

УДК 539.3

ВИЗНАЧЕННЯ ХАРАКТЕРИСТИК ГУМОВИХ АМОРТИЗАТОРІВ

Богдан Дівеев, Олег Микитюк, Надія Тимошенко

Національний університет «Львівська політехніка»

Для визначення пружних характеристик гумових подушок, що слугують амортизаторами з'єднань жорстких елементів конструкцій, застосовують розрахункові схеми різного порядку точності. Складність таких розрахунків зумовлена складними геометричними формами цих елементів, невідомими наперед розмірами контактних зон, нелінійними деформівними характеристиками гумових матеріалів, конструктивною неоднорідністю матеріалу. Крім того, зазначимо: внаслідок того, що коефіцієнт Пуассона ν гумових матеріалів приблизно дорівнює 0.5, вони є практично нестисливими, і навіть у простих умовах деформування в гумовому елементі виникає об'ємний напружений стан. Як описано в [1], у процесі деформації гумового шару між площиною і круглим циліндричним тілом виникають скінченні нелінійні розподіли переміщень і напружень, тоді як апіорна гіпотеза про лінійність цих приводить до безмежних значень контактної тиску при $\nu = 0.5$.

Розглянемо жорстку обойму, у якій міститься неоднорідний пружний матеріал (гума), що його деформує симетричний жорсткий криволінійний штамп (рис. 1).

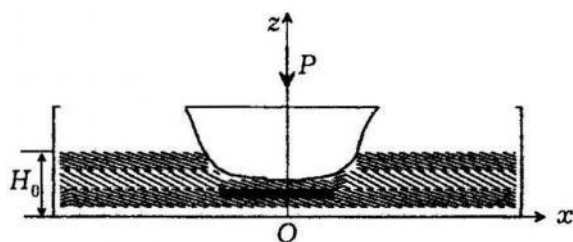


Рис. 1.

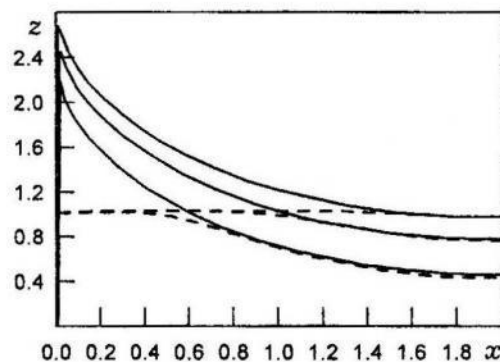


Рис. 2.

Систему координат виберемо, як показано на рис. 1. Враховуючи умови симетрії конструкції, достатньо розглянути її половину. Спочатку розглянемо плоский випадок, вплив матеріалу в напрямі осі Oy врахуємо пізніше.

Застосуємо варіаційний принцип Лагранжа для цього елемента:

$$\int_V (\sigma_{xx} \delta \epsilon_{xx} + \sigma_{zz} \delta \epsilon_{zz} + \tau_{xz} \delta \epsilon_{xz}) dV - \int_S [(pn_x + \tau n_y) \delta u + (pn_y - \tau n_x) \delta w] dS = 0, \quad (1)$$

де p – нормальне контактне зусилля; τ – дотичне контактне зусилля; n_x, n_y – косинуси нормалі до лінії контакту.

Для переміщень виберемо таку апроксимацію:

$$u = u_{ij} \varphi_i(x) z^j, w = w_{ij} \psi_i(x) z^j. \quad (2)$$

В (1) контактний тиск p і контактне дотичне напруження τ невідомі. Апроксимуємо їх виразами

$$p = p_i (1 - x_1^2)^{\alpha_i}, \quad \tau = \tau_i x_1^{\beta_i}, \quad (3)$$

де $x_1 = (L - x)/a$, a – довжина контактної зони; L – півдовжина подушки.

Підставивши (2), (3) в (1), використавши закон Гука та виразивши деформації через переміщення (2), отримуємо систему звичайних алгебричних рівнянь на u_{ij}, w_{ij} . Невідомі p_i та τ_i знаходимо з кінематичної умови спряження поверхні штампу з верхньою площиною шару. Функції φ, ψ вибрані такими:

$$\varphi_i(x) = \sin(i\pi x/L), \psi_i = \sin((2i-1)\pi x/2). \quad (4)$$

Обчислення засвідчили, що ліпшою є така модифікація алгоритму (1)–(4): координатні функції для поздовжнього зміщення залишаються попередніми (2), а нормальні дещо зміненими

$$\varphi_i(x) = \sin(i\pi x/L), \psi_i = \mu(x) \sin((2i-1)\pi x/2), \quad (5)$$

де μ залежить від ступеня попередньої зміни товщини подушки

$$\mu(x) = \frac{H_0}{h(x)} [1 + a_1(x - L) + a_2(x - L)^2 + \dots] = \frac{H_0}{h(x)} A(x) \quad (6)$$

та від деякої довільної алгебричної функції $A(x)$, яку вибирають на підставі числових експериментів. Таку заміну зроблено тому, що оскільки у нас, на відміну від методу скінченних елементів, апроксимації задані глобальними аналітичними виразами, то потрібне згущення їх у зоні зростання інтенсивності напружень можливе саме таким шляхом. Справді, якщо задати всі $a_i = 0$, то $A(x) = 1$ і з (2) та (5) випливає, що однакова зміна в координатній функції w_{ij} викликає однакову зміну переміщення як під штампом, так і у вільній зоні. Для визначення додаткових невідомих p_i, τ_i для контактних зусиль використаємо умови контакту. Це можуть бути: умови жорсткого з'єднання штампу з основою; умови відсутності дотичних навантажень (штамп без тертя); комбіновані умови з зонами проковзування.

На підставі (1)–(6) розроблено комплекс програм алгоритмічною мовою Фортран-77. Розглянуто тестовий приклад – круглий штамп без тертя. Тиск апроксимовано одним доданком у (3)

$$p = p_1 (1 - x_1^2)^{\alpha_1}. \quad (7)$$

Так само лише першим членом апроксимована масштабна функція $\mu(x)$ (6). На рис. 2 показані переміщення вільної поверхні шару при різних значеннях тиску.

На деформацію подушки значно впливає те, що вона займає деякий скінченний об'єм, обмежений жорсткими порівняно з її матеріалом сталє-

вими елементами. У разі навантаження нестисливого матеріалу в закритому об'ємі спостерігають значне зростання жорсткості, викликане саме неможливістю його об'ємного стиску. Тому треба врахувати деформацію подушки і в напрямі твірної циліндричного штамп. Це можна зробити, розглянувши тривимірний напружений стан та ввівши систему тривимірних координатних функцій, аналогічно як і для плоскої задачі. Проте це значно б ускладнило розв'язок задачі. Тому запропоновано напіврекурентний спосіб визначення об'ємного напруженого стану. З геометрії (значна довжина зони контакту вздовж твірної штамп) можна вважати ефекти, викликані скінченними розмірами зони контакту в напрямі осі Oy , зосередженими лише на краях $y = \pm b$. Для визначення їхнього внеску в розподіл напружень вважаємо їх відомими та залежними від товщини $h(x)$ шару під штампом, що стискається, та контактного тиску $p(x)$.

У результаті отримуємо такі доданки:

$$\varepsilon_y = \tilde{\varepsilon}_y(y, z) p(x) h(x), \varepsilon_{yz} = \tilde{\varepsilon}_{yz}(y, z) p(x) h(x). \quad (8)$$

Тут величини з тильдою – це функції, що мають характер крайового ефекту, отримані на підставі розв'язку допоміжної задачі про стиск шару гуми. Числова схема для їхнього отримання подібна до (1)–(6) і наведена нижче. Зазначимо, що великі значення, виявлені для тангенціальних деформацій, узгоджуються з таким відомим фактом, що контактні напруження у штампі з кутовими точками набувають нескінченних значень [1].

Враховуючи (8), (1) матиме вигляд

$$\int_V (\sigma_{xx} \delta \varepsilon_{xx} + \sigma_{zz} \delta \varepsilon_{zz} + \tau_{xz} \delta \varepsilon_{xz}) dV - \int_S [(pn_x + \tau n_y) \delta u + (pn_y + \tau n_x) \delta w] dS + \int_{V_k} p(x) (\tilde{\sigma}_{xx} \delta \varepsilon_{xx} + \tilde{\sigma}_{zz} \delta \varepsilon_{zz} + \tilde{\tau}_{xz} \delta \varepsilon_{xz}) dV = 0, \quad (9)$$

де $\tilde{\sigma}_{xx} = C_{xy} \tilde{\varepsilon}_y h(x)$, $\tilde{\sigma}_{zy} = C_{zy} \tilde{\varepsilon}_y h(x)$, $\tilde{\tau}_{xz} = G_{yz} \tilde{\varepsilon}_{yz} h(x)$.

Для обчислення значень деформацій і напружень з тильдою розглянемо розв'язок статичної задачі попереднього плоского стиску еластичного елемента. Для числового аналізу застосуємо дещо інший підхід, ніж (1)–(6). Розглянемо деякий однорідний розподіл вертикального стиску шару.

Переміщення запишемо в такому вигляді:

$$v = v_0 + v_{ij} \sin((2i-1)\pi z/H) y^{2j-1}, \\ w = w_0 + w_{ij} \sin(2i\pi z/H) y^{2j-2}. \quad (10)$$

Тут v_0 , w_0 – переміщення, що відповідають однорідному стиску вздовж осі z . Згідно з кінематичними гіпотезами (10) бачимо, що розглядають неперервний контакт між шаром і стискними поверхнями.

Підстановкою (10) у варіаційний принцип отримуємо рівняння

$$\int_V (\sigma_{xx} \delta \varepsilon_{xx} + \sigma_{zz} \delta \varepsilon_{zz} + \tau_{xz} \delta \varepsilon_{xz}) dV = \int_{V_k} (\sigma_{yy}^0 \delta \varepsilon_{yy} + \sigma_{zz}^0 \delta \varepsilon_{zz} + \tau_{yz}^0 \delta \varepsilon_{yz}) dV = \\ = \int_{V_k} (C_{yz} \varepsilon_{zz}^0 \delta \varepsilon_{yy}) dV. \quad (11)$$

На рис. 3, а-в показані розподіли деформацій ε_{yy} та напружень σ_{zz} , τ_{xz} . З наведених числових даних можна зробити висновок, що найбільша концентрація дотичних напружень є в кутових точках.

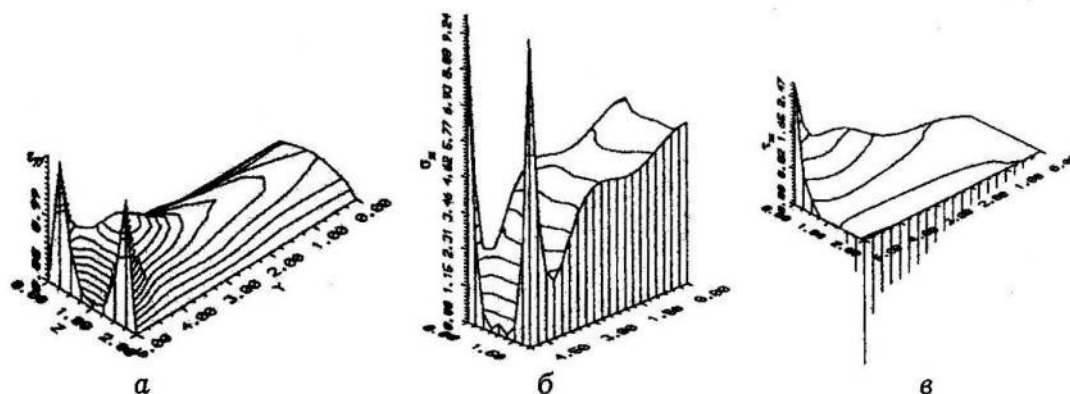
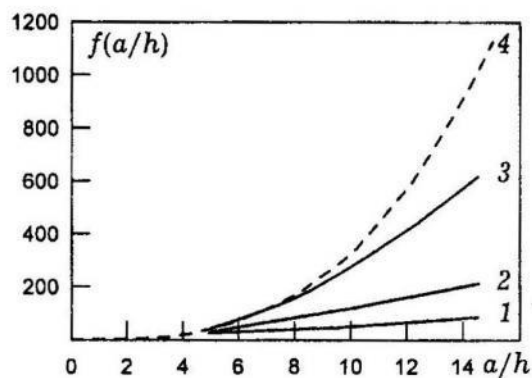


Рис. 3.

На рис. 4 зображена залежність стисного зусилля від параметра a/h (a – ширина плоского шару, h – його висота) для різних значень ν ($m \equiv \nu$).

Усі суцільні криві на рис. 4, навіть при $\nu = 0,498$, мають прямолінійну ділянку у разі збільшення a/h , що свідчить про зменшення впливу крайових напружень. На відміну від апроксимацій з $\nu = 0,5$ [2], ці криві ліпше узгоджуються з експериментальними даними.

Рис. 4. 1 – $m = 0.470$; 2 – $m = 0.490$; 3 – $m = 0.998$; 4 – $m = 0.500$.

1. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия. – М.: Мир, 1989. – 509 с.
2. Лавендел Э. Э. Расчет резинотехнических изделий. – М.: Машиностроение, 1976. – 232 с.

DETERMINATION OF THE PERFORMANCES FOR ELASTIC SHOCK ABSORBERS

Bogdan Diveiev, Oleg Mykytiuk, Nadia Tymoshenko

National University «Lvivska Politechnika»

Indentation of constrained elastic shaft by a semi-infinite rigid cylindrical body is investigated. The effective procedure for decoupling of three-dimension elastic problem to two plane problems is presented. Some results established by variation-collocation method are presented.

Стаття надійшла до редколегії 22.12.1999