

Віктор Семерак

Львівський національний університет ім. І. Франка

ТЕМПЕРАТУРА ПОВЕРХНІ ТЕРТЯ ПІД ЧАС ГАЛЬМУВАННЯ

Вступ. У працях [1, 2] температура поверхні фрикційних елементів гальм подана як сума температури довкілля, підвищення об'ємної температури, середньої поверхневої і температури спалаху. Середню температуру номінальної поверхні тертя знаходимо з розв'язку теплової задачі тертя для двох півбесмежених тіл $z \geq 0$ (тіло 1, фрикційна накладка) та $z \leq 0$ (тіло 2, диск) [2]:

$$\frac{\partial^2 T_i(z, t)}{\partial z^2} = \frac{1}{k_i} \frac{\partial T_i(z, t)}{\partial t}, \quad z > 0, \quad i = 1 \quad \text{та} \quad z < 0, \quad i = 2; \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (1)$$

$$T_i(z, 0) = 0, \quad i = 1, 2, \quad (2)$$

$$T_1(0, t) = T_2(0, t) = T(t), \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (3)$$

$$K_1 \frac{\partial T_1(z, t)}{\partial z} \Big|_{z=0+} - K_2 \frac{\partial T_2(z, t)}{\partial z} \Big|_{z=0-} = q(t), \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (4)$$

$$T_i \rightarrow 0, \quad i = 1, 2 \quad \text{при} \quad |z| \rightarrow \infty, \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (5)$$

де T_i – температури взаємодіючих тіл; K_i – коефіцієнти теплопровідності; k_i – коефіцієнти температуропровідності; $q(t)$ – інтенсивність фрикційного потоку тепла; t – час; t_s – час гальмування.

Точні розв'язки крайової задачі теплопровідності (1)–(5) одержано для трьох випадків зміни з часом питомої потужності сил тертя [3]: 1) $q(t) = q_0 = \text{const}$; 2) $q(t) = q_0 \sqrt{t}$; 3) $q(t) = q_0 t$. Насправді часова залежність функції

$$q(t) = f(t)p(t)V(t), \quad 0 \leq t \leq t_s \quad (6)$$

суттєво відрізняється від наведених трьох залежностей. Зокрема, контактний тиск під час гальмування зростає від нуля, в початковий момент часу, до максимального значення p_0 за законом [4]:

$$p(t) = p_0 p^*(t/t_m), \quad p^*(t) = 1 - \exp(-t), \quad (7)$$

де t_m – параметр, що характеризує час досягнення функцією $p(t)$ номінального значення p_0 . При заданому тиску (7) і постійному коефіцієнті тертя $f(t) = f_0$ швидкість під час гальмування зменшується від початкової V_0 при $t = 0$ до нуля в момент зупинки $t = t_s$ [5]:

$$V(t) = V_0 V^*(\tau), \quad V^*(\tau) = 1 - \tau + \tau_m p^*(\tau^*), \quad 0 \leq t \leq t_s, \quad (8)$$

де $\tau = t/t_S^0$; $\tau_m = t_m/t_S^0$; $\tau^* = \tau/\tau_m$; $t_S^0 = 2W/(f_0 p_0 V_0)$ – час гальмування при $t_m = 0$ (гальмування з постійним сповільненням); W – початкова кінетична енергія системи. Час гальмування t_S знаходимо з рівняння $V(t_S) = 0$:

$$\tau_S - \tau_m p^*(\tau_S/\tau_m) = 1, \quad \tau_S = t_S/t_S^0 \geq 1. \quad (9)$$

Знайдену з рівняння (9) залежність безрозмірного часу гальмування τ_S від параметра τ_m з абсолютною похибкою меншою за 1%, можна апроксимувати функцією: $\tau_S = 1 + \tau_m^{0.58}$.

Температура. Розв'язок крайової задачі теплопровідності (1)–(5), якщо відомі питома потужність сил тертя (6)–(8) та час гальмування t_S (9), отримуємо за допомогою теореми про множення зображень для інтегрального перетворення Лапласа (теореми про згортку [6]) у вигляді

$$T_i(z, t) = \Lambda \int_0^{\tau} p^*\left(\frac{\tau - \tau'}{\tau_m}\right) V^*(\tau - \tau') \tau'^{-1/2} \exp\left(-\frac{\zeta_i^2}{\tau'}\right) d\tau', \quad 0 \leq t \leq t_S, \quad (10)$$

$$\text{де} \quad \Lambda = \frac{f_0 p_0 V_0}{(1 + k_\varepsilon) K_1} \sqrt{\frac{k_1 t_S^0}{\pi}}, \quad k_\varepsilon = \frac{K_2}{K_1} \sqrt{\frac{k_1}{k_2}}, \quad \zeta_i = \frac{|z|}{2\sqrt{k_i t_S^0}}, \quad i = 1, 2. \quad (11)$$

Підставляючи функції $p^*(\tau)$ (7) та $V^*(\tau)$ (8) в розв'язок (10), одержуємо:

$$T_i(z, t) = \Lambda \left[(1 + \tau_m - \tau) N^-(\zeta_i, \tau) + N^+(\zeta_i, \tau) - (1 + 2\tau_m - \tau) L^-(\zeta_i, \tau, \tau_m) + \right. \\ \left. + \tau_m L^-(\zeta_i, \tau, \tau_m/2) - L^+(\zeta_i, \tau, \tau_m) \right], \quad (12)$$

$$\text{де} \quad \left[\begin{matrix} N^\pm(\zeta_i, \tau) \\ L^\pm(\zeta_i, \tau, \tau_m) \end{matrix} \right] = \int_0^{\tau} \tau'^{\pm 1/2} \exp\left(-\frac{\zeta_i^2}{\tau'}\right) \left[\exp\left[-(\tau - \tau')/\tau_m\right] \right] d\tau', \quad i = 1, 2. \quad (13)$$

Знайдемо інтеграли $N^\pm(\zeta_i, \tau)$. Інтегрування в (13) частинами дає

$$N^-(\zeta_i, \tau) = 2\sqrt{\tau} \exp(-\eta_i^2) - 2\zeta_i^2 \int_0^{\tau} \tau'^{-3/2} \exp(-\zeta_i^2/\tau') d\tau', \quad (14)$$

$$N^+(\zeta_i, \tau) = \frac{2}{3} \tau \sqrt{\tau} \exp(-\eta_i^2) - \frac{2}{3} \zeta_i^2 N^-(\zeta_i, \tau), \quad \eta_i = \zeta_i/\sqrt{\tau}. \quad (15)$$

Беручи до уваги значення інтеграла [7]

$$\int_x^\infty \exp(-y^2) dy = \frac{1}{2} \sqrt{\pi} \operatorname{erfc}(x),$$

з (14) одержуємо

$$N^-(\zeta_i, \tau) = 2\sqrt{\tau} \exp(-\eta_i^2) - 2\zeta_i \sqrt{\pi} \operatorname{erfc}(\eta_i), \quad \operatorname{erfc}(\infty) = 1 - \operatorname{erf}(\infty). \quad (16)$$

Інтеграли $L^\pm(\zeta_i, \tau, \tau_m)$ (13), обчислені за допомогою методики [5], мають вигляд

$$L^-(\zeta_i, \tau, \tau_m) = \sqrt{\pi \tau_m} \exp(-\tau^*) \{ [F_C(\zeta_i, \tau, \tau_m) - 1] \sin(2\eta_{im}) + \\ + C(\tau_i, \tau, \tau_m) \cos(2\eta_{im}) \}, \quad i = 1, 2, \quad (17)$$

$$L^+(S_i, \tau, \tau_m) = \frac{1}{2} \tau_m \sqrt{\pi \tau_m} \exp(-\tau^*) \{ [F_C(\zeta_i, \tau, \tau_m) + 2\eta_{im} C(\zeta_i, \tau, \tau_m) - 1] \times \\ \times \sin(2\eta_{im}) + [F_C(\zeta_i, \tau, \tau_m) - 2\eta_{im} F_S(\zeta_i, \tau, \tau_m) + \eta_{im}] \cos(2\eta_{im}) \}, \quad i = 1, 2, \quad (18)$$

$$\begin{bmatrix} F_S(\zeta_i, \tau, \tau_m) \\ F_C(\zeta_i, \tau, \tau_m) \end{bmatrix} = \operatorname{erf}(2\eta_i) + \begin{bmatrix} S(\zeta_i, \tau, \tau_m) \\ C(\zeta_i, \tau, \tau_m) \end{bmatrix}, \quad (19)$$

$$\begin{bmatrix} S(\zeta_i, \tau, \tau_m) \\ C(\zeta_i, \tau, \tau_m) \end{bmatrix} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \exp(-\eta_i^2) \int_0^{\sqrt{\tau^*}} e^{x^2} \begin{bmatrix} \sin(2\eta_i x) \\ \cos(2\eta_i x) \end{bmatrix} dx, \quad \eta_{im} = \zeta_i / \sqrt{\tau_m}. \quad (20)$$

Підставивши інтеграли $N^\pm(\zeta_i, \tau)$ (15), (16) та $L^\pm(\zeta_i, \tau, \tau_m)$ (17)–(20) у співвідношення (12), визначимо повне температурне поле робочих елементів (фрикційної накладки і диска) при одноразовому гальмуванні.

Контактну температуру знаходимо з (12) при $z = 0$ у вигляді

$$T(t) = \Lambda \left[\left(2 + \tau_m - \frac{4}{3} \tau \right) \sqrt{\tau} - \left(1 + \frac{3}{2} \tau_m - \tau \right) 2\sqrt{\tau_m} F(\sqrt{\tau^*}) + \right. \\ \left. + \tau_m \sqrt{2\tau_m} F(\sqrt{2\tau^*}) \right], \quad 0 \leq t \leq t_S, \quad (21)$$

де $F(\tau) = \exp(-\tau^2) \int_0^\tau \exp(x^2) dx$ – інтеграл Досона [8].

При $t_m = 0$ ($t_S = t_S^0$) зі співвідношення (21) одержуємо відомий результат [10] для контактної температури під час гальмування з постійним сповільненням:

$$T(t) = 2\Lambda \left(1 - \frac{2}{3} \frac{t}{t_S} \right) \sqrt{\frac{t}{t_S}}, \quad 0 \leq t \leq t_S. \quad (22)$$

Числовий аналіз та висновки. Незалежними початковими параметрами задачі є дві безрозмірні величини τ_m (8) і ζ_i (11).

Контактна температура досягає найбільшого значення під час гальмування з постійним сповільненням (рис. 1).

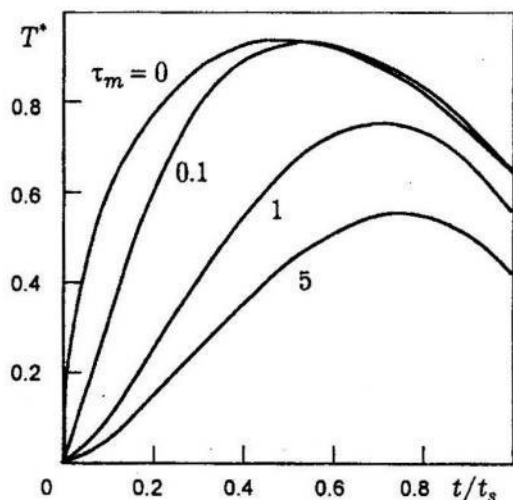


Рис. 1.

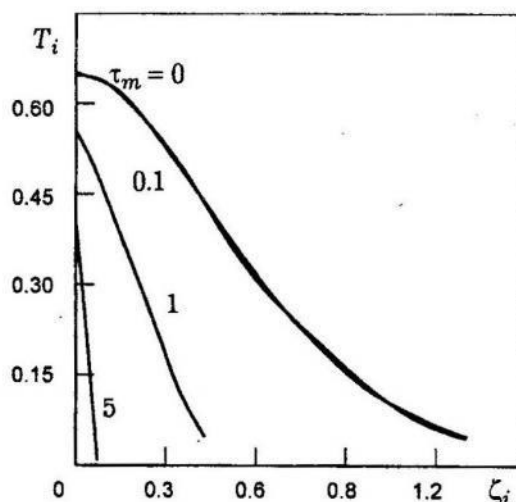


Рис. 2.

Час досягнення максимального значення контактної температури $t \approx 0.5t_s$ при $\tau_m = 0$. Зі збільшенням параметра τ_m цей час зміщується, стає ближчим до зупинки ($t \rightarrow t_s$).

Під час гальмування фізико-хімічні та механічні перетворення матеріалу фрикційного елемента відбуваються у тонких приповерхневих шарах. Товщина цих шарів характеризується «ефективною глибиною прогрівання», що визначається як глибина, на якій температура становить п'ять відсотків від поверхневої [11]. Температура швидко знижується в осьовому напрямі (рис. 2). Це зменшення лінійне при $\tau_m > 1$. Ефективна глибина прогрівання найбільша під час рівносповільненого гальмування; зі збільшенням параметра τ_m вона зменшується (особливо швидко при $\tau_m \rightarrow 1$).

1. Чичинадзе А. В. Расчет и исследование внешнего трения при торможении. – М.: Наука, 1967. – 231 с.
2. Чичинадзе А. В., Браун Э. Д., Гинзбург А. Г., Игнатъева З. В. Расчет и исследование внешнего трения при торможении. – М.: Наука, 1979. – 267 с.
3. Пехович А. И., Жидких В. М. Расчет теплового режима твердых тел. – Л.: Энергия, 1968. – 304 с.
4. Гинзбург А. Г. Теоретические и экспериментальные основы расчета однокредного процесса торможения с помощью системы уравнений тепловой динамики трения // Оптимальное использование фрикционных материалов в узлах трения машин. – М.: Наука, 1973. – С. 93–105.
5. Коваленко Е. В., Евтушенко А. А., Иванык Е. Г. К расчету температур при торможении. // Трение и износ. – 1997. – 15, № 1. – С. 435–441.
6. Лыков А. В. Теория теплопроводности. – М.: Высшая шк., 1967. – 599 с.
7. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. – М.: Наука, 1971. – 1108 с.
8. Абрамовиц М., Стиган И. Справочник по специальным функциям. – М.: Наука, 1979. – 832 с.
9. Barber J. R., Martin-Moran C. J. Green's functions for transient thermoelastic contact problems for the half-plane // Wear. – 1982. – 79. – P. 11–19.
10. Fasekas G. A. G. Temperature gradient and heat stresses in brakes drums // SAE. Trans. – 1953, No. 1. – P. 279–284.
11. Игнатъев З. В., Чичинадзе А. В. Определение температуры поверхности трения тормозов при различной эффективной глубине проникновения тепла // Тепловая динамика трения. – М.: Наука, 1970. – С. 17–20.

Victor Semerak

TEMPERATURE OF THE FRICTIONAL SURFACE DURING BRAKING

This paper deals with the one-dimensional transient heat conductivity contact problem of a sliding two semi-spaces, which induces of friction and heat generation during braking. In the present temperature analysis the capacity of the frictional source on the contact plane dependent on the time of braking. The problem solved exactly using the Laplace transform technique. Numerical results for the temperature are obtained for the different value of the input parameter, which characterize the duration of increase of the contact pressure during braking from zero to the maximum value.

Стаття надійшла до редколегії 11.08.99