ВІСНИК ЛЬВІВ. УН-ТУ
Серія мех.-мат.2000.Вип.58.С.41–47

VISNYK LVIV UNIV.
Ser.Mech-Math.2000.Vol.58.P.41–47

УДК 517.518.6

# АНАЛІТИЧНІ МАЙЖЕ ПЕРІОДИЧНІ ФУНКЦІЇ У МЕТРИЦІ БЕЗІКОВИЧА *

Сергій Фаворов, Ольга Удодова

Харківський національний університет

Функція $f(x)$ називається майже періодичною (м.п.) за Бором на дійсній осі $\mathbb{R}$, якщо її можна рівномірно наблизити за допомогою скінченних сум експонент

$$\sum_{n=1}^{N} a_n e^{i\lambda_n z}, \quad \lambda_n \in \mathbb{R},\ a_n \in \mathbb{C},\ z = x \in \mathbb{R}. \tag{1}$$

Функція $f(z)$ називається аналітичною м.п. функцією за Бором в середині смуги

$$S_{a,b} = \{z : a < \operatorname{Im} z < b\}, \quad -\infty \leqslant a < b \leqslant +\infty,$$

якщо її можна рівномірно наблизити кожній смузі $S_{\alpha,\beta} \subset\subset S_{a,b}$ сумами експонент (1) (включення $S_{\alpha,\beta} \subset\subset S_{a,b}$ означає, що $a < \alpha < \beta < b$).

Бор довів (див. [1, с.117]), що кожна функція, обмежена в середині смуги $S_{a,b}$ (тобто рівномірно обмежена у кожній смузі $S_{\alpha,\beta} \subset\subset S_{a,b}$), звуження якої на деяку пряму $z = x + ic$, $\quad c \in (a, b)$ є майже періодичною на цій прямій аналітичною м.п. функцією в середині смуги $S_{a,b}$.

Недавно опубліковано низку праць про аналітичні м.п. функції у рівномірній метриці (див. [2 – 5]). Зазначимо, що існують різноманітні розширення м.п. функцій на підставі того факту, що замикання множини поліномів (1) можна розглядати у іншій, крім рівномірної, метриці. Зокрема, цікаво розглянути клас м.п. функцій у сенсі Безіковича [6 – 8].

У цій праці подано аналог теореми Бора для м.п. функцій у сенсі Безіковича. Для її формулювання треба ввести такі означення.

Відстанню Безіковича у смузі $S_{a,b}$ називатимемо величину

$$\rho_{a,b,p}(f,g) = \overline{\lim_{T\to\infty}} \sup_{a \leqslant y \leqslant b} \left( \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |f(z) - g(z)|^p dx \right)^{1/p}, \quad p \geqslant 1,$$

де $z = x + iy$, $x, y \in \mathbb{R}$. У випадку $a = b = 0$ отримуємо відстань Безіковича для функцій, заданих на дійсній осі. Позначатимемо її через $\rho_p(f,g)$.

Інтегровна на $\mathbb{R}$ функція $f(x)$ називається майже періодичною в сенсі Безіковича на $\mathbb{R}$, якщо для довільного додатного числа $\varepsilon > 0$ існує скінченна сума експонент (1) така, що $\rho_p(f, Q) < \varepsilon$. Позначимо клас таких функцій через $B^p(\mathbb{R})$.

---

* Дослідження були частково підтримані грантом INTAS, проект 99-00089

Говоритимемо, що аналітична в замкненій смузі $\bar{S}_{a,b}$ функція $f(z)$ є аналітичною м.п. функцією в сенсі Безіковича, якщо для довільного $\varepsilon > 0$ існує скінченна сума експонент (1) така, що

$$\rho_{a,b,p}(f,Q) < \varepsilon. \tag{2}$$

Аналітичну функцію $f(z)$ у відкритій смузі $S_{a,b}$ називатимемо аналітичною м.п. функцією в сенсі Безіковича всередині $S_{a,b}$, якщо у довільній смузі $S'_{\alpha,\beta} \subset\subset S_{a,b}$ функція $f(z)$ є аналітичною м.п. функцією в сенсі Безіковича в $\bar{S}'_{\alpha,\beta}$. Клас таких функцій позначатимемо через $B^p(S_{a,b})$.

Функцію $f(z)$ називатимемо обмеженою в сенсі Безіковича у замкненій смузі $\bar{S}_{a,b}$, $-\infty < a \leqslant b < +\infty$, якщо

$$\rho_{a,b,p}(f,0) < \infty. \tag{3}$$

Функцію $f(z)$ називатимемо обмеженою в сенсі Безіковича у відкритій смузі $S_{a,b}$, якщо у довільній смузі $\bar{S}_{\alpha,\beta} \subset\subset S_{a,b}$ функція $f(z)$ є обмеженою в сенсі Безіковича у смузі $\bar{\bar{S}}_{\alpha,\beta}$. Клас таких функцій позначатимемо через $M^p(S_{a,b})$.

У випадку $a = b = 0$ ми отримаємо клас $M^p(\mathbb{R})$ функцій, обмежених у сенсі Безіковича.

Безікович (див. [8, с.164–169]) довів таку теорему.

**Теорема B.** *Якщо $f$ є функцією, голоморфною у смузі $S_{a,b}$, і*

$$|f(x+iy)| \leqslant c\left|\frac{x}{2}\right|^{m-\frac{1}{2}} \quad \text{для всіх} \quad y \in (a,b), \tag{4}$$

*$f(x+ic) \in M^2(\mathbb{R})$ для всіх $c \in (a,b)$, $f(x+ic) \in B^2(\mathbb{R})$ для деякого $c \in (a,b)$, то $f(z) \in B^2(S_{a,b})$.*

У пропонованій праці поширено цю теорему на випадок довільного $p \in [1,\infty)$, значно послаблено вимоги (4) і одержано такий аналог теореми Бора.

**Теорема.** *Нехай $f(z) \in M^p(S_{a,b}), p \in [1,\infty)$ є аналітичною функцією у смузі $S_{a,b}$ і для деякого $c \in (a,b)$, $f(x+ic) \in B^p(\mathbb{R})$; тоді $f(z) \in B^p(S_{a,b})$.*

*Доведення.* Достатньо довести умову (2) у смузі $S_{\alpha,\beta}$ такій, що $c < \alpha < \beta < b$ або $a < \alpha < \beta < c$. Справді, для довільної смуги $S_{a',b'}$ можна спочатку вибрати $\alpha, \beta$ так, щоб $c < \alpha$, $b' < \beta < b$, і довести (2) у смузі $S_{\alpha,\beta}$, потім замінити $c$ на $\beta$ і довести у смузі $S_{a',b'}$.

Надалі ми припускатимемо, що $0 = c < \alpha < \beta < b$. Приймемо $\tau$ таким, щоб $\beta < \tau < \min\{b, \beta+\alpha\}$ і $\lambda > 0$, яке виберемо пізніше. Нехай $C$ є прямокутником з вершинами в точках $-T$, $T$, $T+i\tau$, $-T+i\tau$. Згідно з теоремою про лишки для довільного $z = x+iy \in \mathbb{C}$ такого, що $|x| < T$, $y \in (0,\tau)$, матимемо

$$f(z) = -\frac{\tau}{2\pi}\int\limits_{-T}^{T} \frac{f(\varsigma)e^{i\lambda(\varsigma-z)}}{(\varsigma-z)(\varsigma-z-i\tau)}d\varsigma - \frac{\tau}{2\pi}\int\limits_{T}^{T+i\tau} \frac{f(\varsigma)e^{i\lambda(\varsigma-z)}}{(\varsigma-z)(\varsigma-z-i\tau)}d\varsigma -$$
$$-\frac{\tau}{2\pi}\int\limits_{T+i\tau}^{-T+i\tau} \frac{f(\varsigma)e^{i\lambda(\varsigma-z)}}{(\varsigma-z)(\varsigma-z-i\tau)}d\varsigma - \frac{\tau}{2\pi}\int\limits_{-T+i\tau}^{-T} \frac{f(\varsigma)e^{i\lambda(\varsigma-z)}}{(\varsigma-z)(\varsigma-z-i\tau)}d\varsigma =$$
$$= f_1(z) + f_2(z) + f_3(z) + f_4(z).$$

Нехай $Q(z)$ є довільною сумою експонент вигляду (1). Тоді

$$f_1(z) = -\frac{\tau}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{Q(\xi)e^{i\lambda(\xi-z)}}{(\xi-z)(\xi-z-i\tau)}d\xi + \frac{\tau}{2\pi}\int\limits_{|\xi|>T}\frac{Q(\xi)e^{i\lambda(\xi-z)}}{(\xi-z)(\xi-z-i\tau)}d\xi -$$

$$-\frac{\tau}{2\pi}\int\limits_{-T}^{T}\frac{[f(\xi)-Q(\xi)]e^{i\lambda(\xi-z)}}{(\xi-z)(\xi-z-i\tau)}d\xi = f_5(z)+f_6(z)+f_7(z).$$

Зауважимо, що функції $f_2(z)$, $f_3(z)$, $f_4(z)$, $f_6(z)$ і $f_7(z)$ залежать не лише від $z$, а й від $T$. Надалі вважатимемо, що $T \geqslant 2|x|$.

Оскільки сума експонент $Q(\xi)$ є обмеженою в $\mathbb{R}$, то інтеграл

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{Q(\xi)e^{i\lambda(\xi-z)}}{(\xi-z)(\xi-z-i\tau)}d\xi$$

збігається рівномірно за змінною $z \in \{z : \alpha \leqslant y \leqslant \beta, |x| < N\}$ для всіх $N < \infty$. Цим доведено аналітичність функції $f_5(z)$ у смузі $S_{\alpha,\beta}$.

Якщо $s \in \mathbb{R}$ вибрано так, що $|Q(\xi+s) - Q(\xi)| \leqslant \nu$ для всіх $\xi \in \mathbb{R}$, то для всіх $z$, $\alpha \leqslant \operatorname{Im} z \leqslant \beta$

$$|f_5(z+s) - f_5(z)| \leqslant \frac{\tau}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{|Q(\xi+s)-Q(\xi)|e^{\lambda y}}{\sqrt{(\xi-x)^2+y^2}\sqrt{(\xi-x)^2+(y+\tau)^2}}d\xi.$$

Оскільки $y \in [\alpha,\beta]$, то маємо $|f_5(z+s) - f_5(z)| \leqslant \nu\tau e^{\lambda\beta}/(2\alpha)$ рівномірно за $y \in [\alpha,\beta]$ і довільний $\nu$-майже період функції $Q(\xi)$ є $\nu\tau e^{\lambda\beta}/(2\alpha)$-майже періодом функції $f_5(z)$. Отже, $f_5(z)$ є м.п. функцією за Бором у середині $\bar{S}_{\alpha,\beta}$.

Цього достатньо, щоб довести, що для кожного $\varepsilon > 0$ тригонометричний поліном $Q(z)$ і число $\lambda$ можна вибрати так, щоб

$$\rho_{\alpha,\beta,p}(f(z), f_5(z)) \leqslant K\varepsilon, \tag{5}$$

де $K$ є сталою, яка залежить тільки від $p$, $\alpha,\beta,\tau$.

Справді, оскільки $f_5(z)$ є аналітичною м.п. функцією у рівномірній метриці, то існує тригонометричний поліном $P(z)$, який апроксимує $f_5(z)$ рівномірно у довільній смузі $\bar{S}_{\alpha,\beta}$. Оскільки

$$\rho_{\alpha,\beta,p}(f_5(z), P(z)) \leqslant \overline{\lim_{T\to\infty}} \sup_{\alpha\leqslant y\leqslant\beta} |f_5(z) - P(z)|,$$

то з (5) випливає, що $f(z)$ можна апроксимувати у смузі $S_{\alpha,\beta}$ за допомогою тригонометричного полінома в метриці Безіковича. Отже, $f(z)$ є аналітичною м.п. функцією в сенсі Безіковича.

Спочатку оцінимо $f_2(z)$ і $f_4(z)$. Оскільки $|x| \leqslant \frac{T}{2}$, то отримаємо

$$|f_2(z)| \leqslant \frac{\tau}{2\pi}\int\limits_{0}^{\tau}\frac{|f(T+i\eta)|e^{\lambda\beta}d\eta}{|T+i\eta-x-iy||T+i\eta-x-iy-i\tau|} \leqslant \frac{2\tau e^{\lambda\beta}}{\pi T^2}\int\limits_{0}^{\tau}|f(T+i\eta)|d\eta.$$

Матимемо

$$|f_4(z)| \leqslant \frac{2\tau e^{\lambda\beta}}{\pi T^2}\int\limits_{0}^{\tau}|f(-T+i\eta)|d\eta.$$

Далі, оскільки $\tau - y \geqslant \tau - \beta$ і $y > \tau - \beta$, то

$$|f_3(z)| \leqslant \frac{\tau}{2\pi} e^{\lambda(\beta-\tau)} \int\limits_{-T}^{T} \frac{|f(\xi + i\tau)| d\xi}{(\xi - x)^2 + (\tau - \beta)^2}.$$

Нехай $p > 1$. Використовуючи нерівність Гельдера, отримаємо

$$\int\limits_{-T}^{T} \frac{|f(\xi + i\tau)| d\xi}{(\xi - x)^2 + (\tau - \beta)^2} \leqslant \left[ \int\limits_{-T}^{T} \frac{|f(\xi + i\tau)|^p d\xi}{(\xi - x)^2 + (\tau - \beta)^2} \right]^{1/p} \left[ \int\limits_{-T}^{T} \frac{d\xi}{(\xi - x)^2 + (\tau - \beta)^2} \right]^{1/q},$$

де $1/p + 1/q = 1$. Змінюючи порядок інтегрування, матимемо

$$\left( \frac{1}{T} \int\limits_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |f_3(z)|^p dx \right)^{1/p} \leqslant \frac{\tau e^{\lambda(\beta-\tau)}}{2\pi} \left( \frac{1}{T} \int\limits_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \int\limits_{-T}^{T} \frac{|f(\xi + i\tau)|^p d\xi}{(\xi - x)^2 + (\tau - \beta)^2} dx \right)^{1/p} \left( \frac{\pi}{\tau - \beta} \right)^{1/q} \leqslant$$

$$\leqslant \frac{\tau e^{\lambda(\beta-\tau)}}{2\pi} \left( \frac{1}{T} \int\limits_{-T}^{T} |f(\xi + i\tau)|^p d\xi \right)^{1/p} \left( \frac{\pi}{\tau - \beta} \right)^{1/p+1/q}.$$

Як випливає з (3), інтеграл $\left( \frac{1}{T} \int\limits_{-T}^{T} |f(\xi + i\tau)|^p d\xi \right)^{1/p}$ є рівномірно обмеженим стосовно $T$. Отже, можемо вибрати число $\lambda = \lambda(\varepsilon)$ настільки великим, що є правильною нерівність

$$\overline{\lim_{T\to\infty}} \sup_{a \leqslant y \leqslant b} \left( \frac{1}{T} \int\limits_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |f_3(z)|^p dx \right)^{1/p} < \varepsilon.$$

У випадку $p = 1$ за допомогою подібних обчислень одержимо такий самий результат.

Далі ми маємо

$$|f_6(z)| \leqslant \frac{\tau B e^{\lambda\beta}}{2\pi} \int\limits_{|\xi|>T} \frac{d\xi}{(\xi - x)^2},$$

де $B = \sup\limits_{\xi\in\mathbb{R}} |Q(\xi)|$. Використовуючи нерівності $|x| \leqslant T/2$ і $|\xi - x| \geqslant |\xi|/2$, отримаємо оцінку $|f_6(z)| \leqslant 4\tau e^{\lambda\beta} B/(\pi T)$. Тому

$$\overline{\lim_{T\to\infty}} \sup_{a \leqslant y \leqslant b} \left( \frac{1}{T} \int\limits_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |f_6(z)|^p dx \right)^{1/p} = 0.$$

Тепер оцінимо $f_7(z)$. Оскільки $y \geqslant \alpha$, то

$$|f_7(z)| \leqslant \frac{\tau e^{\lambda\beta}}{2\pi} \int\limits_{-T}^{T} \frac{|f(\xi) - Q(\xi)| d\xi}{(\xi - x)^2 + \alpha^2}.$$

Для $p > 1$ на підставі нерівності Гельдера і міркувань, аналогічних до попередніх, матимемо рівномірно щодо $y \in [\alpha, \beta]$

$$\left(\frac{1}{T}\int\limits_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |f_7(z)|^p dx\right)^{1/p} \leqslant \frac{\tau e^{\lambda\beta}}{2\alpha}\left(\frac{1}{T}\int\limits_{-T}^{T} |f(\xi) - Q(\xi)|^p d\xi\right)^{1/p}. \tag{7}$$

У випадку $p = 1$ також отримаємо аналогічний результат.

На підставі того, що $f(\xi)$ є м.п. функцією в сенсі Безіковича на дійсній осі, можемо вибрати $Q(\xi)$ таким, що $\rho_p(f, Q)$ буде меншим від довільного заданого числа. Отже, з (7) випливає, що при відповідно вибраному $Q(\xi)$ (яка залежить від $\varepsilon$ і $\lambda$), ми отримаємо $\rho_{p,a,b}(f_7, 0) \leqslant \varepsilon$.

Отож, при $T \geqslant T(\varepsilon)$ і відповідному $Q(z)$ та $\lambda$, які залежать від $\varepsilon$, маємо

$$\left(\frac{1}{T}\int\limits_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |f(z) - f_5(z)|^p dx\right)^{1/p} \leqslant \left(\frac{1}{T}\int\limits_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |f_2(z)|^p dx\right)^{1/p} + \left(\frac{1}{T}\int\limits_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |f_3(z)|^p dx\right)^{1/p} +$$

$$+ \left(\frac{1}{T}\int\limits_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |f_4(z)|^p dx\right)^{1/p} + \left(\frac{1}{T}\int\limits_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |f_6(z)|^p dx\right)^{1/p} + \left(\frac{1}{T}\int\limits_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |f_7(z)|^p dx\right)^{1/p} \leqslant$$

$$\leqslant 3\varepsilon + \frac{2\tau e^{\lambda\beta}}{\pi T^2}\int\limits_0^{\tau} (|f(T + i\eta)| + |f(-T + i\eta)|) d\eta.$$

Помноживши обидві сторони цієї нерівності на $T^{1/p}$ і зінтегрувавши за $T$ від $T'$ до $2T'$, одержимо

$$\int\limits_{T'}^{2T'} \left[\int\limits_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |f(z) - f_5(z)|^p dx\right]^{1/p} dT \leqslant \frac{3\varepsilon p}{p+1}(T')^{\frac{p+1}{p}}(2^{\frac{p+1}{p}} - 1) +$$

$$+ \frac{2\tau e^{\lambda\beta}}{\pi}\left[\int\limits_{T'}^{2T'}\int\limits_0^{\tau} \frac{|f(T + i\eta)| d\eta}{T^{2-1/p}} dT + \int\limits_{T'}^{2T'}\int\limits_0^{\tau} \frac{|f(-T + i\eta)| d\eta}{T^{2-1/p}} dT\right].$$

Оскільки $T \geqslant T'$, то

$$\int\limits_{T'}^{2T'} \left[\int\limits_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |f(z) - f_5(z)|^p dx\right]^{1/p} dT \geqslant T' \left[\int\limits_{-\frac{T'}{2}}^{\frac{T'}{2}} |f(z) - f_5(z)|^p dx\right]^{1/p}.$$

Тому для $p > 1$, використовуючи нерівність Гельдера, матимемо

$$\left[\int\limits_{-\frac{T'}{2}}^{\frac{T'}{2}} |f(z) - f_5(z)|^p dx\right]^{1/p} \leqslant \frac{3\varepsilon p}{p+1}(T')^{1/p}(2^{\frac{p+1}{p}} - 1) + \frac{2\tau e^{\lambda\beta}}{\pi (T')^2}\left(\frac{1 - 2^{-q}}{q}\right)^{1/q} \times$$

$$\times\left\{\left(\int\limits_{T'}^{2T'}\left[\int\limits_0^{\tau}|f(T+i\eta)|d\eta\right]^p dT\right)^{1/p}+\left(\int\limits_{T'}^{2T'}\left[\int\limits_0^{\tau}|f(-T+i\eta)|d\eta\right]^p dT\right)^{1/p}\right\}.$$

Змінюючи порядок інтегрування, отримаємо

$$\left(\int\limits_{T'}^{2T'}\left[\int\limits_0^{\tau}|f(T+i\eta)|d\eta\right]^p dT\right)^{1/p}\leqslant\tau^{1/q}\left(\int\limits_{T'}^{2T'}\int\limits_0^{\tau}|f(T+i\eta)|^p d\eta dT\right)^{1/p}\leqslant$$

$$\leqslant\tau\sup_{0\leqslant\eta\leqslant\tau}\left(\int\limits_0^{2T'}|f(T+i\eta)|^p dT\right)^{1/p}.$$

Подібно,

$$\left(\int\limits_{T'}^{2T'}\left[\int\limits_0^{\tau}|f(-T+i\eta)|d\eta\right]^p dT\right)^{1/p}\leqslant\tau\sup_{0\leqslant\eta\leqslant\tau}\left(\int\limits_0^{2T'}|f(-T+i\eta)|^p dT\right)^{1/p}.$$

Отже,

$$\left[\int\limits_{-\frac{T'}{2}}^{\frac{T'}{2}}|f(z)-f_5(z)|^p dx\right]^{1/p}\leqslant 9\varepsilon(T')^{1/p}+\frac{4\tau^2e^{\lambda\beta}}{\pi q^{1/q}(T')^{2-1/p}}\times$$

$$\times\left\{\sup_{0\leqslant\eta\leqslant\tau}\left(\frac{1}{2T'}\int\limits_0^{2T'}|f(T+i\eta)|^p dT\right)^{1/p}+\sup_{0\leqslant\eta\leqslant\tau}\left(\frac{1}{2T'}\int\limits_0^{2T'}|f(-T+i\eta)|^p dT\right)^{1/p}\right\}\leqslant$$

$$\leqslant 9\varepsilon(T')^{1/p}+\frac{16\tau^2e^{\lambda\beta}}{\pi(T')^{2-1/p}q^{1/q}}\cdot\sup_{0\leqslant\eta\leqslant\tau}\left(\frac{1}{4T'}\int\limits_{-2T'}^{2T'}|f(T+i\eta)|^p dT\right)^{1/p}.$$

Для достатньо великого $T'$ одержуємо

$$\left(\frac{1}{T'}\int\limits_{-\frac{T'}{2}}^{\frac{T'}{2}}|f(z)-f_5(z)|^p dx\right)^{1/p}\leqslant 9\varepsilon+\frac{16\tau^2e^{\lambda\beta}}{\pi(T')^2q^{1/q}}\rho_{0,\tau,p}(f,0).$$

Перейшовши до границі при $T'\to\infty$, матимемо необхідне твердження для $p>1$.

Таким самим шляхом отримаємо для $p=1$

$$\frac{1}{T'}\int\limits_{-\frac{T'}{2}}^{\frac{T'}{2}}|f(z)-f_5(z)|dx\leqslant 9\varepsilon+\frac{16\tau e^{\lambda\beta}}{\pi(T')^2}\rho_{0,\tau,1}(f,0).$$

Отож, для всіх $p\in[1,\infty)$

$$\rho_{\alpha,\beta,p}(f,f_5)\leqslant 9\varepsilon,$$

що завершує доведення теореми.

1. *Бор Г.* Почти периодические функции. – М., 1930.
2. *Tornehave H.* Systems of zeros of holomorphic almost periodic functions.//Kobenhavns Universitet Mathematisk Institut, Preprint No.30. – 1988.
3. *Tornehave H.* On the zeros of entire almost periodic functions.// The Harald Bohr Centenary(Copenhagen 1987)// Math. Fys. Medd. Danske. – 1989. – Vol. 42. – N 3. – P.125–142.
4. *Favorov S.Yu., Rashkovskii A.Yu., Ronkin L.I.* Almost periodic divisors in a strip//Journal D'analyse Mathematique. – 1998. – Vol.74. – P.325–345.
5. *Рашковський А.Ю., Ронкін Л.І., Фаворов С.Ю.* Про майже періодичні множини в комплексній площині// Доп. Національної Акад. наук України. – 1998. – N 12. – С.37–39.
6. *Левитан Б. М.* Почти периодические функции. – М., 1953.
7. *Avantaggiati A., Bruno G., Iannacci R.* The Hausdorff-Young theorem for almost periodic functions and some applications// Nonlinear Analysis, Theory, Methods and Applications. – 1995. – Vol.25. - N 1. – P.61–87.
8. *Besicovitch A.* Almost Periodic Functions// Cambridge University. – 1932.

## ANALYTIC ALMOST PERIODIC FUNCTIONS IN BESICOVITCH'S METRICS

**S. Favorov, O. Udodova**

*National University of Kharkiv*

If $f(z)$ is analytic bounded in Besicovitch's metrics in a strip and almost periodic in the sense of Besicovitch at one straight line in this strip, then $f(z)$ is almost periodic in the sense of Besicovitch in this strip.

Key words: *analitical almost periodic function.*

Стаття надійшла до редколегії 01.07.2000

Прийнята до друку 28.12.2000