ВІСНИК ЛЬВІВ. УН-ТУ *VISNYK LVIV UNIV.*
Серія мех.-мат. 2000. Вип. 57. С. 48–51 *Ser. mech.-math. 2000. No. 57. P. 48–51*

УДК 539.377

МЕТОДИКА ОПТИМІЗАЦІЇ РЕЖИМІВ НАГРІВАННЯ КОНВЕКТИВНИМ СПОСОБОМ І ДЖЕРЕЛАМИ ТЕПЛА КУСКОВО-ОДНОРІДНИХ ОБОЛОНОК ОБЕРТАННЯ

Микола Гачкевич*, Орест Гуменчук*, Борис Чорний**

**Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України*

***Львівський факультет Дніпропетровського державного технічного університету*

Запропоновано числово-аналітичну методику визначення оптимальних за напруженнями режимів нагрівання конвективним способом і джерелами тепла тонких кусково-однорідних оболонок обертання для заданих областей допустимої зміни температури і компонент тензора напружень.

Розглянемо тонку оболонку сталої товщини $2h$, яка складається з n однорідних частин і займає в просторі E^3 деяку область Ω. Введемо змішану ортогональну систему координат $(\alpha_1, \alpha_2, \gamma)$, у якій α_j, $j=1, 2$ є лініями головних кривин серединної поверхні оболонки, а γ – нормаллю до цієї поверхні. За функцію керування виберемо температуру зовнішнього середовища, що змінюється в часі, а за критерій оптимальності – мінімум максимальних нормальних напружень.

Приймемо, що для k-ї частини оболонки $(k=\overline{1,l})$ задані обмеження на температуру нагрівального середовища і зовнішньої поверхні оболонки, а також на компоненти складових тензора напружень у вигляді таких нерівностей:

$$T_p^{\pm} \le T_k^{\pm} \le T_0^{\pm}; \quad T_{00}^{\pm} \le \dot{T}_k^{\pm} \le T_{**}^{\pm}; \quad T_s^{*\pm} \le T_{s,k}^{\pm} \le T_s^{**\pm}; \tag{1}$$

$$\sigma_{0i,k}^{\pm} \le \sigma_{i,k}^{\pm} \le \sigma_{*i,k}^{\pm}, \tag{2}$$

де знаки «+», «−» використано для позначення величин відповідно на зовнішній і внутрішній поверхнях, а знаком «$\cdot$» позначена похідна за часом; $T_k^{\pm}$ і $T_{s,k}^{\pm}$ – температура k-ї частини оболонки і зовнішнього середовища; $\sigma_{0i,k}^{\pm} \le 0$, $\sigma_{*i,k}^{\pm} \ge 0$; $\sigma_{i,k}$ – нормальні напруження ($i=1$ – меридіональні, $i=2$ – кільцеві).

Оболонку необхідно нагріти внутрішніми джерелами тепла і конвективним способом від сталої початкової температури T_p до максимальної T_0 на поверхні $\gamma = h$ і далі до кінцевої $T_*\left(T_* \le T_0\right)$, щоб виконувались обмеження (1), (2) і був забезпечений мінімум функціонала

$$I = \max\left(\sigma_{i,k}(\alpha_1, \alpha_2, \gamma, t)\right), \quad \alpha_1, \alpha_2, \ \gamma \in \Omega, \ \ 0 \le t \le t_* \tag{3}$$

(який характеризує міцність розглядуваних скляних оболонок або виготовлених з матеріалів, близьких за механічними властивостями до скла). Розглядувані теплові режими нагрівання можуть задовольняти додаткові умови вигляду

$$F(\alpha_{j*}, \gamma_*, T_k, T_0, \dot{T}_k, T_*, t_0, t_*) \le 0. \quad (4)$$

Такі умови відображають специфіку технології термообробки (тут α_{j*}, γ_* – координати фіксованого перерізу оболонки; t_0, t_* – відповідно мінімальні часи досягнення максимальної T_0 і кінцевої T_* температур зовнішньої поверхні оболонки ($\gamma = h$)). Зокрема, умовами вигляду (4) є відомі цільові умови щодо температури оболонки кольорового кінескопа в тепловому режимі її знегажування (задання потрібних для знегажування значень початкової, максимальної і кінцевої температури на зовнішній поверхні оболонки) [1].

Методику розв'язування сформульованої оптимізаційної задачі будуємо способом покрокової параметричної оптимізації. Для реалізації етапу пошуку умовного мінімуму функціонала (3) (критерію оптимальності) застосовуємо метод локальних варіацій [6] у просторі станів функції керування. Такий спосіб оптимізації складається з двох ітераційних процесів: процесу варіювання значення функції керування $T_{s,k} \equiv \{f_k(t_i)\}$ в дискретні моменти часу при фіксованому кроці варіювання δ і процесу дроблення цього кроку.

У наближеннях шукану функцію керування $f_{k,n-1}(t_i)$ вибираємо так, щоб виконувались теплові умови (1), (4) і обмеження (2). У цьому випадку потрібно мати розв'язок прямої задачі, тобто мати значення температури і напружень за заданих умовах конвективного теплообміну. Обмеження (2) виконують шляхом порівняння компонент напружень, визначених числово-аналітичним методом з прямої задачі з заданими. Для відшукання наступного наближення функції керування $f_{k,n}(t_i)$ необхідно для трьох значень цієї функції $f_{k,n-1}(t_i) \pm \delta_{k,n-1}$; $f_{k,n-1}(t_i)$ (отриманої в попередньому наближенні) обчислити з використанням розв'язку прямої задачі значення критерію оптимальності (3). Крок $\delta_{k,n-1}$ варіювання (достатньо мале додатне число, стале для конкретного n) практично приймають при $n = 2$ не більшим від максимального градієнта функції керування в початковому наближенні. За шукану функцію $f_{k,n}(t_i)$ вибираємо ту, для якої значення критерію (3) є мінімальним, і виконуються умови (1), (2), (4).

Чергові наближення функції керування отримують з використанням попереднього алгоритму з поділом кроку $\delta_{k,n} = \delta_{k,n-1}/2$, $n = 2, 3, 4....$ Ітераційний процес продовжують до виконання такої умови:

$$\{f_{k,n+1}(t_i)\} \equiv \{f_{k,n}(t_i)\}, \qquad \delta_{k,n} \le \varepsilon, \quad (5)$$

де ε – задана мала величина.

Для запропонованого ітераційного алгоритму оптимізації суттєвим є вибір початкового наближення значень функції керування, що визначає збіжність ітераційного процесу. Для побудови такого наближення розроблено ітераційний алгоритм, що ґрунтується на використанні вихідної функції керування оптимального за напруженнями режиму конвективного нагрівання однорідної сферичної оболонки [2] з наступним його уточненням.

У наведеному алгоритмі оптимізації для визначення початкового та k-го наближення функції керування використовуємо розв'язок прямої задачі. Зазначимо, що пряму задачу можна сформулювати на основі довільної термомеханічної теорії. Ми за таку вибрали теорію незв'язаної термопружності при залежних від температури коефіцієнтах теплового розширення, яку часто використовують для опису механічної поведінки скляних оболонкових конструкцій [3].

На поверхнях контакту різнорідних частин оболонки виконуються умови ідеального теплового і механічного спряження. Механічні граничні умови можна сформулювати як у напруженнях, так і в переміщеннях [2, 3].

Вихідні співвідношення формулюють як у системі координат (α_1, α_2, γ), так і в канонічних (r, s) [2]. У цьому випадку для отримання розв'язку рівняння теплопровідності використовуємо поліноміальну апроксимацію розподілу температури по товщинній координаті [4] та метод сіток для відшукання відповідних інтегральних характеристик у поданнях при безумовно стійкій неявній різницевій схемі. Використовуючи дискретні значення інтегральних характеристик, на основі відомих співвідношень визначаємо температуру в вузлах сітки. Потім за структурою загальних розв'язків ключових рівнянь механіки для розглядуваного типу оболонок [2], а також враховуючи апроксимацію температурної залежності коефіцієнта лінійного розширення кусково-лінійними функціями, визначаємо дискретні значення ключових функцій, зусиль, моментів і напружень для кожного вузла.

У багатьох випадках кусково-однорідні скляні оболонки виготовляють з матеріалів, що мають близькі теплофізичні характеристики. Для таких оболонок при незалежних від координати s джерелах тепла можна побудувати ефективні режими цільового нагрівання однорідною температурою зовнішнього середовища (яка залежить лише від часу t). В цьому випадку зміна температури вздовж меридіональної координати s незначна і нею можна знехтувати. Тому можна прийняти, що температура в кожній складовій частині оболонки є функцією товщини γ і часу t, а переміщення − функціями часу і координати γ, s. Тоді система вихідних диференціальних рівнянь буде системою звичайних диференціальних рівнянь першого порядку зі сталими коефіцієнтами. Зауважимо, що її розв'язок можна відшукати ефективніше методом найменших квадратів [5] при кінцево-елементній апроксимації функції $T_s(t)$ (порівняно з викладеним вище різницевим відносно затрат машинного часу й оперативної пам'яті комп'ютера). У цьому разі суттєво спрощується процедура числового визначення параметрів термонапруженого стану кусково-однорідної оболонки (процедура розв'язування прямої задачі), яку використовують у запропонованому алгоритмі оптимізації.

Наприклад, знайдено оптимальний за напруженням режим однорідного нагрівання зовнішнім середовищем і заданими джерелами тепла вільної від силового навантаження кусково-однорідної циліндричної оболонки. Оболонка складається з трьох різних частин. Внутрішня її поверхня теплоізольована. Функцією керування є змінна в часі температура зовнішньої поверхні оболонки $T^+(t)$, що задовольняє такі умови:

$$T^+(0) = T_p;\;\; T^+(t_0) = T_0;\;\; \frac{dT^+(t)}{dt} \le 10°\text{C},\;\; \frac{dT^+(t_0)}{dt} = 0, \qquad (6)$$

де t_0 − час нагрівання оболонки від початкової температури T_p до максимальної T_0, $V_T = 10°\text{C}$ − задана швидкість нагрівання. Умови (6) є частковим випадком умов (1), (4) (перші три умови – (1), а четверта – (4)). В оболонці діють джерела тепла сталої густини $Q_{*k} = 10^5$ Вт/м^3. Складові тензора напружень задовольняють обмеження (2), а за критерій оптимальності приймають мінімум функціонала (3).

Числові дослідження проведені для складеної оболонки радіусом $R = 0.25$ м і товщиною $2h = 0.014$ м, складові частини якої виготовлені зі скла з фізико-механічними характеристиками, описаними в [1]. Дослідження засвідчили, що максимальні температурні напруження виникають у зоні спряження різнорідних частин оболонки. Унаслідок нагрівання від початкової температури до заданої розтягувальні температурні напруження є на внутрішній поверхні оболонки, а максимальні – кільцеві. Оптимальні режими нагрівання розраховані за умови, що величина допустимих розтягувальних напружень для всіх компонент однакова. Використання додаткового підігрівання названими джерелами тепла в розглядуваному випадку дає змогу скоротити тривалість режиму на 20 хв при тій же максимальній температурі нагрівання і тих самих максимальних значеннях складових тензора напружень порівняно з режимом, в якому є лише конвективне нагрівання.

1. *Будз С. Ф., Гачкевич Н. Г.* Оптимизация термообработки кусочно-однородных оболочек ЭЛП с учетом температурной зависимости характеристик материала // Физико-химическая механика материалов, 1987. – № 5. – С. 111–113.
2. *Григолюк Э. И., Подстригач Я. С., Бурак Я. И.* Оптимизация нагрева оболочек и пластин. – К.: Наук. думка, 1979. – 364 с.
3. *Подстригач Я. С., Коляно Ю. М., Семерак М. М.* Температурные поля и напряжения в элементах электровакуумных приборов. – К.: Наук. думка, 1981. – 344 с.
4. *Подстригач Я. С., Чернуха Ю. А.* Об уравнениях теплопроводности для тонкостенных элементов конструкций // Мат. методы и физ.-мех. поля. – 1975. – Вып. 2. – С. 54–59.
5. *Норри Д., Фриз Ж.* Введение в метод конечных элементов. – М.: Мир, 1983. – 489 с.
6. *Черноусько Ф. М., Баничук Н. В.* Вариационные задачи механики и управления. – М.: Наука, 1973. – 225 с.

OPTIMAL HEATING OF PIECE-WISE HOMOGENEOUS SHELLS OF REVOLUTION BY CONVECTION AND HEAT SOURCES

Mykola Gachkevich*, Orest Humenchuk*, Borys Chornyi**

**Pidstryhach Institute of applied problems of mechanics and mathematics National Academy of Sciences of Ukraine*

***The Lviv faculty of the Dnipropetrovsk state technical university*

With use of numerical methods the technique for stress-optimum heating of piece-wise homogeneous shells of revolution by convection or heat sources is developed. Local optimization criterium and continuous heating sources are considered.

Стаття надійшла до редколегії 23.11.1999