ВІСНИК ЛЬВІВ. УН-ТУ
Серія мех.-мат. 1999. Вип. 54. С. 42–47

VISNYK LVIV UNIV.
Ser. Mech-Math. 1999. Vol. 54. P. 42–47

УДК 512.553

Омелян Горбачук, Юрій Матурін

РОЗЩЕПЛЕННЯ НАПЕРЕДРАДИКАЛІВ

Розглядаються асоціативні кільця з одиницею, модулі вважаються лівими унітарними. З фактами теорії скрутів можна ознайомитись у [5], [6], [4].

Говоритимемо, що в категорії ${}_R\mathcal{M}$ визначено напередрадикал r, якщо кожному модулю $M \in {}_R\mathcal{M}$ поставлено у відповідність його підмодуль $r(M)$ так, що для довільного R-гомоморфізму $f: M \longrightarrow N$ має місце співвідношення $f(r(M)) \subset r(N)$.

Напередрадикал r називається радикалом, якщо $r(M/r(M)) = 0$ для всякого $M \in {}_R\mathcal{M}$.

Напередрадикал r називається ідемпотентним, якщо $r(r(M)) = r(M)$ для всякого $M \in {}_R\mathcal{M}$.

Напередрадикал r називається напередскрутом, якщо $r(N) = N \cap r(M)$ для всякого $M \in {}_R\mathcal{M}$ і $N \subset M$.

Напередскрут називається скрутом, якщо він є радикалом.

Напередскрут пов'язаний з системою $\mathcal{F}$ лівих ідеалів кільця Λ, які мають такі властивості:

$G1. A \in \mathcal{F}, A \subset B \subset \Lambda \Longrightarrow B \in \mathcal{F}$;

$G2. A, B \in \mathcal{F} \Longrightarrow A \cap B \in \mathcal{F}$;

$G3. A \in \mathcal{F}, x \in \Lambda \Longrightarrow (A : x) = \{y \in \Lambda | yx \in A\} \in \mathcal{F}$.

У випадку скруту додатково має місце властивість

$G4. A \subset B, B \in \mathcal{F}$ і для всякого $x \in B$ $(A : x) \in \mathcal{F} \Longrightarrow A \in \mathcal{F}$.

Наведемо добре відому теорему Габріеля (див. [5], [6]).

Теорема. *Для всякого скруту (напередскруту) r система $\mathcal{E}$ лівих ідеалів кільця Λ, фактор-модулі за якими r-періодичні, має властивості $G1-G4$ $(G1-G3)$. Навпаки, для кожної системи $\mathcal{E}$ лівих ідеалів кільця Λ, яка має властивості $G1-G4$ $(G1-G3)$, існує один і тільки один скрут (напередскрут) r, при якому $I \in \mathcal{E}$ рівносильно $r(\Lambda/I) = \Lambda/I$. При цьому $r(A) = \{a | a \in A, (0 : a) \in \mathcal{E}\}$, де $(0 : a) = \{\lambda | \lambda \in \Lambda, \lambda a = 0\}$.*

Ядром напередскруту r називається ідеал $K_r = \cap_{B \in \mathcal{E}_r} B$, де $\mathcal{E}_r$ – відповідний напередрадикальний фільтр.

Напередрадикал r називається тривіальним, якщо виконується одна з таких умов:

1. $r(M) = M$ для всякого $M \in {}_R\mathcal{M}$.
2. $r(M) = 0$ для всякого $M \in {}_R\mathcal{M}$.

Напередрадикал r розщеплюється, якщо $r(M)$ виділяється прямим доданком в M для всякого $M \in {}_R\mathcal{M}$. Очевидно, що тривіальний напередрадикал розщеплюється.

Скрут (напередскрут) називається ядерним (без'ядерним), якщо його ядро відмінне від 0 (дорівнює 0). Цей термін було введено проф. Л.А.Скорняковим.

Напередскрут r називається джансовим, якщо $K_r \in \mathcal{E}_r$. В праці [1] було доведено таке.

Твердження. *Всякий ядерний нетривіальний напередскрут над кільцем без дільників нуля не розщеплюється.*

Кільце Λ називається нерозкладним, якщо воно не містить жодного центрального ідемпотента, який відмінний від 0 і 1.

Кільце Λ називається лівим дуо-кільцем, якщо кожний лівий ідеал у ньому є ідеалом.

Теорема 1. *Якщо в категорії ${}_{\Lambda}\mathcal{M}$ над нерозкладним лівим дуо-кільцем Λ всі джансові напередскрути розщеплюються, то Λ – тіло.*

Доведення. Нехай $u \in \Lambda \setminus \{0\}$, тоді $\mathcal{E}_u = \{I | I \supset \Lambda u\}$ – напередрадикальний фільтр. Нехай r_u – відповідний напередскрут. Λ – нерозкладне, r_u – розщеплюваний, оскільки він джансовий, тому $r_u(\Lambda) = 0$ або $r_u(\Lambda) = \Lambda$. $r_u(\Lambda) \neq \Lambda$, бо інакше б $1 \cdot u = 0$. Тому $r_u(\Lambda) = 0$. Тоді для довільного $\lambda \neq 0$ $\lambda u \neq 0$. Тому Λ – кільце без дільників нуля. Якщо $u \neq 0$, то r_u ядерний, бо інакше б $\Lambda u = 0$, що не є можливим. Тому (відповідно до твердження) r_u не розщеплюється, якщо він відмінний від тривіального. Звідси маємо, що r_u – тривіальний, оскільки розщеплюється. З того, що $r_u(\Lambda) = 0$, одержимо, що $r_u(\Lambda/\Lambda u) = 0$, враховуючи, що r_u – тривіальний. Тому з $\Lambda u \in \mathcal{E}_u$ маємо, що $\Lambda/\Lambda u = 0$. Таким чином, для кожного $u \neq 0$ маємо, що $\Lambda = \Lambda u$. А це свідчить, що Λ – тіло. Теорема доведена.

Нехай $\varphi : \Lambda_1 \longrightarrow \Lambda_2$ – накладання кілець, а r – напередскрут над Λ_1. У праці [2] було доведено, що система $\mathcal{E}$ лівих ідеалів кільця Λ_1, яка є напередрадикальним фільтром, індукує напередрадикальний фільтр $\varphi(\mathcal{E}) = \{\varphi(I) | I \in \mathcal{E}\}$ в кільці Λ_2. За теоремою Габріеля маємо відповідний до цього фільтру напередскрут $\varphi(r)$ у категорії лівих Λ_2-модулів. У праці [2] також було доведено, що з розщеплюваності напередскруту r випливає розщеплюваність $\varphi(r)$. Зрозуміло, що з джансовості напередскруту r випливає джансовість $\varphi(r)$.

Лема 1. *Нехай $\Lambda = \Lambda_1 \oplus \cdots \oplus \Lambda_n$ – пряма сума кілець. Всі джансові напередскрути над Λ розщеплюються тоді і тільки тоді, коли для довільного $i \in \{1, \ldots, n\}$ всі джансові напередскрути розщеплюються над Λ_i.*

Доведення. Нехай в категорії лівих Λ-модулів розщеплюються всі джансові напередскрути. Розглянемо джансовий напередскрут r_i над Λ_i, ядро якого – ідеал I_i кільця Λ_i. Очевидно, що I_i є ідеалом і кільця Λ.

Нехай r – джансовий напередскрут над Λ, ядро якого I_i. Розглянемо природне накладання кілець $\varphi_i : \Lambda \longrightarrow \Lambda_i$. Для напередскруту $\varphi_i(r)$ напередрадикальним фільтром буде система лівих ідеалів кільця Λ_i, яка має вигляд $\{\varphi_i(I) | I \in \mathcal{E}_r\}$, де $\mathcal{E}_r$ – напередрадикальний фільтр, який відповідає r. Але для довільного $I \in \mathcal{E}_r$ маємо, що $I_i \subset I$, тому $I_i = \varphi_i(I_i) \subset \varphi_i(I)$. Це свідчить про те, що напередрадикальні фільтри для r_i і $\varphi_i(r)$ збігаються. За теоремою Габріеля одержимо, що $r_i = \varphi_i(r)$. Але r – джансовий напередскрут, тому він розщеплюється. Тоді розщеплюється і $r_i = \varphi_i(r)$. Але напередскрут r_i над Λ_i, ядро якого належить відповідному фільтру, вибирався довільно, тому для кожного $i \in \{1, \ldots, n\}$ всі джансові напередскрути над Λ_i розщеплюються.

Нехай тепер для довільного $i \in \{1,\dots,n\}$ всі джансові напередскрути над Λ_i розщеплюються. Розглянемо тоді джансовий напередскрут r над Λ і всі природні накладання кілець $\varphi_i : \Lambda \longrightarrow \Lambda_i$, де $i \in \{1,\dots,n\}$. Тоді $\varphi_i(r)$ – джансові напередскрути, де $i \in \{1,\dots,n\}$. За умовою маємо, що $\varphi_i(r)$ – розщеплюється над Λ_i, де $i \in \{1,\dots,n\}$. За лемою 1 [3] (у зміненому формулюванні для випадку напередскрутів) маємо, що r – розщеплюється. Лема доведена.

Теорема 2. *Якщо Λ – ліве дуо-кільце, що є прямою сумою нерозкладних кілець, то умови I, II, III рівносильні, де*

I. Всі джансові напередскрути розщеплюються.

II. Λ – класично напівпросте кільце.

III. Λ – пряма сума тіл.

Доведення. ($I \Leftrightarrow III$) Це випливає з теореми 1 і леми 1. ($II \Leftrightarrow III$) Очевидно. Теорема доведена.

Наслідок 1. *Якщо над лівим дуо-кільцем Λ всі напередскрути розщеплюються, то воно є прямою сумою тіл.*

Доведення. Це випливає з теореми 2 і леми 3 [3] (див.також [7]).

Розглянемо тепер питання про розщеплюваність ідемпотентних радикалів у категорії модулів над прямою сумою кілець. Одержана тут теорема буде узагальненням леми 1 [3] на випадок ідемпотентних радикалів.

При доведенні результату будуть використовуватися властивості радикальних класів. Нагадаємо означення радикального класу.

Клас модулів називається радикальним, якщо він замкнений стосовно гомоморфних образів, прямих сум і розширень.

Між радикальними класами і ідемпотентними радикалами існує взаємно однозначна відповідність (див. [5]). Її задають зіставлення

$$r \mapsto \mathcal{R}(r) = \{M \in {}_\Lambda\mathcal{M} | r(M) = M\};$$

$$\mathcal{R} \mapsto r^{\mathcal{R}} : r^{\mathcal{R}}(M) = \sum_{\alpha} \{M_\alpha \subset M | M_\alpha \in \mathcal{R}\}.$$

Нехай маємо накладання кілець $\varphi : \Lambda_1 \longrightarrow \Lambda_2$. Кожний лівий модуль над Λ_2 може природно розглядатися як лівий модуль над Λ_1, а кожний Λ_2-гомоморфізм як Λ_1-гомоморфізм. Тоді можна говорити про функтор включення: $F : {}_{\Lambda_2}\mathcal{M} \to {}_{\Lambda_1}\mathcal{M}$.

Лема 2. *Якщо $\mathcal{R}_1$ – радикальний клас в ${}_{\Lambda_1}\mathcal{M}$, $\varphi : \Lambda_1 \longrightarrow \Lambda_2$ – накладання кілець, то $\mathcal{R}_2 = \{M \in {}_{\Lambda_2}\mathcal{M} | F(M) \in \mathcal{R}_1\}$ – радикальний клас в ${}_{\Lambda_1}\mathcal{M}$.*

Доведення.

1) Нехай $\alpha : A \to B$ – епіморфізм в ${}_{\Lambda_2}\mathcal{M}$, де $A \in \mathcal{R}_2$. Тоді за означенням функтора F маємо, що $F(\alpha) : F(A) \to F(B)$ – епіморфізм в ${}_{\Lambda_1}\mathcal{M}$, а $F(A) \in \mathcal{R}_1$, бо $A \in \mathcal{R}_2$. За означенням радикального класу маємо, що $F(B) \in \mathcal{R}_1$, тому $B \in \mathcal{R}_2$.

2) Нехай $\oplus_A M_\alpha$ – зовнішня пряма сума в ${}_{\Lambda_2}\mathcal{M}$, де $M_\alpha \in \mathcal{R}_\alpha (\alpha \in A)$. Очевидно, що $F(\oplus_A M_\alpha)$ і $\oplus_A F(M_\alpha)$ – ізоморфні в ${}_{\Lambda_1}\mathcal{M}$. Оскільки $F(M_\alpha) \in \mathcal{R}_1$, тоді $\oplus_A F(M_\alpha) \in \mathcal{R}_1$ за означенням радикального класу, тому $F(\oplus_A M_\alpha) \in \mathcal{R}_1$. Це означає, що $\oplus_A M_\alpha \in \mathcal{R}_2$.

3) Нехай $A/B \in \mathcal{R}_2$, $B \in \mathcal{R}_2$, де $A, B \in {}_{\Lambda_2}\mathcal{M}$. Очевидно, що $F(A/B)$ і $F(A)/F(B)$ ізоморфні в ${}_{\Lambda_1}\mathcal{M}$. Тому $F(A)/F(B) \in \mathcal{R}_1$, але $F(B) \in \mathcal{R}_1$. За означенням радикального класу одержимо, що $F(A) \in \mathcal{R}_1$. Тому $A \in \mathcal{R}_2$. Лема доведена.

Якщо $\varphi : \Lambda_1 \to \Lambda_2$ – накладання кілець, $\mathcal{R}$ – радикальний клас в ${}_{\Lambda_1}\mathcal{M}$, то $\{M \in {}_{\Lambda_2}\mathcal{M} | F(M) \in \mathcal{R}\}$ будемо позначати через $\varphi(\mathcal{R})$.

Якщо r – ідемпотентний радикал в ${}_{\Lambda_1}\mathcal{M}$, а $\mathcal{R}$ – відповідний радикальний клас, то через $\varphi(r)$ будемо позначати ідемпотентний радикал в ${}_{\Lambda_2}\mathcal{M}$, який відповідає радикальному класу $\varphi(\mathcal{R})$.

Лема 3. *Нехай $\varphi : \Lambda_1 \to \Lambda_2$ – накладання кілець. Якщо r – розщеплюваний ідемпотентний радикал в ${}_{\Lambda_1}\mathcal{M}$, то $\varphi(r)$ – розщеплюється і $r({}_{\Lambda_1}M) = \varphi(r)({}_{\Lambda_2}M)$ для кожного $M \in {}_{\Lambda_2}\mathcal{M}$.*

Доведення. Доведемо другу частину леми. Очевидно, що для довільного $N \subset M$ правильне твердження: ${}_{\Lambda_1}N \in \mathcal{R} \Leftrightarrow {}_{\Lambda_2}N \in \varphi(\mathcal{R})$, де $\mathcal{R}$ – радикальний клас, який відповідає r. Тому з означення $r^{\mathcal{R}}$ маємо, що $r({}_{\Lambda_1}M) = \varphi(r)({}_{\Lambda_2}M)$.

Якщо r – розщеплюється, то для кожного Λ_1-модуля M існує такий підмодуль $N \subset M$, що $M = r(M) \oplus N$. Нехай M – Λ_2-модуль, тоді

$${}_{\Lambda_1}M = r({}_{\Lambda_1}M) \oplus {}_{\Lambda_1}N, \text{ де } {}_{\Lambda_1}N \subset {}_{\Lambda_1}M.$$

Оскільки множення елементів з ${}_{\Lambda_1}M$ на елементи з Λ_1 збігається з множенням елементів з ${}_{\Lambda_2}M$ на відповідні φ-образи елементів з Λ_1, то $r({}_{\Lambda_1}M)$ і ${}_{\Lambda_1}N$ можна розглядати як Λ_2-модулі, але $r({}_{\Lambda_1}M) = \varphi(r)({}_{\Lambda_2}M)$, тому ${}_{\Lambda_2}M = \varphi(r)({}_{\Lambda_2}M) \oplus {}_{\Lambda_2}N$. Лема доведена.

Теорема 3. *Нехай $\Lambda = \Lambda_1 \oplus \cdots \oplus \Lambda_n$ – пряма сума кілець. Ідемпотентний радикал r в категорії ${}_{\Lambda}M$ розщеплюваний тоді і тільки тоді, коли розщеплювані всі проекції $r_i = \varphi_i(r)$. Якщо задано ідемпотентні радикали r_i в ${}_{\Lambda_i}\mathcal{M}$ $(i = 1, \ldots, n)$, то існує єдиний ідемпотентний радикал r такий, що r_i – його проекції.*

Доведення. За лемою 3 маємо, що в одну сторону імплікація доведена.

Нехай всі ідемпотентні радикали r_i розщеплюються і $M \in {}_{\Lambda}M$. Позначимо через $e_i = (0, \ldots, 1_i, \ldots, 0)$ – центральні ідемпотенти кільця Λ, де 1_i – одиниця кільця Λ_i. Приймемо $M_i = e_i M$. Оскільки e_i попарно ортогональні, то M_i – підмодулі модуля M і є розклад в пряму суму

$$M = M_1 \oplus \cdots \oplus M_n.$$

Модуль M_i $(i = 1, \ldots, n)$ можна природно розглядати як Λ_i-модуль. Оскільки ідемпотентні радикали r_i розщеплюються, то

$$M_i = r_i(M_i) \oplus K_i.$$

Враховуючи пропозицію 1.2 [5] і лему 3, одержимо

$$r({}_{\Lambda}M) = r({}_{\Lambda}M_1) \oplus \cdots \oplus r({}_{\Lambda}M_n) = r_1({}_{\Lambda_1}M_1) \oplus \cdots \oplus r_n({\Lambda_n}M_n).$$

Тому $M = r(M) \oplus (K_1 + \cdots + K_n)$. Доведемо останнє твердження теореми. Нехай r_i – ідемпотентні радикали в ${}_{\Lambda_i}M$, а $\mathcal{R}_i$ – відповідні радикальні класи. Приймемо

$$T = \{M \in {}_{\Lambda}\mathcal{M} | e_i M \in \mathcal{R}_i \text{ для всіх } i \in \{1, \ldots, n\}\}.$$

(M_i розглядаються як Λ_i-модулі). Покажемо, що T – радикальний клас в ${}_{\Lambda}\mathcal{M}$.

Нехай $\alpha : A \to B$ – епіморфізм в ${}_\Lambda\mathcal{M}$, де $A \in T$. Розглянемо
$\alpha_i : e_iA \to e_iB$, де $\alpha_i(e_ia) = \alpha(e_ia) \quad (a \in A)$.

Очевидно, що тоді α_i – епіморфізм в ${}_\Lambda\mathcal{M}$, бо $\alpha(e_iA) = e_i\alpha(A) = e_iB$, оскільки α – епіморфізм. Тоді α_i можна розглядати як Λ_i-епіморфізм, але $e_iA \in \mathcal{R}_i$, тому $e_iB \in \mathcal{R}_i$ за означенням радикального класу. Тому $B \in T$.

Нехай $N \subset M$ – модулі з ${}_\Lambda\mathcal{M}$ і $N \in T$, $M/N \in T$, тоді $e_iN \in \mathcal{R}_i$ і $(e_iM+N)/N \in \mathcal{R}_i$. Але за теоремою про ізоморфізм маємо, що $(e_iM + N)/N \cong e_iM/(e_iM \cap N) = e_iM/e_iN$ як Λ-модулі. Але тоді e_iM/e_iN є Λ_i-модулем, бо добуток будь-якого його елемента на e_i дорівнює тому ж елементу, це випливає з доведеного ізоморфізму. Цей Λ-ізоморфізм очевидно можна розглядати як Λ_i-ізоморфізм. Тому $e_iM/e_iN \in \mathcal{R}_i$. Тоді за означенням радикального класу $e_iM \in \mathcal{R}_i$. Це свідчить, що $M \in T$.

Аналогічно доводиться замкненість класу T стосовно прямих сум. Отже, T – радикальний клас. Нехай t – відповідний ідемпотентний радикал. Тоді зрозуміло, що $\varphi_i(t) = r_i$, де $i \in \{1, \ldots, n\}$.

Нехай r – ідемпотентний радикал, для якого $\varphi_i(r) = r_i$, де $i \in \{1, \ldots, n\}$. Доведемо, що $r = t$. Нехай $\mathcal{R}$ – відповідний для r радикальний клас. Нехай $M \in T$, тоді $e_iM \in \mathcal{R}_i$ за означенням T. За визначенням r маємо, що $e_iM \in \mathcal{R}$. Тому $M = e_1M \oplus \cdots \oplus e_nM \in \mathcal{R}$ за означенням радикального класу. Нехай тепер $M \in \mathcal{R}$. Тоді за властивістю напередрадикалів маємо, що $M = r(M) = r(e_1M) \oplus \cdots \oplus r(e_nM)$. З цього випливає, що $e_iM \in \mathcal{R} \quad (i = 1, \ldots, n)$. Тоді за означенням $\mathcal{R}_i$ маємо, що $e_iM \in \mathcal{R}_i \quad (i = 1, \ldots, n)$. А це свідчить про те, що $M \in T$. Отже, $T = \mathcal{R}$. Теорема доведена.

Введемо позначення
$\mathcal{R}(r) = \{M \in {}_\Lambda\mathcal{M} | r(M) = M\}$,
$\mathcal{P}(r) = \{M \in {}_\Lambda\mathcal{M} | r(M) = 0\}$.
Правильна така теорема.

Теорема 4. *Нехай A – локальне досконале зліва і справа кільце і $B = A_n$. Тоді над B для всіх напередрадикалів r виконується $\mathcal{R}(r) = \{0\}$ або $\mathcal{P}(r) = \{0\}$.*

Доведення. Оскільки над A всі прості модулі ізоморфні і B Моріта-еквівалентне A, то над B також всі прості модулі ізоморфні. Нехай K – простий B-модуль. Тоді $K \in \mathcal{R}(r)$ або $K \in \mathcal{P}(r)$.

Нехай $K \in \mathcal{R}(r)$, N – довільний модуль з $\mathcal{P}(r)$, тоді за пропозицією 1.3 [5] $\mathrm{Hom}_B(K, N) = 0$. Тому $\mathrm{Soc}N = 0$, оскільки над B всі прості модулі ізоморфні. Оскільки B досконале справа, то воно напівартінове зліва (див. [6]). Тому $N = 0$. Це означає, що $\mathcal{P}(r) = \{0\}$.

Якщо $K \in \mathcal{P}(r)$, то, взявши довільний $N \in \mathcal{R}(r)$, одержимо $\mathrm{Hom}_B(N, K) = 0$ (пропозиція 1.3 [5]), тобто $\mathrm{Rad}N = N$.

Проте над досконалим зліва кільцем ненульові модулі мають максимальні підмодулі, тому $N = 0$. Це означає, що $\mathcal{R}(r) = \{0\}$.

Наслідок 2. *Якщо A – локальне досконале зліва і справа кільце, то над A_n всі ідемпотентні радикали тривіальні.*

Наслідок 3. *Такі умови еквівалентні, а саме:*
1) *в категорії ${}_\Lambda\mathcal{M}$ всі скрути тривіальні і в категорії $\mathcal{M}_\Lambda$ всі скрути тривіальні;*
2) *в категоріях ${}_\Lambda\mathcal{M}$ і $\mathcal{M}_\Lambda$ всі ідемпотентні радикали тривіальні;*

3) $\Lambda \cong A_n$, *де* $A(n \in \mathbb{N})$ *– локальне досконале зліва і справа кільце;*
4) в категоріях ${}_\Lambda\mathcal{M}$ *і* $\mathcal{M}_\Lambda$ *для кожного напередрадикалу* r *правильне* $\mathcal{P}(r) = \{0\}$ *або* $\mathcal{R}(r) = \{0\}$.

Доведення. Цей результат випливає з теореми 4 і з праці [8] (теорема 1).

1. *Горбачук Е.Л.* Расщепляемость кручения и предкручения в категории правых Λ-модулей// Мат. заметки. - 1967. - Т.2.- N 6. - С.681–688.
2. *Горбачук Е.Л.* Радикалы в модулях над разными кольцами // Мат. исследов. - 1972. - VII: I(23). - С.44–59.
3. *Горбачук Е.Л.* Коммутативные кольца, над которыми все кручения расщепляемы // Мат. исследов. - 1972. - VII: 2(24). - С.81–90.
4. *Мишина А.П., Скорняков Л.А.* Абелевы группы и модули. - М., 1969.
5. *Кашу А.И.* Радикалы и кручения в модулях. - Кишинев, 1983.
6. *Stenstrom B.* Rings of quotients. - Berlin, Springer-Verlag, 1975.
7. *Viola-Prioli Io.E.* When is every kernel functor idemtotent? // Can. J. Math. - 1975.- Vol 27. - N 3. - P.545–554.
8. *Dlab V.* On a class of perfect rings // Can. J. Math. - 1970. - Vol. XXII. - N 4. - P.822–826.

Gorbachuk O., Maturin Yu.

SPLITTING PRERADICALS

The rings over which the certain preradicals split is considered. The direct sum of the rings over which every torsion theory splits is investigated.

Стаття надійшла до редколегії 23.04.99