення параметра n, при якому E досягає мінімуму, одержуємо рівняння

$$n^{3-c} + \frac{2-c}{1-c}\left((N-n)\left(\alpha^{(c)}(n+1) - \alpha^{(c)}(n)\right) + (1-c)\,\alpha^{(c)}(n)\right)n =$$

$$= \frac{(2-c)^2}{1-c}N\alpha^{(c)}(n).$$

1. Кнут Д. Искусство программирования для ЭВМ. Т. 3. Сортировка и поиск. - М.: Мир, 1978. - 844 с. 2. Мартин Дж. Организация баз данных в вычислительных системах. -М.: Мир. 1980. - 644 с. 3. Цегелик Г.Г. Системы распределенных баз данных. - Львов: Світ, 1990. - 168 с.

УДК 519.62

Р.С. Хапко

ПРО МЕТОДИ РОТЕ ТА ІНТЕГРАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ДЛЯ ЧИСЕЛЬНОГО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ДРУГОЇ ПОЧАТКОВО–КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ ДЛЯ ТЕЛЕГРАФНОГО РІВНЯННЯ

Наближене розв'язування початково-крайових задач для телеграфного рівняння має важливе значення для прикладних наук і технологій. Серед різних способів чисельного розв'язування таких задач відповідне місце посідає підхід, що грунтується на частковій дискретизації вихідної задачі методом Роте по часу і подальшому використанні *граничних* інтегральних рівнянь (див., наприклад, [2, 3, 5]). Ми розглядаємо застосування цього методу для чисельного розв'язування другої зовнішньої початково–крайової задачі для телеграфного рівняння. Подібні задачі виникають, наприклад, при