

УДК 539.377

## МОДЕЛЬ ТЕРМОМЕХАНІКИ ТІЛ НИЗЬКОЇ ЕЛЕКТРОПРОВІДНОСТІ В КВАЗІУСТАЛЕНИХ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ПОЛЯХ РАДІО- ТА ІНФРАЧЕРВОНОГО ДІАПАЗОНУ

Олександр Гачкевич, Тарас Курницький, Ростислав Терлецький

*Інститут прикладних проблем механіки і математики  
ім. Я. С. Підстригача НАН України*

Одним із актуальних напрямів сучасної механіки деформівного твердого тіла є вивчення термомеханічної поведінки тіл, спричиненої дією зовнішнього електромагнітного поля. Для цього є важливим створення конкретних розрахункових моделей для певних типів тіл, що суттєво відрізняються своїми електрофізичними властивостями. Широко розповсюдженим класом таких тіл є тіла низької електропровідності (ТНЕ), для матеріалу яких характерна поляризація і мала електропровідність ( $\sigma \leq 10^2$  (Ом·м)<sup>-1</sup>) у радіочастотному (до  $10^{11}$  Гц) і інфрачервоному ( $10^{11} \div 10^{15}$  Гц) діапазонах. Струми зміщення, що виникають під дією поля в таких тілах, є одного порядку (чи більше) зі струмами провідності, і для вектора поляризації  $\vec{P}$  властиві миттєва (пружна)  $\vec{P}_m$  і релаксаційна  $\vec{P}_p$  складові [1]. Зв'язок миттєвої поляризації з напруженістю  $\vec{E}$  електричного поля є лінійним

$$\vec{P}_m = \epsilon_0 \chi_m \vec{E}. \quad (1)$$

Релаксаційна складова  $\vec{P}_p$  пов'язана з  $\vec{E}$  відповідним еволюційним рівнянням

$$\frac{\partial \vec{P}_p}{\partial t} = \frac{1}{\tau_p} (\epsilon_0 \chi_p \vec{E} - \vec{P}_p), \quad (2)$$

де  $\chi_m, \chi_p$  – діелектричні проникності;  $\tau_p$  – час релаксації поляризації;  $\epsilon_0$  – електродинамічна стала. Якщо частоти зовнішнього електромагнітного поля  $\omega \ll 1/\tau_p$ , то залежність між електричним зміщенням  $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$  ( $\vec{P} = \vec{P}_p + \vec{P}_m$ ) і напруженістю електричного поля є еліптичною, а відповідні характеристики поляризації  $\epsilon', \epsilon''$  ( $\tilde{\epsilon} = \epsilon' - i\epsilon''$  – комплексна діелектрична проникність) залежать від частоти [1, 6, 7].

У запропонованій математичній моделі визначення спричиненого дією зовнішнього квазіусталеного електромагнітного поля напруженого стану лінійного термопружного ТНЕ прийнято, що взаємозв'язок електромагнітних, теплових і механічних процесів відбувається через тепловиділення, пондеромоторні сили і термопружне розсіяння енергії. Враховано тепловиділення Джоулеві і пов'язані з поляризацією в змінному полі, а пондеромоторні сили – дії на заряди (сили Кулона), диполі (сили Кельвіна) і струми (сили Ампера) [1]. Знаходження параметрів напруженого стану зводиться до розв'язування відповідних задач електродинаміки і наступного визначення те-

температури  $T$  і компонент тензора напружень  $\hat{\sigma}$  з системи рівнянь динамічної термопружності при відомих виразах для джерел тепла і об'ємних сил (відповідно тепловиділень і пондеромоторних сил). Для плоскої задачі як розв'язувальні функції вибирають величини  $T, \sigma_{ii} \pm \sigma_{jj}, \sigma_{ij}$  ( $i = x, j = y$  в прямокутній системі координат і  $i = r, j = \varphi$  – у циліндричній).

Для спрощення задачі розглянуто й ефективно використано різні наближення електродинаміки (залежно від співвідношення між довжиною електромагнітної хвилі  $\lambda$ , яка визначається частотою і характерним розміром тіла: квазістаціонарне поле, наближення геометричної оптики [6]). Для опису електромагнітного поля інфрачервоного (ІЧ) діапазону використана феноменологічна теорія випромінювання [2]. Характеристика поля випромінювання в тілі – спектральна інтенсивність випромінювання  $\bar{I}_\lambda(\vec{r}, \vec{s})$ , що є усередненою за період коливань електромагнітної хвилі густину потоку електромагнітної енергії (вектор Пойнтінга), визначають з квазістаціонарного рівняння перенесення

$$\frac{\partial I_\lambda(\vec{r}, \vec{s})}{\partial s} = a_\lambda [I_\lambda^*(T) - I_\lambda(\vec{r}, \vec{s})], \quad (3)$$

де  $I_\lambda^*(T)$  – спектральна інтенсивність власного випромінювання, що є функцією температури тіла і визначається за законом Планка;  $\vec{r}$  – радіус-вектор точки;  $\vec{s}$  – напрям поширення випромінювання;  $a_\lambda$  – експериментально вимірюваний коефіцієнт поглинання. Вирази для тепловиділень і пондеромоторних сил у цьому випадку визначають за аналогією з електродинамічною теорією на підставі рівнянь балансу електромагнітних енергії та імпульсу.

На базі згаданих вище наближень електродинаміки і методів спектральних розкладів розроблена методика розв'язування плоских задач для пластин і циліндричних тіл, які перебувають під дією електромагнітних полів височастотного (ВЧ), надвисочастотного (НВЧ) і ІЧ діапазонів. Зокрема, досліджено термопружний стан шару і циліндра в однорідному НВЧ полі і ВЧ полі конденсатора залежно від частотних характеристик поля і поляризаційних властивостей матеріалу цих тіл [1, 6]. Досліджено резонансні явища зумовлені як хвильовим характером поширення електромагнітного поля в ТНЕ, так і майже періодичною зміною в часі пондеромоторних сил і тепловиділень [7]. Визначено особливості розподілу температури і напружень у шарах різної прозорості залежно від енергетичних і спектральних характеристик зовнішнього ІЧ випромінювання (в можливому діапазоні зміни поглинальних властивостей матеріалу шару) [2].

Практичне використання електромагнітних полів різного частотного діапазону для нагріву твердих ТНЕ з метою інтенсифікації дифузійних процесів у них вимагає вивчення не лише їхньої термомеханічної поведінки, а й впливу поля на перенесення маси в таких багатокомпонентних тілах. Створення ефективної математичної моделі, що описує взаємопов'язані процеси перенесення тепла і маси та деформування в ТНЕ під дією поля, потребує врахування поряд з традиційними дифузійними явищами, – термодифузії, дифузії заряджених частинок під впливом кулонівських сил (вимушена дифузія), також дифузійних ефектів, пов'язаних з об'ємним ха-

рактором введення в ТНЕ електромагнітної енергії і відмінністю поляризаційних (поглинальних) властивостей складових компонент. У пропонованій узагальненій моделі термомеханіки ТНЕ вважають багатокомпонентними, що складаються з деформівної твердотільної матриці (каркасу) і дифундуючих у ній частинок (атомів чи молекул) домішкових компонент. За вихідну прийнято класичну континуальну модель твердої суміші [5]. Переміщення тіла і його деформації пов'язано з переміщеннями і деформаціями каркасу, а його швидкість вибрано як характеристичну. Рівняння балансу (збереження) механіки записують в інтегральній формі у вигляді парціальних рівнянь збереження. Такі рівняння для суміші отримують шляхом підсумовування парціальних рівнянь, і вони дають відмінні від класичних (за рахунок вибору характеристичної швидкості) вирази для тензора напружень, об'ємної сили, внутрішньої енергії і потоку тепла. Другий закон термодинаміки формулюють для суміші в цілому у вигляді нерівності ентропії (нерівності Клаузіуса).

Рівняння електродинаміки для багатокомпонентного ТНЕ визначають на основі статистичного осереднення мікроскопічних рівнянь для електромагнітного поля (статистичне формулювання співвідношень електродинаміки) [4]. Вектор поляризації подається як сума векторів поляризації окремих компонент, які мають різну поляризованість, а залежність між електричним зміщенням і напруженістю електричного поля є такою самою, як і у випадку однокомпонентного ТНЕ. Однак поляризаційні характеристики  $\epsilon'$ ,  $\epsilon''$  є функціями концентрацій  $c_k$  домішкових компонент тіла. У випадку зовнішньої електромагнітної дії ГЧ діапазону функцією  $c_k$  є коефіцієнт поглинання  $\alpha_\lambda$  [3, 8]. На підставі теоретичних обчислень і відомих з літератури експериментальних даних доведено, що при малих концентраціях домішкових компонент в ТНЕ (слабкий твердий розчин) згадані залежності є лінійними [3]. В цьому випадку отримується лінійний розклад для пондеромоторної сили стосовно концентрації компонент. Це дає змогу в розглядуваному багатокомпонентному тілі визначити вирази для масових сил електромагнітного походження на основі рівняння балансу імпульсу (знайти характеристики, які спричиняють вимушену дифузію).

При побудові конститутивних рівнянь моделі враховано, що внаслідок об'ємного характеру дисипації електромагнітної енергії (тепловиділень) і відмінності поляризаційних (поглинальних) властивостей компонент тіла в його мікрооб'ємах відбуваються нерівноважні процеси обміну енергією (встановлення теплової рівноваги) між компонентами. Для характеристики цих процесів уводять питомі енергії  $E_k$  компонент, які вважають відмінними від середньої енергії теплових коливань  $RT$  такого багатокомпонентного ТНЕ. Рівняння еволюції цих параметрів будують з урахуванням фононних і фотонних взаємодій компонент, що поляризуються (поглинають енергію випромінювання), тобто з залученням уявлень теорії теплових коливань твердого тіла і корпускулярної моделі перенесення випромінювання. Вирази для  $E_k$  дають змогу визначити потенціали Гіббса (хімічні потенціали) компонент суміші  $G_k = E_k \ln c_k$  і кінетичні коефіцієнти, які характеризують перенесення маси (коефіцієнти дифузії) при дії електромагнітного поля

$$D_k^{ef} = D_k(T) \exp[E_{act}/RT (1 - RT/E_k)],$$

де  $E_{act}$  – енергія активації дифузії,  $D_k(T)$  – коефіцієнт дифузії за відсутності дії електромагнітного поля.

На основі такої узагальненої моделі запропоновано методику кількісного опису взаємопов'язаних електромагнітних, теплових, дифузійних і механічних процесів у твердих ТНЕ з газовими домішками при дії зовнішнього ІЧ випромінювання [8]. Досліджено перенесення випромінювання, тепла та маси і термомеханічну поведінку напівпрозорого шару при дії ІЧ теплового випромінювання залежно від енергетичних і спектральних характеристик його джерела [3].

1. Бурак Я. Й., Гачкевич О. Р., Терлецький Р. Ф. Термомеханіка тіл низької електропровідності у зовнішніх квазіусталених електромагнітних полях // Доп. АН УРСР. – Сер. А. – 1989. – № 7. – С. 38–41.
2. Бурак Я. Й., Гачкевич О. Р., Терлецький Р. Ф. Термомеханіка тіл низької електропровідності при дії електромагнітного випромінювання інфрачервоного діапазону // Доп. АН УРСР. – Сер. А. – 1990. – № 6. – С. 40–43.
3. Гачкевич О. Р., Курницький Т. Л., Терлецький Р. Ф. Механотермодифузійні процеси в напівпрозорому твердому шарі при дії теплового інфрачервоного випромінювання // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 1998. – Т. 41, № 3. – С. 121–131.
4. Де Гроот С. Р., Сатторн Л. Г. Электродинамика. – М.: Наука, 1982. – 560 с.
5. Петров Н., Бранков Й. Современные проблемы термодинамики. – М.: Мир, 1986. – 288 с.
6. Терлецький Р. Ф. Математичне моделювання термомеханічних процесів в тілах низької електропровідності в зовнішньому квазіусталеному електромагнітному полі // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 1992. – Вип. 36. – С. 35–40.
7. Gachkevich A., Kaspersky Z., Solodiak M., Terletskii R. Mathematical modeling of resonance phenomena in electroconductive solids subjected to external quasisteady electromagnetic field // Zeszyty naukowe Politechniki Rzeszowskiej, Mechanica. – 1996. – Vol. 48. – P. 47–52.
8. Gachkevich A. R., Terletskii R. F., Kournyts'kyi T. L., Kasperski Z. Heat and mass transfer and thermal stresses in semitransparent multicomponent solid subjected to thermal infrared radiation // Proc. of Third Int. Congress in Thermal Stresses. – Krakow, 1999. – P. 421–424.

#### **THERMOMECHANICS OF LOW ELECTROCONDUCTIVE SOLIDS IN QUASISTEADY ELECTROMAGNETIC FIELDS OF RADIO- AND INFRARED RANGE**

**Alexandr Gachkevich, Taras Kournyts'kyi, Rostyslav Terletskii**

*Pidstryhach Institute of applied problems of mechanics and mathematics  
National Academy of Sciences of Ukraine*

Mathematical model for description of electromagnetic, thermal, diffusive and mechanical processes in low electroconductive solids in electromagnetic field of wide frequency range is proposed. Effect of the field is taken into account by dissipation of electromagnetic energy (heat sources), ponderomotive forces and energy exchange between components in micropoints of the solid.

Стаття надійшла до редколегії 24.11.1999