

УДК 539.377

**ТЕРМОПРУЖНІ ПРОЦЕСИ В ДОВГОМУ ПОРОЖНИСТОМУ
ЕЛЕКТРОПРОВІДНОМУ НЕФЕРОМАГНІТНОМУ ЦИЛІНДРІ ПРИ
ІМПУЛЬСНИХ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ДІЯХ****Роман Мусій, Лідія Швець, Наталія Мельник***Національний університет «Львівська політехніка»*

Формулювання задачі. Розглянемо однорідний неферромагнітний довгий порожнистий циліндр, віднесений до циліндричної системи координат (r, φ, z) , який перебуває під дією зовнішнього нестационарного електромагнітного поля (ЕМП), заданого поверхневими значеннями вектора напруженості магнітного поля $\vec{H} = \{0; 0; H_z\}$. У циліндрі індукується вторинне ЕМП, що створює в ньому розподіл нестационарних джоулевих тепловиділень Q і об'ємних пондеромоторних сил $\vec{F} = \{F_r; 0; 0\}$. Механо- і термоелектричними ефектами, поляризацією і намагнічуванням, а також впливом рухомості середовища на струми провідності нехтується, а процеси теплопровідності і деформації в тілі зумовлюються джоулевими тепловиділеннями і пондеромоторними силами. За вихідну приймається система рівнянь динамічної незв'язної електромагнітотермопружності [1]. Обчислення задачі складається з трьох етапів. На першому визначають розподіл ЕМП, джоулевих тепловиділень і пондеромоторних сил. На другому – розподіл температурного поля, зумовленого джоулевими тепловиділеннями, на третьому – з рівнянь термопружності визначають термонапружений стан, зумовлений джоулевим нагрівом і дією пондеромоторних сил. Розглянемо кожний з етапів.

Аксіальна компонента $H_z = H(r, t)$ вектора напруженості $\vec{H}$ магнітного поля визначається з рівняння

$$\frac{\partial^2 H}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial H}{\partial r} - \sigma_0 \mu \frac{\partial H}{\partial t} = 0 \quad (1)$$

при граничних умовах

$$H(r_0, t) = H^-(t), \quad H(r_1, t) = H^+(t) \quad (2)$$

на внутрішній $r = r_0$ і зовнішній $r = r_1$ поверхнях і нульовій початковій умові.

За знайденою функцією H питомі густини джоулевих тепловиділень Q і радіальної компоненти пондеромоторної сили $F_r = F(r, t)$ визначаються співвідношеннями

$$Q = \frac{1}{\sigma_0} \left(\frac{\partial H}{\partial r} \right)^2, \quad F = -\mu \frac{\partial H}{\partial r} H, \quad (3)$$

де σ_0 , μ – коефіцієнти електропровідності і магнітної проникливості матеріалу циліндра, t – час. За знайденим виразом Q температурне поле в циліндрі визначається з рівняння теплопровідності

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} - \frac{1}{\kappa} \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{Q}{\lambda} \quad (4)$$

при граничних умовах конвективного теплообміну і нульовій початковій умові, де κ , λ – коефіцієнти температуро- та теплопровідності.

Відмінні від нуля компоненти σ_{rr} , $\sigma_{\varphi\varphi}$, σ_{zz} тензора динамічних напружень визначають з такої системи рівнянь [2]

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \sigma_{rr}}{\partial r^2} + \frac{3}{r} \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} - \frac{1}{c_1^2} \frac{\partial^2 \sigma_{rr}}{\partial t^2} &= -\frac{2-\nu}{1-\nu} \frac{F_r}{r} - \frac{\partial F_r}{\partial r} - \frac{\alpha E}{1-\nu} \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\alpha E(1+\nu)}{1-\nu} \frac{\partial^2 T}{\partial t^2}, \\ \frac{\partial^2 \sigma_{\varphi\varphi}}{\partial t^2} - \frac{2c_2^2}{1-\nu} \frac{1}{r^2} \sigma_{\varphi\varphi} &= -\frac{2c_2^2}{1-\nu} \left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial(r\sigma_{rr})}{\partial r} + \frac{F_r}{r} \right) - \frac{\nu}{1-\nu} \frac{\partial^2 \sigma_{rr}}{\partial t^2} - \frac{\alpha E}{1-\nu} \frac{\partial^2 T}{\partial t^2}, \\ \sigma_{zz} &= \nu(\sigma_{rr} + \sigma_{\varphi\varphi}) - \alpha E T. \end{aligned} \quad (5)$$

Початкові умови на функції σ_{rr} і $\sigma_{\varphi\varphi}$ будуть

$$\sigma_{rr}(r, 0) = \sigma_{\varphi\varphi}(r, 0) = 0, \quad \frac{\partial \sigma_{rr}(r, 0)}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_{\varphi\varphi}(r, 0)}{\partial t} = -\frac{\alpha E}{1+\nu} \frac{\partial T(r, 0)}{\partial t}, \quad (6)$$

а граничні умови на функцію σ_{rr} при вільних від зовнішнього навантаження зовнішніх поверхнях циліндра запишемо

$$\sigma_{rr}(r_0, t) = \sigma_{rr}(r_1, t) = 0, \quad (7)$$

де $c_1 = ((1-\nu)E/(\rho(1+\nu)(1-2\nu)))^{-1/2}$, $c_2 = (E/(2\rho(1+\nu)))^{1/2}$ – швидкості пружних хвиль розширення і спотворення, ν – коефіцієнт Пуассона, α – коефіцієнт лінійного теплового розширення, E – модуль пружності, ρ – густина.

Числовий аналіз задачі виконували для циліндра зі сталі X18H9T з внутрішнім $r_0 = 8$ мм і зовнішнім $r_1 = 10$ мм радіусами поверхонь при дії електромагнітного імпульсу (ЕМІ) тривалістю $\tau_i = 10^{-4}$ с, що моделювався функцією $H_0(t) = k \cdot H_0(\exp(-\beta_1 t) - (\exp(-\beta_2 t)))$. Тут β_1 і β_2 – параметри, які відповідають часові фронту наростання і фронту спадання імпульсу, H_0 – максимальне значення напруженості магнітного поля в імпульсі, k – нормуючий коефіцієнт.

На рис. 1–3 зображено розподіл в часі при $r = 9.8$ мм джоулевих тепловиділень Q , радіальної пондеромоторної сили F_r і температури T . На інших рисунках зображено розподіли в часі квазістатичних напружень σ_{rr} і $\sigma_{\varphi\varphi}$, зумовлених дією пондеромоторної сили (рис. 4) і джоулевим тепловим на-

грівом (рис. 5). Криві 1 відповідають радіальним напруженням σ_{rr} , а криві 2 – кільцевим напруженням $\sigma_{\phi\phi}$. Як видно з графіків, пондеромоторна сила та зумовлені нею напруження мають імпульсний характер, розподіл температури відповідає тепловому удару зі скінченною швидкістю.

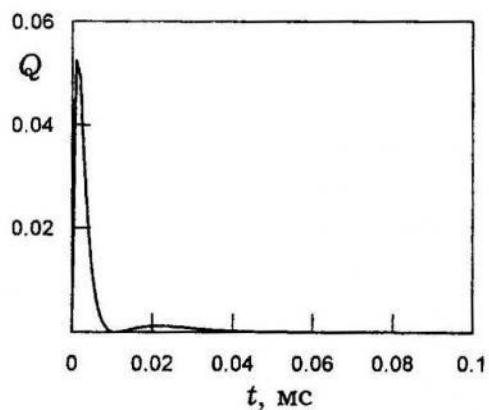


Рис. 1.

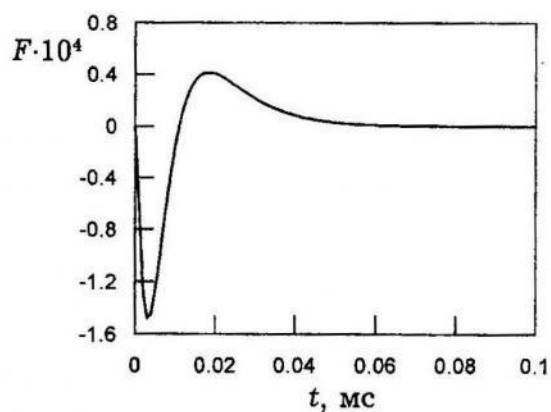


Рис. 2.

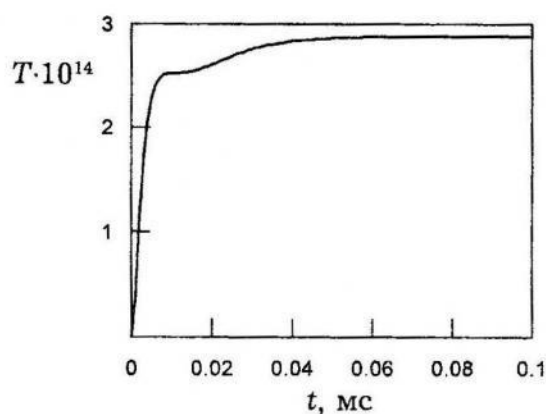


Рис. 3.

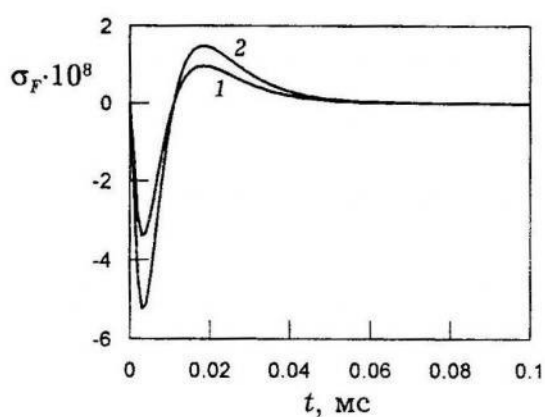


Рис. 4.

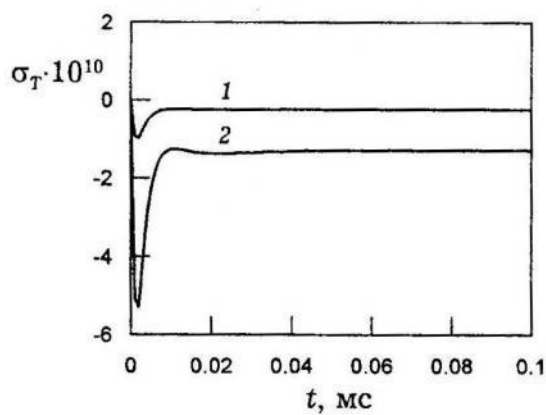


Рис. 5.

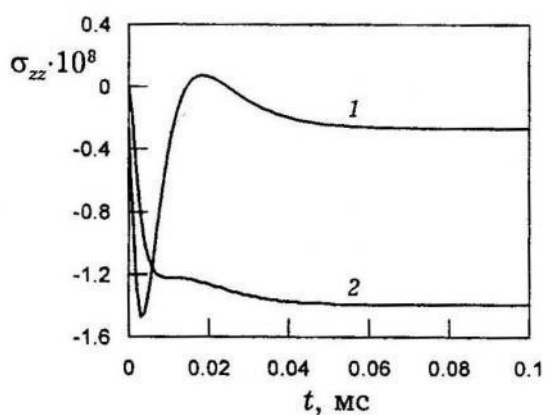


Рис. 6.

При даних параметрах ЕМІ напруження σ_{rr} і $\sigma_{\phi\phi}$, зумовлені пондеромоторною силою, значно більші від аналогічних напружень внаслідок джоулевого нагріву. На рис. 6 зображено розподіл у часі осьових напружень σ_{zz} . Крива 1 відповідає напруженням, зумовленим дією пондеромоторної сили, а криві 2 – напруженням за рахунок джоулевого нагрівання.

Динамічні напруження осцилюють навколо квазістатичних і їхні максимальні значення не більше як в 1.5 рази перевищують квазістатичні напруження. Зауважимо, що всі величини віднесені до H_0^2 – квадрата максимальної напруженості магнітного поля.

На підставі розглядуваного вище формулювання незв'язаної динамічної задачі електромагнітотермопружності для довгого циліндра в працях [3, 4] одержано розв'язки і виконано числовий аналіз термопружних процесів у порожнистому однорідному та біметалевому циліндрах при дії радіоімпульсів на поверхнях, а в [5] – розв'язки і аналіз для суцільного циліндра при магнітному ударі на поверхні.

1. Гачкевич О. Р., Мусій Р. С. Термомеханіка електропровідних тіл при дії неусталених електромагнітних полів. – Львів, 1993. – 54 с. (Препринт / АН України. Ін-т прикл. проблем механіки і математики ім. Підстригача; № 3–93).
2. Мусій Р. С. Формулювання і розв'язування в напруженнях плоских крайових задач динамічної термопружності для циліндричних тіл / Прикладна математика. Вісник ДУ «ЛП». – 1999. – № 364. – С. 326–333.
3. Мусій Р. С. Динамічна задача електромагнітотермопружності для довгого порожнистого циліндра при дії радіоімпульсів на поверхнях // Мат. методи і фіз.-мех. поля. – 1997. – Т. 40, № 3. – С. 141–147.
4. Мусій Р. С., Мельник Н. Б., Микитюк О. А. Динамічні термопружні процеси в довгому біметалевому порожнистому циліндрі при дії радіоімпульсів / Прикладна математика. Вісник ДУ «ЛП». – 1998. – № 337. – С. 238–240.
5. Мусій Р. С. Термонапружений стан неферромагнітного циліндра при магнітному ударі на поверхні / Прикладна математика. Вісник ДУ «ЛП». – 1997. – № 320. – С. 175–178.

THERMOELASTICITY PROCESSES IN THE LONG HOLLOW ELECTROCONDUCTIVE NON-FERROMAGNETIC CYLINDER WITH IMPULSE ELECTROMAGNETIC INFLUENCE

Roman Musij, Lidiya Shvets, Nataliya Melnyk

National University «Lvivska Politechnika»

The mathematical formulation of the dynamical problem of the thermoelasticity for the long hollow cylinder has been made. Results of the numerical analyze with the influence of the electromagnetic impulses on the external surfaces, have been written, which show dynamicity of the thermoelasticity process.

Стаття надійшла до редколегії 31.01.2000