1. Ладыженская О.А. Смешанная задача для гиперболического уравнения. М.: Издательство технико–теоритической литературы, 1953. 2. Пасічник Р.М., Хапко Р.С. Поєднання методів сіток та інтегральних рівнянь при розв'язуванні задач типу Діріхле для хвильового рівняння //Вісн. Львів. ун–ту. Сер. мех.–мат. 1995. Вип. 41. С. 94–98. 3 Хапко Р.С., Чубей О.В. Численное решение краевых задач для телеграфного уравнения методом гиперплоскостей и интегральных уравнений. Львов. ун–т, Львов, 1991.– 8 с. Деп. в УкрНИИНТИ 04.06.91. № 815–Ук. 4. Chapko R., Kress R. On a quadrature method for a logarithmic integral equation of the first kind //In: R.P.Agarwal, Ed., Contributions in Numerical Mathematics (World Scientific, Singapore, 1993). P. 127–140. 5. Chapko R., Kress R. Rothe's method for heat equation and boundary integral equations //J. Integ. Equat. and Appl. 9. 1997. P. 47–69. 6. Kress R. On the numerical solution of a hypersingular integral equation in scattering theory //J. Comput. Appl. Math. 61. 1995. P. 345–360.

УДК 517.51

Г.Г. Цегелик, Н.В. Федчишин

АПАРАТ НЕКЛАСИЧНИХ МАЖОРАНТ І ДІАГРАМ НЬЮТОНА ФУНКЦІЙ ДВОХ ДІЙСНИХ ЗМІННИХ, ЗАДАНИХ ТАБЛИЧНО

Теорія некласичних мажорант і діаграм Ньютона бере свій початок з праць [1,2], в яких вперше введено поняття некласичної мажоранти і діаграми Ньютона нескінченної числової послідовності, встановлені необхідні і достатні умови існування діаграми Ньютона, вивчені властивості мажоранти Ньютона. Як застосування запропоновано підхід до побудови класу наближених методів пошуку інформації в файлах баз даних. В [3,4] побудований апарат некласичних мажорант і діаграм Ньютона функцій дійсної змінної, заданих на проміжку і заданих таблично. В [5] апарат некласичних мажорант і діаграм Ньютона використаний для побудови нової квадратурної формули. В даній роботі розглядається побудова апарату некласичних мажорант і діаграм Ньютона функцій двох дійсних змінних, заданих таблично.

Розглянемо функцію двох дійсних змінних $z = f(x,y)$, яка задана своїми значеннями в деяких точках (x_i, y_j) $(i = 1,2,\ldots,n;\ j = 1,2,\ldots,m)$:

$$f(x_i, y_j) = z_{ij} \quad (i = 1,2,\ldots,n;\ j = 1,2,\ldots,m).$$

Нехай

$$|z_{ij}| = a_{ij} \le M \quad (i = 1,2,\ldots,n;\ j = 1,2,\ldots,m),$$

де M – деяка константа.

Точку $P_{ij}(x_i, y_j, -\ln a_{ij})$ в системі координат xyz назвемо точкою зображення значення функції $z = f(x,y)$ в точці (x_i, y_j). Припустимо, що точки зображення P_{ij} значень функції $z = f(x,y)$ в точках (x_i, y_j) в просторі xyz побудовані. Множину цих точок позначимо через S, а її опуклу оболонку - через $C(S)$. Нехай Q - проекція $C(S)$ на площину xy. Для кожної фіксованої точки $(x,y) \in Q$ визначимо точку $B(x, y, \chi(x,y))$, де

$$\chi(x,y) = \inf_{(x,y,z) \in C(S)} z .$$

Множина точок $B(x, y, \chi(x,y))$, де $(x,y) \in Q$, утворює опуклу поверхню δ_f, яка обмежує $C(S)$ знизу. Цю поверхню назвемо діаграмою Ньютона функції $z = f(x,y)$. Позначимо

$$M_f(x,y) = \exp(-\chi(x,y)), \quad (x,y) \in Q .$$

Тоді для кожної точки (x_i, y_j) $(i = 1,2,\ldots,n;\ j = 1,2,\ldots,m)$ виконується нерівність

$$|f(x_i, y_j)| = a_{ij} \le M_f(x_i, y_j).$$

Функцію $z = M_f(x,y)$, визначену на множині Q, назвемо мажорантою Ньютона функції $z = f(x,y)$ на множині Q.

Теорема 1. *Мажоранта Ньютона $M_f(x,y)$ функції $z = f(x,y)$ є неперервною і логарифмічно вгнутою функцією на множині Q.*

Теорема 2. *Справедлива рівність*

$$\max_{i,j} |f(x_i, y_j)| = \max_{(x,y) \in Q} M_f(x,y).$$

При цьому, якщо

$$\max_{i,j} |f(x_i, y_j)| = |f(x_k, y_l)|,$$

то

$$\max_{(x,y)\in Q} M_f(x,y) = M_f(x_k, y_l).$$

Нами вивчені властивості мажоранти і діаграми Ньютона, виведені співвідношення для знаходження значень $M_f(x,y)$ в точках (x_i, y_j) через значення a_{ij}, а також як застосування побудована нова кубатурна формула для наближеного обчислення визначених інтегралів.

1. Цегелик Г.Г. Мажоранты и диаграммы Ньютона числовых последовательностей и их приложение к поиску информации в базах данных.-Киев. 1985, 12с.-(Препр./АН УССР, Ин-т кибернетики им.В.М.Глушкова; №85-49). 2. Цегелик Г.Г. Организация и поиск информации в базах данных. Львов: Вища шк., 1987. 176с. 3. Цегелик Г.Г. Мажоранты и диаграммы Ньютона функций действительной переменной, заданных в промежутке //Докл. АН УССР. Сер. А. 1987. №6. С. 18-19. 4. Цегелик Г.Г. Теория мажорант и диаграмм Ньютона функций, заданных таблично, и ее приложение //Укр. мат. журн. 1989. №9, Т.41. С. 1273-1276. 5. Цегелик Г.Г., Федчишин Н.В. Використання некласичного апарату мажорант і діаграм Ньютона функцій для побудови нової квадратурної формули //Вісн. Львів. ун-ту. Сер.мех.-мат. Вип.41. 1995. С.108-111.

УДК 519.6

С.М. Шахно, П.М. Недашковський

ПРОГРАМНА РЕАЛІЗАЦІЯ МЕТОДІВ РОЗВ`ЯЗУВАННЯ НЕЛІНІЙНИХ ЗАДАЧ ПРО НАЙМЕНШІ КВАДРАТИ

Нелінійні задачі про найменші квадрати виникають у багатьох практичних застосуваннях: при оцінюванні параметрів фізичних процесів за результатами вимірювань, у керуванні різними об`єктами та процесами, при оцінюванні параметрів і перевірці гіпотез у математичній статистиці тощо.

Чисельному розв`язанню нелінійної задачі про найменші квадрати присвячено багато наукових праць. Відзначимо тут монографії [1,2]. Як основні і найбільш ефективні розглядаються методи Гауса-Ньютона та метод Левенберга-Маркварта. На базі цих