

УДК 539.3

ТРИВІСНИЙ НАПРУЖЕНИЙ СТАН У ПЛАСТИНІ, ЗВАРЕНИЙ ПРЯМОЛІНІЙНИМ ШВОМ

Олег Шаблій, Любов Цимбалюк

Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя

Під час зварювання листових конструкцій трапляються різні комбінації деталей, які з'єднуються прямолінійними швами. Залишкові напруження і деформації, які виникають, суттєво впливають на міцність, точність виготовлення і витривалість таких конструкцій. Для їхнього визначення широкого розповсюдження набувають розрахунково-експериментальні методи, зокрема метод умовних пластичних деформацій [1, 2], який ґрунтується на розв'язанні обернених задач механіки деформівних твердих тіл з власними напруженнями та використанні експериментальної інформації, отриманої за допомогою одного з неруйнівних методів або їх синтезу.

За таким підходом для певного класу полів залишкових пластичних деформацій, зумовлених зварюванням, визначають тривісний напружений стан у пластині (яка моделюється плоским шаром) з прямолінійним нескінченним стиковим швом.

Розглянемо рівновагу нескінченного шару завтовшки $2h$ під дією поля пластичних деформацій e_{ij}^0 . Віднесемо шар до декартової системи координат X_1, X_2, X_3 (рис. 1) і подамо компоненти тензора малої деформації у вигляді $e_{ij} = e_{ij}^e + e_{ij}^0$, $i, j = \overline{1, 3}$. Тут e_{ij} – компоненти тензора повної деформації; e_{ij}^0 – компоненти тензора пластичних деформацій; e_{ij}^e – компоненти тензора пружних деформацій. Введемо безрозмірну систему координат $x = X_1/h$, $y = X_2/h$, $z = X_3/h$ і спрямуємо вісь y уздовж осі шва, а вісь z уздовж нормалі до серединної поверхні пластини. Розглянемо випадок, коли пластина (шар) перебуває в умовах плоскої деформації і її поверхні $z = \pm 1$ вільні від навантаження, а поле e_{ij}^0 описується функціями $e_{xx}^0 = e_{xx}^0(x, z)$, $e_{yy}^0 = e_{yy}^0(x, z)$, $e_{zz}^0 = e_{zz}^0(x, z)$, $e_{xz}^0 = e_{yz}^0 = e_{xy}^0 = 0$. Тоді диференціальні рівняння рівноваги і суцільності деформацій у напруженнях та граничні умови можна записати у вигляді

$$\partial_1 \sigma_{xx} + \partial_2 \sigma_{zx} = 0, \quad \partial_1 \sigma_{xz} + \partial_2 \sigma_{zz} = 0, \quad (1)$$

$$\nabla^2 \sigma = \frac{E}{1-\mu^2} (\partial_1^2 e_{zz}^0 + \partial_2^2 e_{xx}^0 + \mu \nabla^2 e_{xy}^0), \quad (2)$$

$$\sigma_{zz}|_{z=\pm 1} = 0, \quad \sigma_{xz}|_{z=\pm 1} = 0, \quad (3)$$

де σ_{xx} – поперечні, σ_{zz} – нормальні, а $\sigma_{xz} = \sigma_{zx}$ – дотичні напруження; $\sigma = \sigma_{xx} + \sigma_{zz}$, $\partial_1 = \partial/\partial x$, $\partial_2 = \partial/\partial z$, $\nabla^2 = \partial_1^2 + \partial_2^2$. Поздовжні осьові напружен-

ня визначають за формулою

$$\sigma_{yy}(x, y) = -E e_{yy}^0 + \sigma. \quad (4)$$

Продиференціювавши перше рівняння (1) за x , а друге за y і виключивши дотичні напруження, отримаємо диференціальне рівняння для визначення нормальних напружень σ_{zz} через σ

$$\nabla^2 \sigma_{zz} = \partial_1^2 \sigma \quad (5)$$

Для побудови розв'язку задачі (1)–(3) використовуємо прямий метод інтегрування розв'язувальних рівнянь плоскої задачі теорії пружності у напруженнях [3]. Для цього граничні умови (3) для дотичних напружень з використанням другого рівняння рівноваги замінимо на граничні умови для похідної нормальних напружень

$$\partial_2 \sigma_{zz}|_{z=\pm 1} = 0. \quad (6)$$

Вираз для дотичного напруження можна записати у вигляді

$$2\sigma_{xz} = - \int_{-\infty}^{\infty} \partial_2 \sigma_{zz}(\eta, z) \operatorname{sign}(x - \eta) d\eta. \quad (7)$$

Розглянемо випадок, коли пластина перебуває під дією симетричного стосовно серединної поверхні поля пластичних деформацій, компоненти якого зобразимо у вигляді

$$e_{xx}^0 = e_{xx}^0(x) f(z), \quad e_{yy}^0 = e_{yy}^0(x) f(z), \quad e_{zz}^0 = e_{zz}^0 f(z), \quad (8)$$

де $f(z) = 1 - mz^2$, m – числовий параметр.

Застосувавши до рівнянь (2), (5) інтегральне перетворення Фур'є і провівши, аналогічно [4], відповідні викладки, одержимо вирази для обчислення залишкових напружень у пластині, які можна зобразити у вигляді

$$\begin{aligned} \sigma(x, z) &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \left\{ \Omega(s) [1 - 2\psi(s) \operatorname{ch} sz] - m\bar{\sigma}_0(s) [1 - z^2 + \right. \\ &\quad \left. + 2s^{-2} - 4s^{-1}\psi(s) \operatorname{cth} s \operatorname{ch} s] \right\} \cos sx \, ds, \\ \sigma_{zz}(x, z) &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \left\{ \Omega(s) [1 + \psi(s) (sz \operatorname{sh} sz - (1 + s \operatorname{cth} s) \operatorname{ch} sz)] - \right. \\ &\quad \left. - m\bar{\sigma}_0(s) [1 - z^2 + 2\psi(s) (z \operatorname{cth} s \operatorname{sh} sz - \operatorname{ch} sz)] \right\} \cos sx \, ds, \\ \sigma_{xz}(x, z) &= -\frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \left\{ s\Omega(s) \psi(s) (z \operatorname{ch} sz - \operatorname{cth} s \operatorname{sh} sz) + \right. \\ &\quad \left. + 2m\bar{\sigma}_0(s) [zs^{-1} - \psi(s) ((s^{-1} \operatorname{cth} s - 1) \operatorname{sh} sz + z \operatorname{cth} s \operatorname{ch} sz)] \right\} \sin sx \, ds, \\ \sigma_{xx}(x, z) &= \sigma(x, z) - \sigma_{zz}(x, z). \end{aligned} \quad (9)$$

Тут $\Omega(s) = -\bar{\sigma}_0(s) \left(1 - m - \frac{2m}{s^2}\right) + \frac{2m}{s^2} \bar{\sigma}_2(s)$, $\psi(s) = \frac{2 \operatorname{sh} s}{2s + \operatorname{sh} 2s}$,

$$\bar{\sigma}_0(s) = \frac{E}{1-\mu^2} (\bar{\epsilon}_{zz}^0 + \mu \bar{\epsilon}_{yy}^0), \quad \bar{\sigma}_2(s) = \frac{E}{1-\mu^2} (\bar{\epsilon}_{zz}^0 - \bar{\epsilon}_{xx}^0),$$

рисками зверху позначено відповідні величини у просторі зображень.

На основі аналізу літературних даних про розподіл пластичних деформацій біля шва [5, 6] функції $\bar{\epsilon}_{xx}$, $\bar{\epsilon}_{yy}$, $\bar{\epsilon}_{zz}$ апроксимуємо виразами

$$\bar{\epsilon}_{yy}^0 = -\bar{\epsilon}_1^* \bar{\epsilon}_T \varphi_1(x), \quad \bar{\epsilon}_{xx}^0 = \bar{\epsilon}_2^* \bar{\epsilon}_T \varphi_2(x), \quad \bar{\epsilon}_{zz}^0 = -\bar{\epsilon}_3^* \bar{\epsilon}_T \varphi_3(x), \quad |x| \leq x_0, \quad (10)$$

де

$$\varphi_i(x) = 1 - a_i \frac{x^2}{x_0^2} - (1 - a_i) \frac{x^4}{x_0^4}, \quad 0 \leq a_i \leq 2; \quad (11)$$

$\bar{\epsilon}_T = \sigma_T/E$; σ_T – границя плинності; $\bar{\epsilon}_i^*$ – безрозмірні параметри.

Для поля пластичних деформацій, що описується виразами (8), (10), (11) виконано числовий аналіз задачі. Обчислення зробили для металевої пластини ($\mu = 0.3$) при різних її товщинах і таких значеннях параметрів поля пластичних деформацій: $a_1 = a_3 = 2$, $x_0 = 1$, $m = 0$. Графіки побудовано для безрозмірних напружень $\tilde{\sigma}_{ij} = \sigma_{ij}/(E\bar{\epsilon}_T\bar{\epsilon}_1^*)$ при різних значеннях параметра $k = \bar{\epsilon}_3^*/\bar{\epsilon}_1^*$.

На рис. 1 зображено залежність поздовжніх $\tilde{\sigma}_{yy}$ напружень від відстані x від осі шва (а) і від відстані вздовж нормалі до поверхні z/h (б) для різних значень параметра k в перерізі $x = 0$.

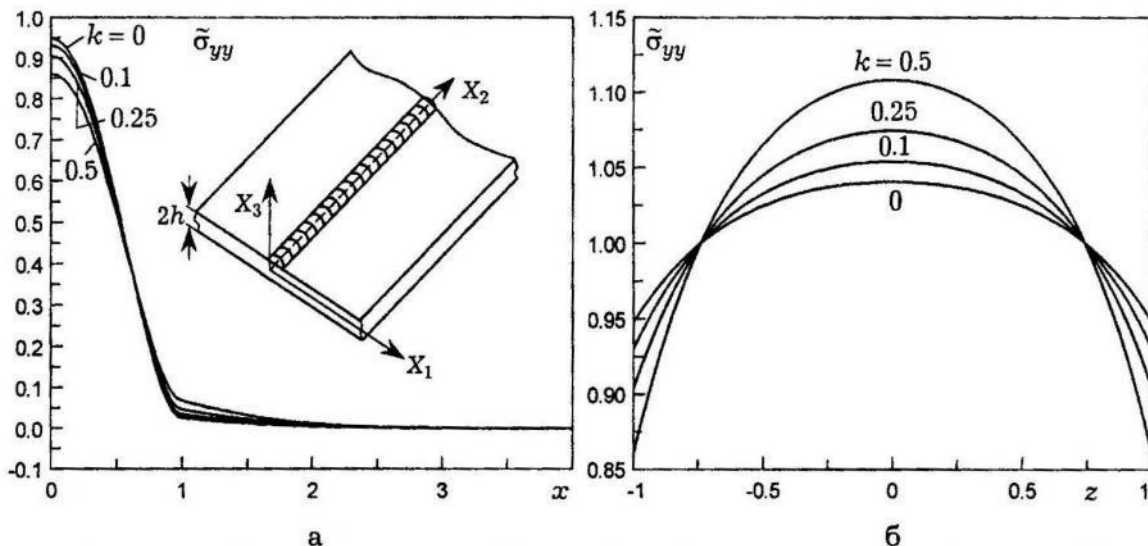


Рис. 1.

На рис. 2 зображено залежність нормальних $\tilde{\sigma}_{zz}$ (а) і поперечних $\tilde{\sigma}_{xx}$ (б) напружень від відстані z/h для різних значень параметра k в перерізі $x = 0$.

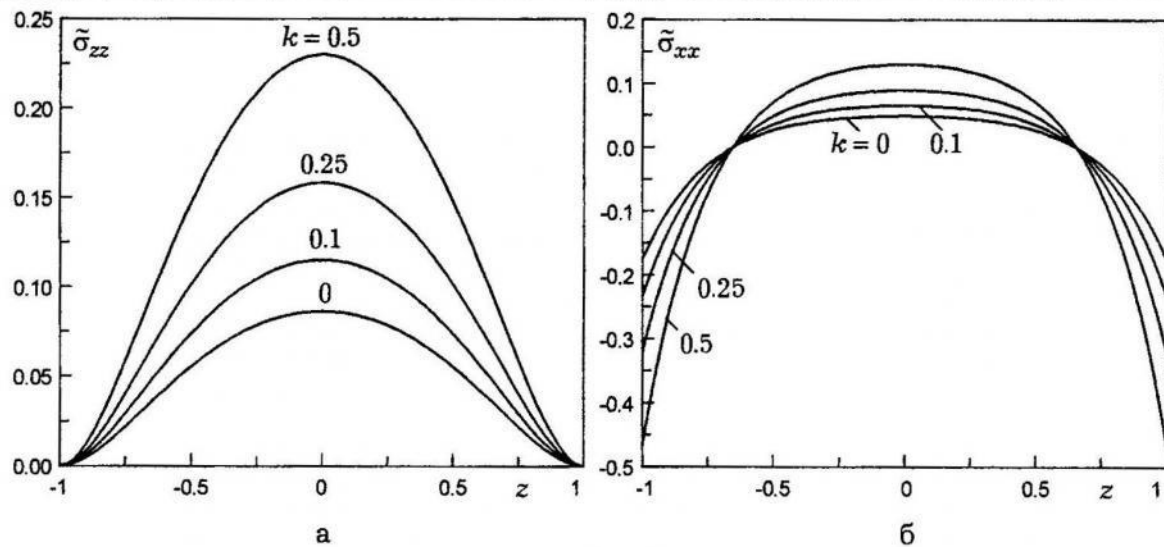


Рис. 2.

Як видно з графіків в околі шва є тривісний напружений стан. Максимальних значень напруження досягають на серединній поверхні пластини.

1. Сварные строительные конструкции: В 3-х т. / Под общей ред. Лобанова Л. М. – К.: Наук. думка, 1993. Т. I: Основы проектирования конструкций / Лобанов Л. М., Мехненко В. И., Труфяков В. И. и др. – 1993. – 416 с.
2. Подстригач Я. С., Осадчук В. А., Марголин А. М. Остаточные напряжения, длительная прочность и надежность стеклоконструкций. – К.: Наук. думка, 1991. – 296 с.
3. Вигак В. М. Прямий метод інтегрування рівнянь плоских задач пружності й термопружності // Доп. НАН України. – 1998. – № 12. – С. 62–67.
4. Вигак В. М. Управление температурными напряжениями и перемещениями. – К.: Наук. думка, 1988. – 312 с.
5. Касаткин Б. С., Прохоренко В. М., Чертов И. М. Напряжения и деформации при сварке. – К.: Вища школа, 1987. – 246 с.
6. Осадчук В. А., Шелестовська М. Я. Застосування математичного моделювання для визначення зварювальних залишкових напружень // Вісник держ. ун-ту «Львівська політехніка». – 1998. – № 337. – С. 246–248.

TRIAXIAL STRESSED STATE IN PLATE FROM A LINEAR WELD

Oleg Shabliy, Lyubov Tsymbalyuk

Ivan Pulyuy Ternopil' State Engineering University

Using the methods of conditional plastic strains and direct integration of resolving equations in stresses, the expressions are obtained to calculate the residual stresses in an infinite plate with a linear weld. The numerical analysis of the problem is carried out and it is shown that even in comparatively thin plates in the vicinity of the weld the extensional volume stressed state takes place.

Стаття надійшла до редколегії 21.01.2000