ВІСНИК ЛЬВІВ. УН-ТУ *VISNYK LVIV UNIV.*
Серія мех.-мат. 2000. Вип. 57. С. 190–194 *Ser. mech.-math. 2000. No. 57. P. 190–194*

УДК 539.3

ПЛАСТИЧНА ДЕФОРМАЦІЯ ГІРСЬКИХ ПОРІД ПІД ДІЄЮ ГРАВІТАЦІЇ ТА СПІВНАПРЯМЛЕНИХ ТЕКТОНІЧНИХ СИЛ

Ольга Кузь

Львівський національний університет імені Івана Франка

Пластичність гірських порід, тобто їхня здатність до незворотних деформацій, може змінюватись протягом деформаційного процесу. Це пов'язано з дією багатьох чинників, зокрема зі зміною умов навантаження, тобто співвідношень силових чинників різної природи, впливом високих температур і тепломасоперенесення.

Завдяки дії спрямованих тектонічних сил середні нормальні напруження (тиски) вирівнюються на значних глибинах, причому їхні модулі різко зростають у межах верхньої кори порівняно зі стаціонарними режимами, коли напружений стан визначений передовсім гравітацією. Не менш значний вплив на рівень тисків мають температурні поля та об'ємні ефекти фазових перетворень у гірських породах [1].

Продовженням проведених в [1] розрахунків стало математичне моделювання в термопружнопластичному формулюванні розв'язуваних задач, яке дає змогу водночас оцінити як головні параметри тензора напружень, серед яких середні нормальні напруження, так і загальний потенціал пластичної деформації у разі різних комбінацій провідних силових чинників.

Розглянемо прямокутну ділянку Ω шириною $2L$ км, яка розташована на вертикальному зрізі земної кори та обмежена земною поверхнею і паралельною до неї площиною, яка лежить на глибині H км. Початок прямокутної декартової системи координат виберемо на вертикальній осі симетрії ділянки в точці на глибині H км. Вісь Ox спрямуємо вздовж горизонталі, вісь Oy – уздовж вертикалі (рис. 1). Отже,

$$\Omega = \{(x,y) |\ -L \le x \le L, \quad 0 \le y \le H\}.$$

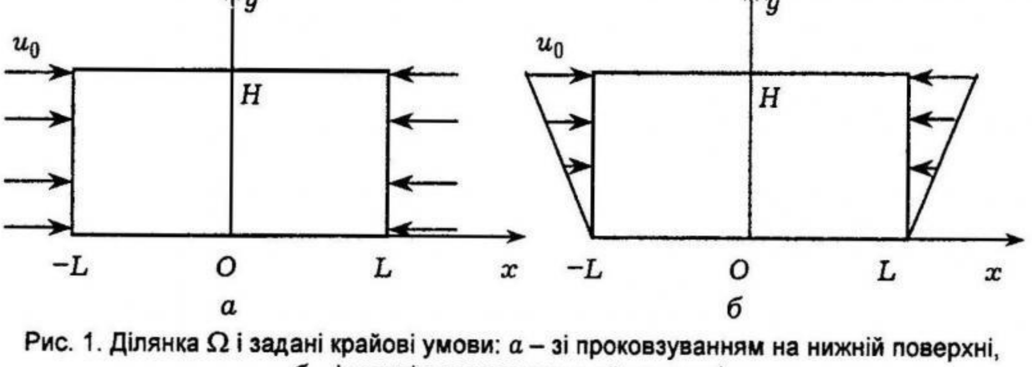

Рис. 1. Ділянка Ω і задані крайові умови: *а* – зі проковзуванням на нижній поверхні, *б* – із закріпленням нижньої поверхні.

Для розрахунку полів переміщень у ділянці Ω використаємо рівняння квазістатичної плоскої задачі термопружнопластичності

$$(\lambda+\mu)\frac{\partial\theta}{\partial x}+\mu\Delta u+F_x-3K\alpha\frac{\partial T}{\partial x}=0,$$

$$(\lambda+\mu)\frac{\partial\theta}{\partial y}+\mu\Delta v+F_y-3K\alpha\frac{\partial T}{\partial y}=0, \tag{1}$$

де u, v – відповідно горизонтальне і вертикальне переміщення точок об'єму, $\theta=\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}$ – відносна зміна об'єму; F_x, F_y – проекції вектора об'ємних сил на осі Ox та Oy відповідно, α – коефіцієнт лінійного теплового розширення; T – різниця між початковою і поточною температурою; $\Delta=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}$ – оператор Лапласа; λ, μ – коефіцієнти Ляме, які у випадку деформаційної теорії пластичності для термально-однорідного тіла мають вигляд:

$$\lambda=\lambda(\varepsilon_{in}),\qquad \mu=\mu(\varepsilon_{in}),$$

$$\lambda(\varepsilon_{in})=K-\frac{2}{3}\mu(\varepsilon_{in}),$$

$$\mu(\varepsilon_{in})=\mu(1-\omega(\varepsilon_{in})). \tag{2}$$

Тут K, μ – відповідно, модулі об'ємного стиску і зсуву пружного середовища; $\omega(\varepsilon_{in})$ – функція пластичності Ільюшина [2], $\varepsilon_{in}=\sqrt{(\varepsilon_x-\varepsilon_y)^2+\varepsilon_x^2+\varepsilon_y^2}$ – інтенсивність тензора деформації; ε_x, ε_y – головні значення цього тензора.

Для оцінки рівня пластичних деформацій у земній корі застосуємо модель середовища, що лінійно зміцнюється. Для такого середовища функція $\omega(\varepsilon_{in})$ має вигляд

$$\omega(\varepsilon_{in})=\begin{cases}0, & \text{при } \varepsilon_{in}\le\varepsilon_y,\\ (1-\gamma)(\varepsilon_{in}-\varepsilon_y)/\varepsilon_y, & \text{при } \varepsilon_{in}>\varepsilon_y.\end{cases}$$

де ε_y – межа плинності; γ – параметр зміцнення.

Будемо вважати, що верхня межа ділянки $\Omega y=H$ (рис. 1, *а*, *б*) вільна від навантаження $\sigma_{yy}=\sigma_{xy}=0$, нижня межа $y=0$ жорстко закріплена $u=v=0$ (рис. 1, *б*) або на ній задані умови вільного проковзування $v=0$, $\sigma_{xy}=0$ (рис. 1, *а*), а на лівій і правій бічній межі (відповідно $x=-H$, $x=H$) задані горизонтальні переміщення (відповідно $u=u_0$, $u=-u_0$) і нема дотичних напружень $\sigma_{xy}=0$. Завдяки силовій і геометричній симетрії задачі для розрахунків достатньо розглядати половину ділянки Ω (наприклад, ліву), задаючи на межі $x=0$ умови жорсткої стінки $u=0$, $\sigma_{xy}=0$.

Оскільки задача незв'язана, то поле температур $T(x,y)$ вважаємо відомим після розв'язання задачі теплопровідності [3].

Аналітично розв'язати задачу (1), (2) практично неможливо. Числове розв'язування цієї задачі виконують методом Ньютона – Канторовича, на кожному кроці якого розв'язують лінійну задачу варіаційно-різницевим методом, який ґрунтується на мінімізації класичного функціонала Лагранжа з урахуванням температурних членів.

Після знаходження поля переміщень напруження визначають за такими формулами:

$$\sigma_{xx} = (\lambda + 2\mu)\frac{\partial u}{\partial x} + \lambda\frac{\partial v}{\partial y} - 3K\alpha T\,,$$

$$\sigma_{yy} = (\lambda + 2\mu)\frac{\partial v}{\partial y} + \lambda\frac{\partial u}{\partial x} - 3K\alpha T\,,$$

$$\sigma_{xy} = \mu\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right). \tag{3}$$

Побудовано значну кількість плоских моделей різних за розмірами геологічних систем з різними параметрами геологічних середовищ. Як приклад, розглянемо кілька варіантів розрахунків, які моделюють напружено-деформівний стан у межах тектонічної пластини, вертикальний розріз якої має розміри 3 км по вертикалі і 20 км по горизонталі (див, рис. 1). Крайові умови задані такі, як на рис. 1, *а* або на рис. 1, *б*. Пластина перебуває під дією сили гравітації та бічного стиску, який моделювали латеральними переміщеннями бічних поверхонь розмірами 40 м (рис. 2, *а*, *г*), 70 м (рис. 2, *б*, *д*), 100 м (рис. 2, *в*, *е*). У разі проковзування (рис. 1, *а*) бічні переміщення були однаковими по всій бічній поверхні, а у варіантах із прилипанням на нижній межі (рис. 1, *б*) вони були диференційованими і змінювались за лінійним законом від повного значення у верхній точці бічної поверхні до нуля – в нижній. У зображених на рис. 2 моделях параметри середовища задано такими: модуль Юнга $E = 30000\,\text{МПа}$, коефіцієнт Пуассона $\nu = 0.25$, модуль зміцнення $\gamma = 0.1$, межа плинності $\sigma_y = 240\,\text{МПа}$, густина породи $\rho = 2.6\,\text{кг/м}^3$.

На підставі аналізу розрахованих полів напружень перш за все виділимо суттєві розбіжності за різних умов на нижній межі. У варіантах із проковзуванням (рис. 2, *а*, *б*, *в*) при допорогових рівнях нормальних і дотичних напружень простежується майже однорідне поле напружень (рис. 2, *а*), яке різко диференціюється з появою залишкових деформацій поблизу навантаженої бічної поверхні (рис. 2, *б*, *в*). В останніх випадках зона з високими середніми нормальними напруженнями (тисками) постійно розширюється, захоплюючи майже всю нижню частину системи і сприяючи розповсюдженню віртуальної пластичності. Варіанти ж із защемленою нижньою поверхнею та з навантаженням зсувного типу на бічних поверхнях (рис. 2, *г*, *д*, *е*) характерні тим, що вже при невеликих навантаженнях (рис. 2, *г*) фіксують залишкові деформації, які передаються підняттям верхньої поверхні поблизу навантаженої бічної. Судячи з рівня компонент тензора напружень, тут переважатиме крихке руйнування з порівняно невеликим розвитком пластичності.

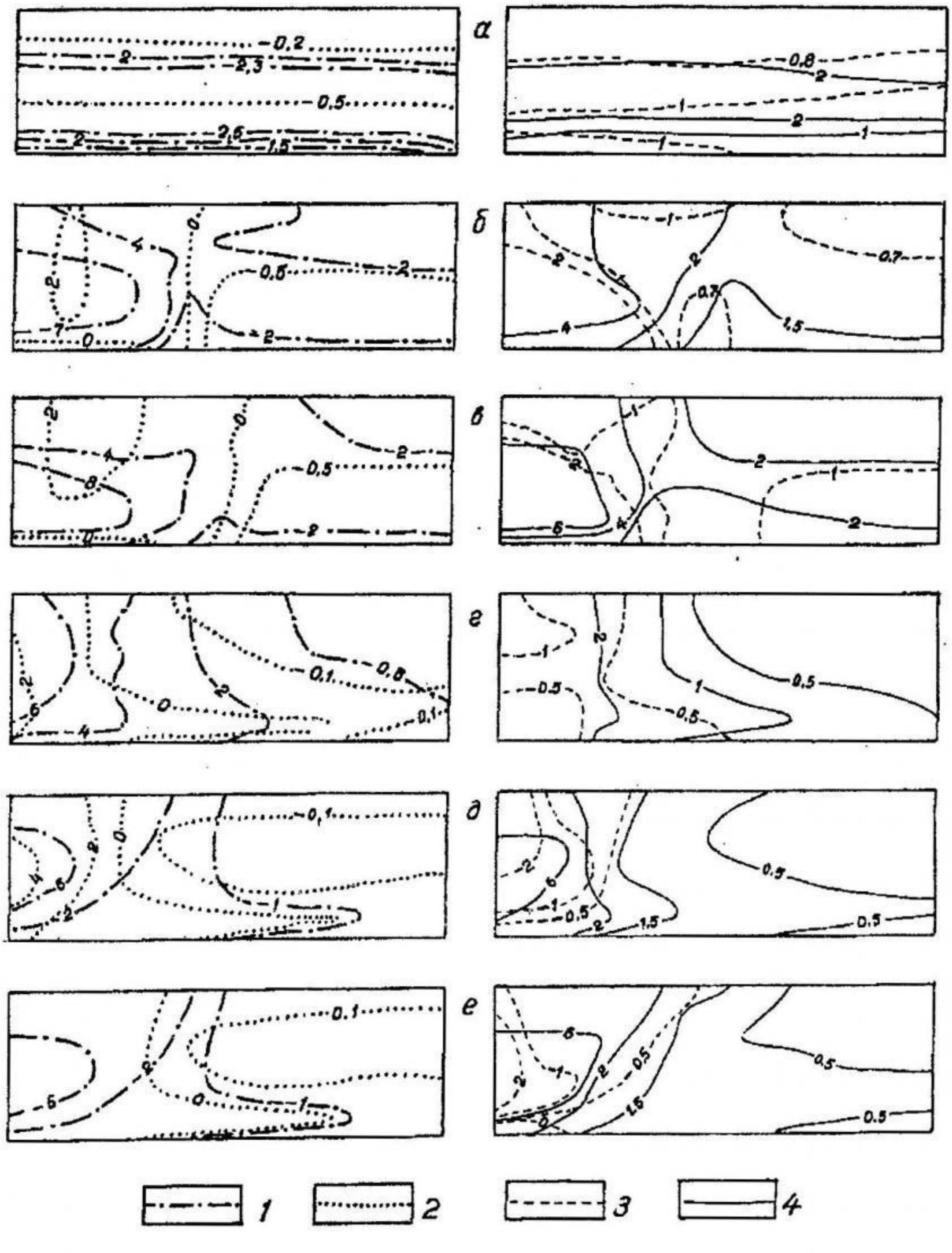

Рис. 2. Двовимірні моделі полів напружень і деформацій, спричинені гравітацією і бічним стиском (ліві частини ділянок): *а*, *б*, *в* – з умовами проковзування на нижній поверхні та з переміщенням на лівій бічній поверхні відповідно 40, 70 та 100 м; *г*, *д*, *е* – з умовами закріплення нижньої поверхні і з такими ж максимальними переміщеннями на лівій бічній поверхні; *1* – максимальні стисні напруження; *2* – мінімальні стисні (розтягуючі) напруження; *3* – середні нормальні напруження (бічний тиск); *4* – загальний потенціал залишкових деформацій.

Загалом, поза залежністю від характеру нижньої поверхні, в усіх моделях поле напружень має чітку зональність щодо навантаженої поверхні, поблизу якої загальний потенціал залишкових деформацій найбільший.

1. *Шевчук В. В., Кузь И. С., Кузь О. Н.* Давление как фактор метаморфизма и влияние на него тектонических сил // Тектоника, геодинамика и процессы магматизма и метаморфизма. – М.: ГЕОС, 1999. – Т. 2. – С. 298-302.
2. *Ильюшин А. А.* Пластичность. – М.-Л.: Гостехиздат, 1948. – 376 с.
3. *Шевчук В. В., Лихачов В. В.* Математическая модель поля напряжений, вызванного тепловой аномалией в упругой среде // Геофизический журнал. 1996. – Т. 18, № 6. – С. 74-80.

PLASTIC DEFORMATION OF MOUNTAIN BREEDS UNDER INFLUENCE OF GRAVITATION AND CODIRECTIONAL TECTONIC OF FORCES

Olga Kuz'

Ivan Franko National University of L'viv

The dependence of rheological properties fanerozoj rocks from one-directional tectonic forces and comprehensive pressure are investigated using the experimental data. The stress and strain fields are obtained based on the solution of two-dimensional problems of thermo-elasto-plasticity. These fields prove the dependence of comprehensive pressure and plasticity of the rocks from the levels of one -directional tectonic forces. The elaborated software gives the possibility to predict the main features of the paleotectonic stress fields in the crust with different boundary conditions, medium parameters and thermal fields.

Стаття надійшла до редколегії 14.11.1999