УДК 519.6

Н.М. Щербина, О.В. Максимук

КОНТАКТНА МІЦНІСТЬ З'ЄДНАННЯ КОМПОЗИТНОЇ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ З ЖОРСТКИМ БАНДАЖЕМ

При експлуатації нафто-газове обладнання перебуває в складних умовах контактного навантаження. Тому є актуальною проблема підвищення контактної міцності конструктивного з'єднання. На практиці таке з'єднання – композитна циліндрична оболонка, яка на певній частині довжини затиснена жорсткою обоймою (бандажем). Оболонка виготовлена з армованого полімерного матеріалу з сталим по товщині кутом армування φ. Проблема полягає у визначенні контактного тиску між бандажем і композитною оболонкою, котрий є основною характеристикою для оцінки міцності з'єднання.

Математична модель даної задачі побудована на основі рівнянь узагальненої теорії оболонок типу Тимошенка [4], які враховують специфічні особливості механічної поведінки елементів конструкцій із композитних матеріалів (КМ), зокрема, відносно низьку жорсткість на зсув, анізотропію фізико-механічних властивостей. Відзначимо, що ця модель враховує також зміну жорсткісних характеристик матеріалу, зумовлену різним кутом армування.

У випадку осесиметричного напружено-деформованого стану оболонки (за умови відсутності тангенціальних складових зовнішнього навантаження) рівняння рівноваги мають вигляд

$$\frac{dN_1}{dx}=0, \quad \frac{dM_1}{dx}-Q_1=0, \quad \frac{dQ_1}{dx}-\frac{1}{R}N_2=-\sigma(x) \qquad (1)$$

де

$$\sigma(x)=\begin{cases} q(x), & 0\le x\le a, \\ 0, & a<x\le l, \end{cases} \qquad (2)$$

$q(x)$ – шуканий контактний тиск.

Співвідношення пружності, враховуючи спрямовано орієнтоване армування для даної задачі можна записати у такому вигляді:

$$N_1 = 2h\left(\Omega_{11}\frac{du}{dx} + \Omega_{12}\frac{w}{R}\right), \quad N_2 = 2h\left(\Omega_{12}\frac{du}{dx} + \Omega_{22}\frac{w}{R}\right),$$

$$Q_1 = \frac{5h}{3}\Omega_{55}\left(\gamma + \frac{dw}{dx}\right), \quad M_1 = \frac{2h^3}{3}\Omega_{11}\frac{d\gamma}{dx}, \qquad (3)$$

де $2h$, l, R – відповідно товщина, довжина і радіус серединної поверхні оболонки. У формулах (1)-(3) вживаються загальноприйняті позначення. Вирази для величин $\Omega_{11}, \Omega_{12}, \Omega_{22}, \Omega_{55}$ наведені в [4].

В умовах заданого навантаження припускається, що $N_1 = 0$. Лівий край оболонки (при $x = 0$) разом з обоймою жорстко защемлений, а правий край (при $x = l$) – вільний.

Приймається, що в області контакту $0 \le x \le a$ значення обтиснення ε оболонки жорсткою обоймою є відоме. Це дозволяє записати умову контактної взаємодії у вигляді [2]

$$\varpi = -\varepsilon - kq(x). \qquad (4)$$

Коефіцієнт k враховує обтиснення нормалі до серединної поверхні оболонки [2].

Розв'язкова система рівнянь, отримана при підстановці (2) в (1), у матричній формі зображається так:

$$\frac{d}{dx}z(x) = Az(x) + F(x), \qquad (5)$$

де $z(x) = (z_1, z_2, z_3, z_4)^T = \left(\omega, \gamma, \frac{d\varpi}{dx}, \frac{d\gamma}{dx}\right)^T$ – вектор невідомих, $F(x) = (0,0,-q(x),0)^T$.

Елементи матриці A системи (5) легко визначаються через геометричні параметри оболонки та пружні характеристики матеріалу, що залежать від кута армування φ.

Загальний розв'язок системи (5) з заданими крайовими умовами будується за допомогою чисельного методу, який виявився ефективним при розв'язуванні багатьох контактних задач [3,5]. Цей метод дозволяє відразу записати наближений розв'язок задачі в аналітичній формі.

Наприклад, прогин оболонки за даним методом визначається так

$$\varpi(x) = z_1(x) = \sum_{k=1}^{4} c_k g_{1k}(x) - \int_0^x g_{13}(x-\tau)q(\tau)d\tau, \qquad (6)$$

де

$$g_{ii}(x) = 1 + \sum_{k=1}^{m} a_{ii}^{(k)} x^k / k!,$$

$$g_{ij}(x) = \sum_{k=1}^{m} a_{ij}^{(k)} x^k / k!, \quad (i \neq j; i, j = 1,2,3,4).$$

Тут m – параметр методу, вибір якого залежить від конкретної задачі [5], $a_{ij}^{(k)}$ – (i, j)-й елемент матриці A^k. Сталі c_k знаходяться з граничних умов.

Підставляючи (6) в (5), одержуємо інтегральне рівняння контактної задачі для визначення контактного тиску $q(x)$. Отримане рівняння зводиться до лінійного неоднорідного рівняння Фредгольма II роду з розривним ядром. Його розв'язок будується чисельно.

Проведений аналіз отриманих числових результатів дозволяє зробити деякі висновки щодо впливу зміни фізико-механічних властивостей матеріалу оболонки на величину та розподіл контактного тиску, а також на контактну міцність з'єднання, що характеризується силою T. Розрахунок останньої здійснюється за формулою

$$T = \frac{20}{3}\pi RhfG'Q,$$

де $Q = \int_0^a q(x)dx$ – безрозмірна величина, f – емпіричний коефіцієнт (характеризує конструктивні особливості з'єднання), G' – модуль зсуву КМ.

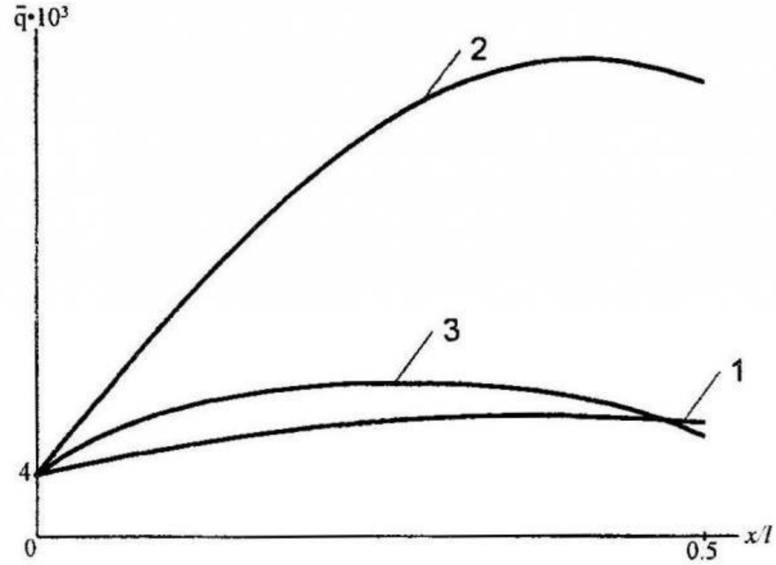
Показано, що при збільшенні величини структурних параметрів матеріалу: $\xi = E_a / E_c$, (E_a, E_c – модулі пружності армованих волокон і сполучника) та $\eta = V_a / V$ – коефіцієнт армування (V_a – об'єм армованих волокон в об'ємі композита) спостерігається підвищення контактної міцності з'єднання.

Рисунок ілюструє розподіл контактного тиску в області контакту залежно від зміни жорсткісних характеристик матеріалу, спричиненої різним кутом армування. Криві 1,2,3 відповідають значенням $\varphi = 0,\ \pi/3,\ 5\pi/12$ відповідно. Розрахунок здійснювався для оболонки з такими геометричними параметрами та пружними сталими матеріалу [1]:

$l/R = 2$, $h/R = 1$, $\varepsilon/l = 0.005$, $a/l = 0.5$;

$E_1 = 4.4 \cdot 10^4\, МПа$, $E_2 = 1.3 \cdot 10^4\, МПа$, $G_{13} = 0.37 \cdot 10^4\, МПа$,

$\nu_{12} = \nu_{21} = 0.18$.



1. Жигун И.Г., Поляков В.А. Свойства пространственно армированных пластиков. Рига: Зинатне, 1978. – 216 с. 2. Пелех Б.Л., Максимук А.В., Коровайчук И.М. Контактные задачи для слоистых элементов конструкций и тел с покрытиями. К.: Наук. думка, 1988. –280 с. 3. Пелех Б.Л., Максимук А.В., Щербина Н. Н. Контактная жесткость слоистых цилиндрических оболочек. Матричный метод решения контактных задач для многослойных цилиндрических оболочек// Механика композит. Материалов. 1986. №2. С.276-280. 4. Пелех Б.Л., Сухорольский М.А. Контактные задачи теории упругих анизотропных оболочек. К.: Наук. думка, 1980. –216 с. 5. Щербина Н.М. Методи розв'язування контактних задач для пружних анізотропних шаруватих циліндричних оболонок. – Препр. НАН України, Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С.Підстригача, № 7 – 94, 1994. – 56 с.

УДК 51(092)

Г.М. Возняк, А.І. Кардаш

ОБІРВАНИЙ ШЛЯХ

„Уся його сила волі, неймовірна працездатність, темперамент пішли на одне діло, що заповнювало його цілком – на наукову творчість – так сказав корифей української математики, академік Михайло Кравчук про великого сина Швейцарії –Леонарда Ейлера, що своїм внеском у точні й природничі науки сприяв значному