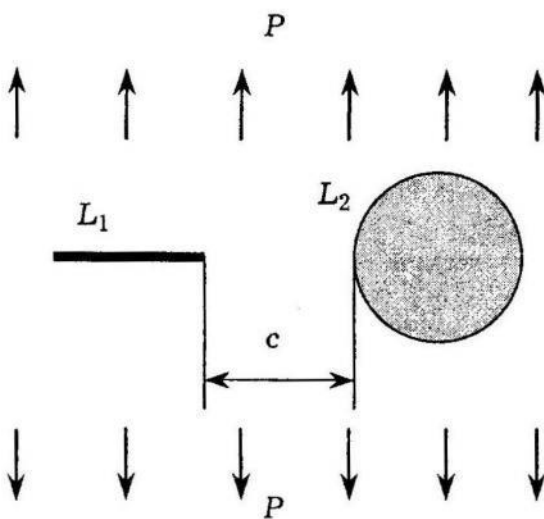


УДК 539.3

НАПРУЖЕНИЙ СТАН АНІЗОТРОПНОЇ ПЛАТІВКИ З ЕЛІПТИЧНИМ ПРУЖНИМ ВКЛЮЧЕННЯМ ЗА НАЯВНОСТІ ТРІЩИНИ АБО ЛІНІЙНОГО ЖОРСТКОГО ВКЛЮЧЕННЯ

Стефан Калосров, Олена Горянська, Юлія Шаповалова

Донецький державний університет



Розглянемо анізотропну платівку з еліптичним отвором, до якого впаяно без попереднього натягу ядро з іншого анізотропного матеріалу. Платівка має прямолінійний розріз або абсолютно жорстке лінійне включення, які розглядатимемо як частковий випадок еліптичного дефекту з нульовою піввіссю. Платівку на нескінченності описують зусилля $\sigma_y^\infty = p$, що діють перпендикулярно до лінії тріщини (лінійного включення).

Визначення напруженого стану розглядуваної платівки зведено [1, 2] до знаходження комплексних потенціалів

ціалів

$$\Phi'_j(z_j) = \Gamma_j + \sum_{l=1}^2 \sum_{p=1}^{\infty} \frac{p a_{jlp}}{\zeta_{kl}^{p-1} R_{jl} (\zeta_{jl}^2 - m_{jl})} \quad (j = 1, 2), \quad (1)$$

для платівки та

$$\Phi_j^{(2)}(z_j^{(2)}) = \sum_{n=0}^{\infty} n b_{kn}^2 \frac{(z_j^{(2)})^{n-1}}{(R_j^{(2)})^n}, \quad (2)$$

для включення із крайових умов [3]

$$2 \operatorname{Re} \sum_{j=1}^2 \beta_{q1} \delta_j \Phi'_j(z_j) = f_{q1}(t) \quad (q = 1, 2), \quad (3)$$

на вільній від підкріплень або жорстко підкріплених тріщині та

$$2 \operatorname{Re} \sum_{j=1}^2 \{ \beta_{q2} \delta_j \Phi'_j(z_j) + \beta_{qj}^{(2)} \delta_j^{(2)} \Phi_j^{(2)}(z_j^{(2)}) \} = \varphi_{q2} \quad (q = \overline{1, 4}) \quad (4)$$

на поверхні пружного включення. Тут ζ_{jl} – змінні, визначені з неявних залежностей [1]

$$z_j = z_{0jl} + R_{jl} (\zeta_{jl} + m_{jl}/\zeta_{jl}),$$

$$R_{jl} = \frac{a_l - i\mu_j b_j}{2}, \quad m_{jl} = \frac{a_l + i\mu_j b_j}{2R_{jl}}; \quad (5)$$

a_l , b_l – півосі еліпса L_l ; Γ_j – відомі сталі [1]; a_{jlp} та $b_{kn}^{(2)}$ – невідомі сталі, які визначають з крайових умов.

Функції $\Phi_j(z_j)$ та $\Phi_j^{(2)}(z_j^{(2)})$ визначені відповідно в областях, що отримані з області S за допомогою афінних перетворень $z_j = x + \mu_j y$ та $z_j^{(2)} = x + \mu_j^{(2)} y$.

Використовуючи метод найменших квадратів таким же чином, як і в [1, 2], отримуємо систему лінійних алгебричних рівнянь для визначення невідомих сталих, що входять у функції (1), (2). Після розв'язання цієї системи напруження в пластинці та включеннях обчислюють за відомими формулами [3], а коефіцієнти інтенсивності напружень (КІН) для кінців прямолінійного розрізу чи включення так [1]:

$$K_1 = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2r} \sigma_y; \quad K_2 = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2r} 2\tau_{xy}. \quad (6)$$

Виконано числові дослідження розподілу напружень та зміни КІН для анізотропної платівки з тріщиною або жорстким лінійним включенням L_1 одиничної напівдовжини та круговим пружним ядром з контуром L_2 одиничного радіуса. Вважали, що платівка виготовлена з ортотропного склопластику, для якого $a_{11} = 6.711$; $a_{12} = 2.081$; $a_{13} = a_{16} = a_{26} = 0$; $a_{22} = 166.670$; $a_{66} = 250.00$; $\mu_1 = 0.831 i$; $\mu_2 = 6.481 i$. Для коефіцієнтів деформації матеріалу ядра вважали $a_{ij}^{(2)} = \lambda a_{ij}$. У цьому разі коефіцієнт λ може набувати довільних значень. Значення λ , що дорівнюють ∞ або 0 , відповідають випадкам абсолютно податного (платівка з отвором) або абсолютно жорсткого ядра. Результати, наведені нижче, якщо інше не обумовлено, наведені для $\lambda = 2$.

У табл. 1 для деяких значень відстані між кінцем тріщини та контуром отвору s наведені значення нормальних напружень σ_θ^2 у платівці навколо контуру L_2 на площинах, перпендикулярних до контуру, та значення КІН для кінців тріщини або жорсткого лінійного включення L_1 . У цьому випадку θ – центральний кут кола L_2 , який відлічують від додатного напрямку осі Ox проти годинникової стрілки. З наведених даних можна зробити висновки, що у разі зближення тріщини з отвором виникає значне підвищення концентрації напружень у точках контуру L_2 при $5\pi/6 < \theta < 7\pi/6$, а також значень КІН; унаслідок зближення жорсткого лінійного включення з отвором значення КІН майже не змінюються, а концентрація напружень на контурі отвору значно зменшується.

Таблиця 1

с	Платівка з тріщиною та отвором					Платівка з жорстким лінійним включенням та отвором				
	K_1^-	K_1^+	θ			K_1^-	K_1^+	θ		
			0	$\pi/2$	π			0	$\pi/2$	π
∞	1.000	1.000	2.36	-5.38	2.36	0.010	0.010	2.36	-5.39	2.36
1	1.091	1.198	2.46	-5.87	2.40	0.011	0.010	2.06	-3.86	1.87
0.5	1.146	1.383	2.51	-6.01	2.54	0.012	0.007	1.90	-3.04	1.26
0.1	1.217	1.962	2.56	-6.04	5.89	0.017	0.009	1.83	-2.71	-0.28
0.01	1.220	2.751	2.60	-6.72	22.01	0.017	0.010	1.87	-2.70	-0.28

У табл. 2 для різних значень відстані s наведені значення нормальних напружень σ_θ^2 та σ_r^2 у пружному включенні на межі контакту з платівкою, а також КІН для кінців тріщини або жорсткого лінійного включення L_1 . Як бачимо, у разі зближення тріщини з пружним включенням значення КІН та напружень σ_θ^2 значно змінюються, значення напружень σ_r^2 змінюються мало. Унаслідок зближення жорсткого лінійного включення з пружним включенням значення КІН змінюються мало.

Таблиця 2

с	K_1^-	K_1^+	σ_θ^2			σ_r^2		
			θ			θ		
			0	$\pi/2$	π	0	$\pi/2$	π
Платівка з тріщиною та пружним включенням								
∞	1.000	1.000	1.39	-0.65	1.39	-0.14	-0.65	-0.14
1	0.749	0.595	1.37	-0.61	1.39	-0.12	0.75	-0.01
0.5	0.687	0.452	1.34	-0.53	1.33	-0.12	0.78	-0.03
0.1	0.594	0.076	1.27	-0.38	0.45	-0.09	0.83	0.29
0.01	0.590	0.027	1.26	-0.37	0.29	-0.09	0.83	0.66
Платівка з жорстким лінійним включенням та пружним включенням								
∞	0.010	0.010	1.39	-0.65	1.39	-0.14	0.69	-0.14
1	0.010	0.010	1.30	-0.43	1.20	-0.14	0.78	-0.09
0.5	0.010	0.009	1.26	-0.37	0.99	-0.13	0.82	-0.05
0.1	0.010	0.008	1.22	-0.30	0.21	1.22	0.84	0.00
0.01	0.010	0.008	1.22	-0.29	0.06	1.22	0.85	0.03

Для різних λ дослідження, аналогічні до наведених вище, довели що зі збільшенням λ значення напружень σ_{θ}^2 навколо контуру пружного включення та КІН для кінців розрізу або лінійного включення збільшуються, а значення напружень σ_r^2 зменшуються.

1. Калоеров С. А., Горянская Е. С. Двумерное напряженно-деформированное состояние многосвязного анизотропного тела // Концентрация напряжений / Под ред. А. Н. Гузя и др. – К.: А.С.К., 1998. – Т. 7. – С. 10–26.
2. Калоеров С. А., Горянская Е. С., Шаповалова Ю. Б. Исследование напряженного состояния анизотропного тела с эллиптическими отверстиями, упругими включениями и трещинами // Теор. и прикл. механика. – 1999. – Вып. 30. – С. 175–187.
3. Лехницкий С. Г. Теория упругости анизотропного тела. – М.: Наука, 1977. – 416 с.

STRESS STATE OF THE ANISOTROPIC PLATE WITH ELLIPTIC ELASTIC INCLUSION AND CRACK OR LINEAR RIGID INCLUSION

Stefan Kaloerov, Olena Goryanska, Yulia Shapovalova

Donetsk state university

The stress state problem for the anisotropic plate with elliptic elastic inclusion and crack or linear rigid inclusion was solved. Influence of the geometric parameters of the plate on the stress state was investigated.

Стаття надійшла до редколегії 22.11.1999