ВІСНИК ЛЬВІВ. УН-ТУ
Серія мех.-мат.2000.Вип.56.С.5–11

VISNYK LVIV UNIV.
Ser.Mech-Math.2000.Vol.56.P.5–11

УДК 517.956

Галина Берегова, Володимир Кирилич

ОБЕРНЕНА ГІПЕРБОЛІЧНА ЗАДАЧА СТЕФАНА В КРИВОЛІНІЙНОМУ СЕКТОРІ

За останні роки в математичній фізиці сформувався цілий напрям, який окреслюють назвою "задачі з вільною межею" або задачі Стефана. Це крайові задачі для диференціальних рівнянь з частинними похідними, в яких апріорі область визначення шуканої функції невідома і потребує визначення у процесі розв'язання задачі. Якісній теорії таких задач для еліптичних та параболічних рівнянь присвячено багато праць (див. список літератури у [3]). Математичні моделі проблем газової динаміки, теплопровідності (коли швидкість поширення тепла скінченна) приводять до розв'язування задач з невідомими межами для гіперболічних рівнянь [2, 4, 6, 11-13]. Крайові задачі про знаходження коефіцієнтів гіперболічного рівняння чи граничних умов (обернені задачі) виникають у проблемах квантової теорії поля, атомної фізики, теорії коливань, сейсміки [7, 9, 10]. Один із фізичних процесів, математична модель якого зводиться до вивчення оберненої гіперболічної задачі Стефана, наведено в [5].

У цій праці ми дослідили обернену задачу для напівлінійної гіперболічної системи рівнянь першого порядку з невідомими коефіцієнтами у правій частині, причому межі області, які виходять з початку координат, апріорі невідомі. Подібну задачу для рівняння другого порядку у криволінійному чотирикутнику розглядали у [1], пряму задачу (коефіцієнти відомі) вивчали у праці [2].

За допомогою методу характеристик задача зводиться до системи нелінійних інтегральних рівнянь типу Вольтерра другого роду, яка розв'язується за допомогою принципу стисних відображень.

Формулювання задачі. В області $G_t = \{(x,t) : t \in \mathbb{R}_+,\ a_1(t) < x < a_2(t),\ a_1(0) = a_2(0) = 0\}$, де $a_i(t)$ є наперед невідомі функції, розглянемо гіперболічну систему рівнянь

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \lambda_i(x,t)\frac{\partial u_i}{\partial x} = f_i(t)F_i(x,t;u), \qquad i=\overline{1,n}, \quad u=(u_1,\ldots,u_n), \tag{1}$$

в якій, окрім функцій $u_i(x,t)$, невідомими є також функції $f_i(t)$.

Задамо умови на невідомі границі:

$$a_l'(t) = \sum_{k=1}^{2}\sum_{i=1}^{n}\int_0^t \alpha_{li}^k(\tau)u_i(a_k(\tau),\tau)d\tau + h_l(a(t),t), \quad l=1,2, \tag{2}$$

де $h_l(a(t),t) = h_l(a_1(t),a_2(t),t)$ – визначені функції, причому $h_1(0,0) \neq h_2(0,0)$. Надалі будемо вважати, що:

$$\lambda_i(0,0) - h_1(0,0) > 0, \qquad i = 1,\ldots,p+q,$$

$$\begin{aligned} &\lambda_i(0,0) - h_1(0,0) < 0, && i = p+q+1,\dots,n, \\ &\lambda_i(0,0) - h_2(0,0) > 0, && i = 1,\dots,p, \\ &\lambda_i(0,0) - h_2(0,0) < 0, && i = p+1,\dots,n, \quad p,q \in [0,n]. \end{aligned} \tag{3}$$

Задамо такі граничні умови

$$\begin{aligned} &u_i(a_1(t),t) = g_i^1(a_1(t),t), && i = 1,\dots,p+q, \\ &u_i(a_2(t),t) = g_i^2(a_2(t),t), && i = p+1,\dots,n, \\ &\text{причому} \quad g_i^1(0,0) = g_i^2(0,0), && i = p+1,\dots,p+q; \end{aligned} \tag{4}$$

та умови перевизначення

$$u_i(\gamma(t),t) = \beta_i(t), \qquad i = 1,\dots,n, \ \ t > 0, \tag{5}$$

де $x = \gamma(t)$ - довільна гладка крива в області G_t і $\gamma(0) = 0$.

Означення. *Розв'язком задачі (1)-(5) назвемо набір функцій* (u_i, f_i, a_l) *з класу* $\left(C^1(\overline{G}_t) \times C(\mathbb{R}_+) \times C^1(\mathbb{R}_+)\right)$ $(i = 1,\dots,n, \ l = 1,2)$, *які задовольняють систему (1) та умови (2)-(5).*

Існування та єдиність розв'язку. Є правильним таке твердження.

Теорема. *Нехай*

1) $\lambda_i \in C^1(\overline{G}_t)$, $g_i^l \in C^1(\mathbb{R} \times \mathbb{R}_+)$, $\gamma, \beta_i \in C^1(\mathbb{R}_+)$, $\alpha_{li}^k \in C(\mathbb{R}_+)$, $h_l \in C(\mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}_+)$, $(i = 1,\dots,n, \ \ l,k = 1,2)$, h_l *задовольняють умову Ліпшиця за першою змінною зі сталими* L_{h_l} *і* $h_1(0,0) \neq h_2(0,0)$;

2) $F_i \in C^{1,0,1}(\overline{G}_t \times \mathbb{R}^n)$, $F_{ix}^{'}, F_{iu}^{'}$ *задовольняють умову Ліпшиця за* u;

3) $F_i(\gamma(t),t;\beta(t)) \neq 0$, $\forall t > 0$, $\beta = (\beta_1,\dots,\beta_n)$, $i = 1,\dots,n$;

4) виконуються умови узгодження нульового та першого порядку в точці $(0,0)$:

$$g_i^1(0,0) = g_i^2(0,0), \qquad i = p+1,\dots,p+q;$$

$$\beta_i(0) = g_i^l(0,0), \qquad i = 1,\dots,n, \quad l = 1,2;$$

$$\beta_i^{'}(0)(h_1(0,0) - h_2(0,0)) = (g_{ix}^{1'}(0,0)h_1(0,0) + g_{it}^{1'}(0,0))(\gamma^{'}(0) - h_2(0,0)) -$$
$$-(g_{ix}^{2'}(0,0)h_2(0,0) + g_{it}^{2'}(0,0))(\gamma^{'}(0) - h_1(0,0)), \qquad i = p+1,\dots,p+q.$$

Тоді $\exists t_0 > 0$ *таке, що в області* $\overline{G}_{t_0}$ *існує єдиний розв'язок задачі (1)-(5).*

Доведення. У просторі неперервних вектор-функцій $a = (a_1, a_2) \in \left[C[0,T_1]\right]^2$, де $T_1 \in \mathbb{R}_+$ виберемо множину

$$Q_{T_1} = \left\{a(t) : a(t) \in \left[C^1[0,T_1]\right]^2, |a_l(t)| \leqslant T_1(1 + H_l)\right\},$$

де H_l – сталі, які обмежують неперервні функції h_l. На підставі неперервності функцій $\lambda_i(x,t)$ та $a_l(t)$, і (3) можна вибрати T_1 так, щоб для всіх $t \in [0,T_1]$

$$\begin{aligned} &\lambda_i(a_1(t),t) - a_1^{'}(t) > 0, && i = 1,\dots,p+q, \\ &\lambda_i(a_1(t),t) - a_1^{'}(t) < 0, && i = p+q+1,\dots,n, \\ &\lambda_i(a_2(t),t) - a_2^{'}(t) > 0, && i = 1,\dots,p, \\ &\lambda_i(a_2(t),t) - a_2^{'}(t) < 0, && i = p+1,\dots,n. \end{aligned}$$

Задамо на Q_{T_1} метрику

$$\varrho\left(a^1(t), a^2(t)\right) = \sum_{l=1}^{2} \max_{t\in[0,T_1]} |a_l^1(t) - a_l^2(t)|.$$

Для кожної вектор-функції $a(t) \in Q_{T_1}$ одержимо обернену задачу (1), (3)–(5) (задачу про знаходження $f_i(t)$ та $u_i(x,t), i = 1,\ldots,n$). Цю задачу будемо розв'язувати методом характеристик.

Нехай $\varphi_i(\tau; x, t)$ – розв'язок характеристичного рівняння $d\xi/d\tau = \lambda_i(\xi,\tau)$, $i = 1,\ldots,n$ при $\xi(t) = x$, де $(x,t) \in G_{T_1}$, а $t_i(x,t)$ – ордината точки перетину i- ї характеристики з межею G_{T_1}. Якщо $i = p+1,\ldots,p+q$, то i-на характеристика розбиває область G_{T_1} на дві частини G_1^i та G_2^i так:

$$G_i^l := \{(x,t) : \varphi_i\big(t_i(x,t); x,t\big) = a_l\big(t_i(x,t)\big)\}.$$

Очевидно, що при $i = 1,\ldots,p$ $(i = p+q+1,\ldots,n)$ матимемо $G_i^1 = G_{T_1},\ G_i^2 = \varnothing$ (відповідно $G_i^2 = G_{T_1},\ G_i^1 = \varnothing$).

Інтегруючи (1) вздовж характеристик [4], отримаємо

$$u_i(x,t) = g_i^l\big(a_l\big(t_i(x,t)\big), t_i(x,t)\big) + \int\limits_{t_i(x,t)}^{t} f_i(\tau)F_i\big(\varphi_i(\tau;x,t),\tau;u\big)d\tau, \quad i = 1,\ldots,n, \tag{6}$$

де $l = 1$ при $(x,t) \in G_i^1$, $l = 2$ при $(x,t) \in G_i^2$.

Для того щоб функції $u_i(x,t)$ при переході з G_i^1 в G_i^2 були неперервні, необхідно, щоб

$$\lim_{\substack{(x,t)\in G_i^1\\(x,t)\to(0,0)}} u_i(x,t) = \lim_{\substack{(x,t)\in G_i^2\\(x,t)\to(0,0)}} u_i(x,t),$$

тобто

$$g_i^1(0,0) = g_i^2(0,0), \quad i = p+1,\ldots,p+q,$$

що забезпечується умовою 4) теореми.

Підставимо (6) в умови перевизначення (5). В результаті одержимо

$$\beta_i(t) = g_i^l\big(a_l\big(t_i(\gamma(t),t)\big), t_i(\gamma(t),t)\big) + \int\limits_{t_i(\gamma(t),t)}^{t} f_i(\tau)F_i\big(\varphi_i(\tau;\gamma(t),t),\tau;u\big)d\tau,\ i = 1,\ldots,n. \tag{7}$$

Продиференціюємо (7) за t

$$\beta_i^{'}(t) = \left(g_{ix}^{l'} a_l^{'} + g_{it}^{l'}\right)\Big|_{(a(t_i(\gamma(t),t)),t_i(\gamma(t),t))} \times$$
$$\times\Big(\frac{\partial t_i(\gamma(t),t)}{\partial x}\gamma^{'}(t) + \frac{\partial t_i(\gamma(t),t)}{\partial t}\Big) + f_i(t)F_i\big(\gamma(t),t;\beta(t)\big) -$$
$$-\Big(\frac{\partial t_i(\gamma(t),t)}{\partial x}\gamma^{'}(t) + \frac{\partial t_i(\gamma(t),t)}{\partial t}\Big) f_i(t_i(\gamma(t),t))F_i\big(\varphi_i(t_i(\gamma(t),t);\gamma(t),t), t_i(\gamma(t),t);u\big)$$
$$+ \int\limits_{t_i(\gamma(t),t)}^{t} f_i(\tau)\Big(\frac{\partial F_i}{\partial x} + \sum_{j=1}^{n}\frac{\partial F_i}{\partial u_j}\frac{\partial u_j}{\partial x}\Big)\Big(\frac{\partial \varphi_i(\tau;\gamma(t),t)}{\partial x}\gamma^{'}(t) + \tag{8}$$

$$+\left.\frac{\partial\varphi_i(\tau;\gamma(t),t)}{\partial t}\right)\Bigg|_{(\varphi_i(\tau;\gamma(t),t),\tau)}d\tau,\qquad i=1,\ldots,n.$$

Використовуючи [8], обчислимо вирази:

$$\frac{\partial\varphi_i(\tau;\gamma(t),t)}{\partial x}\gamma'(t)+\frac{\partial\varphi_i(\tau;\gamma(t),t)}{\partial t}=\big(-\lambda_i(\gamma(t),t)+\gamma'(t)\big)\times$$

$$\times\exp\Big(-\int\limits_{\tau}^{t}\lambda'_{ix}\big(\varphi_i(\sigma;\gamma(t),t),\sigma\big)d\sigma\Big);\tag{9}$$

$$\frac{\partial t_i(\gamma(t),t)}{\partial x}\gamma'(t)+\frac{\partial t_i(\gamma(t),t)}{\partial t}=\big(\lambda_i(\gamma(t),t)-\gamma'(t)\big)\times$$

$$\times\frac{\exp\Big(-\int\limits_{t_i(\gamma(t),t)}^{t}\lambda'_{ix}\big(\varphi_i(\sigma;\gamma(t),t),\sigma\big)d\sigma\Big)}{\lambda_i\big(a_l(t_i(\gamma(t),t)),t_i(\gamma(t),t)\big)-a'_l(t_i(\gamma(t),t))}\equiv\big(\lambda_i(\gamma(t),t)-\gamma'(t)\big)K_i(a_l(t),t),$$

де $l=1$ при $(\gamma(t),t)\in G_i^1$, $\quad l=2$ при $(\gamma(t),t)\in G_i^2$, $\qquad i=1,\ldots,n.$

Тут $\dfrac{\partial\varphi_i(\tau;x,t)}{\partial x}$, $\dfrac{\partial\varphi_i(\tau;x,t)}{\partial t}$ отримують шляхом диференціювання за параметрами розв'язку задачі Коші для характеристичного рівняння, після чого $\dfrac{\partial t_i(x,t)}{\partial x}$ та $\dfrac{\partial t_i(x,t)}{\partial t}$ знаходимо диференціюючи тотожності $\varphi_i(t_i(x,t);x,t)=a_l(t_i(x,t)),(x,t)\in G_i^l$.

З урахуванням (2), (9) та третьої умови теореми, (8) перепишеться так:

$$f_i(t)=F_i^{-1}(\gamma(t),t;\beta(t))\Big[\beta_i'(t)+\big(\lambda_i(\gamma(t),t)-\gamma'(t)\big)\Big\{K_i(a_l(t),t)\times$$

$$\times\Bigg(f_i(t_i(\gamma(t),t))F_i\big(a_l(t_i(\gamma(t),t)),t_i(\gamma(t),t);g^l\big)-\tag{10}$$

$$-\Bigg(g_{ix}^{l'}\Big(\sum_{k=1}^{2}\sum_{i=1}^{n}\int\limits_0^{t_i(\gamma(t),t)}\alpha_{il}^k(\tau)g_i^k(a_k(\tau),\tau)d\tau+h_l\Big)+g_{it}^{l'}\Bigg)\Bigg|_{(a_k(t_i(\gamma(t),t)),t_i(\gamma(t),t))}\Bigg)+$$

$$+\int\limits_{t_i(\gamma(t),t)}^{t}f_i(\tau)\Big(\frac{\partial F_i}{\partial x}+\sum_{j=1}^{n}\frac{\partial F_i}{\partial u_j}\frac{\partial u_j}{\partial x}\Big)\Big|_{(\varphi_i(\tau;\gamma(t),t),\tau)}\exp\Big(-\int\limits_{\tau}^{t}\lambda'_{ix}\big(\varphi_i(\sigma;\gamma(t),t),\sigma\big)d\sigma\Big)d\tau\Big\}\Big],$$

де $g^1=(g_1^1,\ldots,g_{p+q}^1,g_{p+q+1}^2,\ldots,g_n^2)$, $g^2=(g_1^1,\ldots,g_p^1,g_{p+1}^2,\ldots,g_n^2)$, $i=1,\ldots,n.$

Ми отримали систему лінійних інтегральних рівнянь типу Вольтерра другого роду стосовно функцій $f_i(t)$. Для визначення u_i маємо систему нелінійних інтегральних рівнянь (6) типу Вольтерра. Щоб одержати замкнену систему інтегральних рівнянь стосовно невідомих $f_i(t)$, u_i та $\dfrac{\partial u_i}{\partial x}$, продиференціюємо (6) за x

$$\frac{\partial u_i(x,t)}{\partial x}=\frac{\partial t_i(x,t)}{\partial x}\Big(g_{ix}^{l'}\Big(\sum_{k=1}^{2}\sum_{i=1}^{n}\int\limits_0^{t_i(\gamma(t),t)}\alpha_{il}^k(\tau)g_i(a_k(\tau),\tau)d\tau+h_l\Big)+$$

$$+ g_{it}^{l'}\Big)\Big|_{(a_l(t_i(x,t)),t_i(x,t))} - \frac{\partial t_i(x,t)}{\partial x} f_i(t_i(x,t))F_i\big(a_l(t_i(x,t),t_i(x,t);g^l\big)+ \tag{11}$$
$$+ \int\limits_{t_i(x,t)}^{t} f_i(\tau)\left(\frac{\partial F_i}{\partial x}+\sum_{j=1}^{n}\frac{\partial F_i}{\partial u_j}\frac{\partial u_j}{\partial x}\right)\frac{\partial \varphi_i(\tau;x,t)}{\partial x}d\tau, \quad i=1,\dots,n.$$

Для неперервності функцій $\dfrac{\partial u_i(x,t)}{\partial x}$ при переході з G_i^1 в G_i^2 необхідно, щоб

$$\lim_{\substack{(x,t)\in G_i^1\\(x,t)\to(0,0)}}\frac{\partial u_i(x,t)}{\partial x}=\lim_{\substack{(x,t)\in G_i^2\\(x,t)\to(0,0)}}\frac{\partial u_i(x,t)}{\partial x}, \qquad i=p+1,\dots,p+q.$$

Підставивши сюди (11) і, враховуючи (10), отримаємо умову, яка збігається з умовою узгодження першого порядку пункту 4) теореми.

Отже, для визначення функцій $f_i(t), u_i, \dfrac{\partial u_i}{\partial x}$ одержали систему нелінійних інтегральних рівнянь типу Вольтерра (6), (10), (11), в якій за умовою теореми функції $F_{ix}^{'}$ та $F_{iu}^{'}$ задовольняють умову Ліпшиця за u. Розглянемо простір $\left[C(\overline{G}_{T_1})\right]^{3n}$ вектор-функцій $w = \left(u_1,\dots,u_n,\dfrac{\partial u_1}{\partial x},\dots,\dfrac{\partial u_n}{\partial x},f_1,\dots,f_n\right)$, в яких перші $2n$-штук координат визначені та неперервні в області $\overline{G}_{T_1}$, решта - на відрізку $[0,T_1]$. Введемо вектор Ω_0, координатами якого є доданки відповідних рівнянь системи (6), (10), (11), складені з відомих функцій. У просторі $\left[C(\overline{G}_{T_1})\right]^{3n}$ розглянемо оператор B [7], компоненти якого визначаються відповідними доданками в досліджуваній системі. Тоді система (6), (10), (11) набуде вигляду

$$w = Bw + \Omega_0. \tag{12}$$

Оскільки В - інтегральний оператор типу Вольтерра, то існує $T_2 \in (0,T_1]$ таке, що відображення, визначене правою частиною (12), в просторі $\left[C(\overline{G}_{T_2})\right]^{3n}$ є стисним ([10], с.43-46). Тому за теоремою Банаха існує єдиний неперервний розв'язок рівняння (12).

З (1) і того, що $\dfrac{\partial u_i}{\partial x} \in C(\overline{G}_{T_2})(i=1,\dots,n)$, випливає, що $u_i(x,t)\in C^1(\overline{G}_{T_2})$. Отже, для кожної фіксованої вектор-функції $a(t)\in Q_{T_2}$ ми знайшли єдиний розв'язок задачі (1), (3)-(5) $u_i(x,t), f_i(t)$. Оскільки він залежить від вибору $a(t)\in Q_{T_2}$, то позначимо $u_i(x,t)=U_i(x,t;a)$, а також $f_i(t)=F_i(t;a)$. Залишається зі всієї множини допустимих вектор-функцій $a(t)$ вибрати ту, для якої виконується умова (2).

Залежність $U_i(a_l(t),t;a)(i=1,\dots,n,\ l=1,2)$ в метриці рівномірного відхилення від a як елемента $\left[C[0,T_3]\right]^2$, $T_3\in(0,T_1]$ задовольняє умову Ліпшиця [1]: $\exists L_u \geqslant 0$ таке, що $\forall a^1, a^2 \in Q_{T_3}$ виконується

$$\max_{t\in[0,T_3]}\left|U_i(a_l^1(t),t;a^1)-U_i(a_l^2(t),t;a^2)\right| \leqslant L_u\varrho(a^1,a^2). \tag{13}$$

Виберемо T_3 таким, щоб виконувалась умова

$$T_3 < min\left\{\frac{1}{nAU_0},\frac{1}{2nAL_u},\frac{1}{L_{h_1}+L_{h_2}+1}\right\}, \tag{14}$$

де A, U_0 - сталі, які обмежують, відповідно, функції $\alpha_{li}^k(t)$ та $U_i(x,t;a)$.

Розглянемо на Q_{T_3} оператор $D : a \to Da$, який діє за формулою

$$(Da_l)(t) = \sum_{k=1}^{2}\sum_{i=1}^{n}\int_0^t \Big(\int_0^\tau \alpha_{il}^k(\eta)U_i(a_k(\eta),\eta;a)d\eta + h_l(a(\tau),\tau)\Big)d\tau, \quad l=1,2.$$

Оператор D переводить множину Q_{T_3} в себе і є стисним. Справді

$$\big|(Da_l)(t)\big| \leqslant \Big|\sum_{k=1}^{2}\sum_{i=1}^{n}\int_0^t \Big(\int_0^\tau \alpha_{il}^k(\eta)U_i(a_k(\eta),\eta;a)d\eta + h_l(a(\tau),\tau)\Big)d\tau\Big| \leqslant$$
$$\leqslant T_3^2 nAU_0 + T_3H_l \leqslant T_3(1+H_l).$$

Отже, $DQ_{T_3} \subset Q_{T_3}$. Покажемо, що при вибраному T_3 оператор D є стиском:

$$\max_{0\leqslant t\leqslant T_3}\big|(Da_l^1)(t)-(Da_l^2)(t)\big| \leqslant \max_{0\leqslant t\leqslant T_3}\sum_{k=1}^{2}\sum_{i=1}^{n}\int_0^t\int_0^\tau \big|\alpha_{il}^k(\eta)U_i(a_k^1(\eta),\eta;a^1)-$$

$$-\alpha_{il}^k(\eta)U_i(a_k^2(\eta),\eta;a^2)\big|d\eta d\tau + \max_{0\leqslant t\leqslant T_3}\int_0^t \big|h_l(a_k^1(\tau),\tau;a^1)-h_l(a_k^2(\tau),\tau;a^2)\big|d\tau \leqslant$$

$$\leqslant \max_{0\leqslant t\leqslant T_3}\sum_{k=1}^{2}\sum_{i=1}^{n}\int_0^t\int_0^\tau \big|\alpha_{il}^k(\eta)\big|\big|U_i(a_k^1(\eta),\eta;a^1)-U_i(a_k^2(\eta),\eta;a^2)\big|d\eta d\tau+$$

$$+T_3L_h\varrho(a^1,a^2) \leqslant T_3^2nAL_u\varrho(a^1,a^2)+T_3L_h\varrho(a^1,a^2) \leqslant T_3(T_3nAL_u+L_{h_l})\varrho(a^1,a^2).$$

Отже, враховуючи умову (14), отримаємо

$$\varrho(Da^1,Da^2) \leqslant T_3(2T_3nAL_u+L_{h_1}+L_{h_2})\varrho(a^1,a^2) < \varrho(a^1,a^2).$$

Тому D – стиск і за теоремою Банаха існує єдина нерухома точка оператора D, тобто існує єдина вектор-функція $a(t) \in Q_{T_3}$, яка задовольняє умови (2) і яку можна знайти методом послідовних наближень. За відомою вже $a(t)$ при $t \in [0,t_0]$ $\big(t_0 = \min\{T_2,T_3\}\big)$ вибираємо $u_i(x,t) = U_i(x,t;a)$, аналогічно визначаємо $f_i(t) = F_i(t;a)$.

Теорему доведено.

Зауваження. Якщо крива $\gamma(t)$ збігається з однією з характеристик, тобто $\gamma(t) = \varphi_k(t;0,0)$ при $p+1 \leqslant k \leqslant p+q$, то аналогічні міркування для всіх $i \neq k$ приводять до співвідношень (6), (11) та системи $(n-1)$ рівнянь подібних до (10). А при $i=k$ з (6) матимемо

$$\beta_k(t) = g_k^l(0,0) + \int_0^t f_k(\tau)F_k\big(\varphi_k(\tau;0,0),\tau;u\big)d\tau.$$

Звідки, враховуючи умови теореми, відразу одержуємо

$$f_k(t) = \frac{\beta_k'(t)}{F_k\big(\varphi_k(t;0,0),t;u\big)}.$$

1. *Берегова Г.І.* Обернена гіперболічна задача Стефана // Математичні студії. – 1998. – Т. 10. – N 1. – С. 41–53.
2. *Берегова Г.І., Кирилич В.М.* Гіперболічна задача Стефана в криволінійному секторі // Укр. мат. журн. – 1997. – Т. 49. – N 12. – С. 1684–1689.
3. *Данилюк И.И.* Задача Стефана // Успехи мат. наук. – 1985. – Т.4. – Вып. 5. – С. 133–185.
4. *Кирилич В.М., Мышкис А.Д.* Обобщенная полулинейная гиперболическая задача Стефана на прямой // Дифференциальные уравнения – 1991. – Т.27. – N3. – С. 497–501.
5. *Крутиков В.С.* Об одном решении обратной задачи для волнового уравнения с нелинейными условиями в областях с подвижными границами // Прикл. мех. и мат. – 1991. – Т.55. – N6. – С. 1058–1062.
6. *Летавин М.И.* О корректности постановки одномерной однофазной гиперболической задачи Стефана // Дифференциальные уравнения – 1991. – Т.27. – N8. – С. 1395–1402.
7. *Орловский Д.Г.* К задаче определения правой части гиперболической системы // Дифференциальные уравнения – 1983. – Т.19. – N8. – С. 137–146.
8. *Петровский И.Г.* Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. – М., 1970.
9. *Романов В.Г.* Обратные задачи математической физики. – М., 1984.
10. Функциональные методы в задачах математической физики. // Сборник научных трудов под ред. А.И.Прилепко. – М., 1985.
11. *Шеметов Н.В.* Гиперболическая задача Стефана // Некоторые прилож. функ. анал. к задачам мат. физики. – АН СССР, Ин-т мат. – Новосибирск. – 1990. – С. 127–144.
12. *D'Acunto B.* On the piston problem in gosdynamics // Mech. Res. Commun. – 1984. – Vol. 11. – N6. – P.401–407.
13. *Li Ta-tsien.* Global classical solutions for quasilinear hyperbolic systems. – New York, 1994.

G. Beregova, V.Kyrylych

INVERSE HYPERBOLIC STEFAN PROBLEM IN THE CURVILINEAR SECTOR

It is considered the Stefan problem for a semilinear hyperbolic system of first order equations with a unknown coefficients of right part in the case where a line of determination of initial conditions degenerates into a point. With the help of a method of characteristic and Banach's theorem is proved correct solvability of a problem for small t.

Стаття надійшла до редколегії 30.06.99