ВІСНИК ЛЬВІВ. УН-ТУ
Серія мех.-мат.2000.Вип.58.С.48–53

VISNYK LVIV UNIV.
Ser.Mech-Math.2000.Vol.58.P.48–53

УДК 517.547

ПРО МНОЖИНИ ДОДАТНИХ ВІДХИЛЕНЬ АНАЛІТИЧНИХ ФУНКЦІЙ*

Ігор Чижиков

Львівський національний університет імені Івана Франка

1. Використовуватимемо стандартні позначення теорії Неванлінни [1]. Для мероморфної в $D_R = \{z : |z| < R\}$ $(0 < R \leqslant \infty)$ функції $f(z)$ і $r < R$ приймемо $L(r, \infty, f) = \sup\{\ln^+ |f(z)| : |z| = r\}$ і $L(r, a, f) = L\big(r, \infty, 1/(f-a)\big)$, де $\ln^+ x = \max\{\ln x, 0\}$, $a \in \mathbb{C}$.

Згідно з В. Петренком величина $\beta(a, f) = \varlimsup\limits_{r \uparrow R} \dfrac{L(r, a, f)}{T(r, f)}$, де $T(r, f)$ – неванліннівська характеристика f, називається *величиною відхилення функції f щодо числа a*. Множина $E_\Pi(f) = \{a \in \overline{\mathbb{C}} : \beta(a, f) > 0\}$ називається *множиною додатних відхилень f*.

На противагу неванліннівській фунції наближення $m(r, a, f)$, яка вимірює швидкість наближення функції f до числа a в L_1 метриці, $L(r, a, f)$ вимірює наближення f до a у сильнішій рівномірній метриці. Проте в параболічному випадку $R = \infty$, $L(r, a, f)$ та $m(r, a, f)$ мають багато подібних властивостей. Зокрема, обидві множини $E_\Pi(f)$ та $E_N(f) = \{a \in \overline{\mathbb{C}} : \delta(a, f) > 0\}$, де $\delta(a, f)$ неванліннівський дефект у точці a, виняткові, тобто мають нульову логарифмічну ємність, а якщо f – скінченного нижнього порядку λ, то [1, Гл. 2] величина $\beta(a, f)$ скінченна для всіх $a \in \mathbb{C}$ і правильний аналог співвідношення дефектів $\sum\limits_{a \in \overline{\mathbb{C}}} \beta(a, f) < C(\lambda)$ і т.ін.

Ситуація докорінно змінюється при $R < \infty$. Не зменшуючи загальності, вважатимемо, що $R = 1$. Порядок $\rho[f]$ і нижній порядок $\lambda[f]$ мероморфної в D_1 функції визначають такими рівностями:

$$\rho[f] = \varlimsup_{r \uparrow 1} \frac{\ln T(r, f)}{-\ln(1-r)}, \quad \lambda[f] = \varliminf_{r \uparrow 1} \frac{\ln T(r, f)}{-\ln(1-r)}.$$

В. П. Петренко показав ([1, с. 93]), що для довільного $\lambda \in [0, +\infty]$ існує мероморфна в D_1 функція $f_\lambda(z)$ нижнього порядку λ така, що $E_\Pi(f_\lambda)$ має потужність континуума. Він також довів [1, с. 98], що $\operatorname{cap} E_\Pi(f) = 0$, де $\operatorname{cap} E$ означає логарифмічну ємність плоскої множини E, як тільки $\lambda[f] > 6$. З іншого боку, для $f_0(z) = \exp\{\frac{1+z}{1-z}\}$ ми маємо $A = \{e^{i\theta} : \theta = \operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2}, 0 < \varphi < 2\pi\} \subset E_\Pi(f)$, тобто $\operatorname{cap} E_\Pi(g) > 0$, в цьому випадку $\max\limits_{0<r<1} T(r, f) < +\infty$.

---

* Дослідження були частково підтримані грантом INTAS, проект 99-00089

В. П. Петренко в [1, с.98] сформулював задачу про знаходження точної нижньої межі зростання мероморфної в D_1 функції f, яка б забезпечувала винятковість множини $E_\Pi(f)$. Використовуючи метод Петренка, О. Критов [2] і незалежно автор (див.[3]) довели, що достатньо вимагати $\lambda[f] > 2$. З іншого боку, автор (див. [4]) для довільного $\rho \in (0, \frac{1}{2})$ побудував мероморфну в D_1 функцію f_ρ таку, що $\rho[f_\rho] = \lambda[f_\rho] = \lambda$ и $\operatorname{cap} E_\Pi(f_\rho) > 0$. Приклади аналітичних функцій з подібними властивостями до цього часу не були відомими.

Основним результатом статті є теорема 1.

Теорема 1. *Для довільного $\rho \in (0, \frac{\sqrt{5}-1}{2})$ існує аналітична D_1 функція f така, що $\rho[f] = \lambda[f] = \rho$ і $\operatorname{cap} E_\Pi(f) > 0$.*

Отже, залишається не з'ясованим випадок, коли $\lambda[f] \in [\frac{\sqrt{5}-1}{2}, 2]$, а гіпотеза є такою: відповідь на питання Петренка $\lambda[f] > 1$ (див.[4]).

Ми також розглянемо подібні питання для аналітичних у півплощині функцій. Для дослідження властивостей мероморфних у замкненій півплощині функцій звичайно використовують характеристики Цудзі і Неванлінни зростання та розподілу значень. Характеристики Цудзі є коректно визначеним також для не тотожно рівних сталій мероморфних у $\mathbb{C}_+ = \{z : \operatorname{Im} z > 0\}$ та деякому околі початку координат (можемо вважати, що в замкненому одиничному крузі) функцій. У цьому випадку

$$\mathfrak{m}(r, f) = \frac{1}{2\pi} \int\limits_{\varkappa(r)}^{\pi-\varkappa(r)} \ln^+ |f(r \sin\theta e^{i\theta})| \frac{d\theta}{r \sin^2\theta}, \quad \mathfrak{m}(r, a, f) \equiv \mathfrak{m}\Big(r, \frac{1}{f-a}\Big),$$

де $\varkappa(r) = \arcsin \frac{1}{r}$,

$$\mathfrak{N}(r, f) = \int\limits_1^r \frac{\mathfrak{n}(t, f)dt}{t^2}, \quad \mathfrak{N}(r, a, f) \equiv \mathfrak{N}(r, 1/(f-a)),$$

де $\mathfrak{n}(r, f)$ – це число полюсів, при цьому полюс кратності p рахується p разів, що належать множині $\{z : |z| > 1, |z - \frac{it}{2}| \leqslant \frac{t}{2}\}$. Нарешті, $\mathfrak{T}(r, f) = \mathfrak{m}(r, f) + \mathfrak{N}(r, f)$.

Г. В. Мікаелян (див., наприклад, [5]) помітив, що характеристики Цудзі стають зручнішими після заміни $z = 1/w$. Тоді $f(z) = f(\frac{1}{w}) = f^*(w)$, де функція f^* не тотожно дорівнює сталій і мероморфна в $\mathbb{C}_- = \{\operatorname{Im} w < 0\}$ і $\{w : |w| \geqslant 1\}$. Якщо $z = r \sin\theta e^{i\theta}$, то $w = \frac{\operatorname{ctg}\theta}{r} - \frac{i}{r}$. Отже, при такій заміні дуга $\{z : |z - \frac{ir}{2}| = \frac{r}{2}, |z| > 1\}$ перетворюється в горизонтальний інтервал $\{w = u + iv : u \in (-\sqrt{1 - 1/r^2}, \sqrt{1 - 1/r^2}), v = -\frac{1}{r}\}$, і $u'(\theta) = w'(\theta) = -\frac{1}{r \sin^2\theta}$. Тому

$$\mathfrak{m}(r, f) = \frac{1}{2\pi} \int\limits_{-\nu(v)}^{\nu(v)} \ln^+ |f^*(u + iv)| du \equiv m^*(v, f^*),$$

де $\nu(v) = \sqrt{1 - v^2}$, і $v = -\frac{1}{r}$. Далі, нехай $b_n = \rho_n e^{i\psi_n}$ – полюси $f(z)$, $v_n = \operatorname{Im} \frac{1}{b_n} = -\frac{\sin\psi_n}{\rho_n}$, $n^*(v, f^*)$ – кількість полюсів $f^*(w)$ в $\{w : |w| < 1, \operatorname{Im} w \leqslant v\}$ відповідно до кратності. Тоді

$$\mathfrak{N}(r,f)=\sum_{1<\rho_n\leqslant r\sin\psi_n}\Big(\frac{\sin\psi_n}{\rho_n}-\frac{1}{r}\Big)=\sum_{v_n\leqslant v,|w_n|<1}(v-v_n)=\int\limits_{-1}^{v}n^*(v,f^*)dv=N^*(v,f^*).$$

Нарешті, $T^*(v,f^*)=\mathfrak{T}(r,f)$, і (нижній) порядок $\rho^*[f^*]$ ($\lambda^*[f^*]$) вводиться як верхня (нижня) границя частки $\frac{\ln T^*(v,f^*)}{-\ln|v|}$ при $v\uparrow 0$.

Визначимо

$$L^*(v,\infty,f^*)=\sup_{u\in[-\nu(v),\nu(v)]}\ln^+|f(u+iv)|,\quad L^*(v,a,f^*)=L^*(v,\infty,1/(f^*-a)),$$

і $\beta^*(a,f^*)=\varliminf\limits_{v\uparrow 0}\dfrac{L^*(v,a,f^*)}{T^*(v,f^*)}$.

Теорема 2. *Для довільного $\rho\in(0,\frac{\sqrt5-1}{2})$ існує аналітична в $\mathbb{C}_-$ функція F така, що $\rho[F]=\lambda[F]=\rho$ і $cap\,E^*_{\Pi}(F)>0$, де $E^*_{\Pi}(F)=\{a\in\overline{\mathbb{C}}:\beta^*(a,F)>0\}$.*

Ми доведемо теорему 2, оскільки в цьому випадку міркування простіші, і зазначимо як модифікувати побудову для того, щоб одержати твердження теореми 1.

2. Допоміжні твердження. У подальшому позначатимемо літерою C з індексом додатні сталі, які не залежать від v, n, k та a. Нехай (h_n) – незростаюча послідовність додатних чисел така, що $\sum\limits_{n=0}^{+\infty}h_n\leqslant\frac{1}{C_1}$, $\mu_1=3/4$,

$$\mu_{n+1}=\mu_n-C_1h_n,\quad n\geqslant 1,\tag{1}$$

сталу C_1 уточнимо нижче. Позначимо $\Delta_n(h,\phi)=\{w:|\arg(w-\mu_n)+\pi/2|<\phi,\operatorname{Im}w\in(-h,0)\}$. Згідно з лемою 1 [6] для $\rho\in(0,2]$ маємо

$$m^*\Big(v,\exp\Big(\Big(\frac{i}{\mu_n-w}\Big)^{\rho+1}\Big)\Big)=\frac{C_2}{|v|^\rho},$$

де гілка степеневої функції вибрана в області $\{\mathbb{C}\setminus(-\infty,1]\}$ так, що $\left.\Big(\frac{i}{\mu_n-w}\Big)^{\rho+1}\right|_{w=\mu-i}=1$. Далі за наслідком 1 згаданої леми існує $\psi_\rho\in(0,\pi/2)$ таке, що $\Big|\exp\Big(\Big(\frac{i}{\mu_n-w}\Big)^{\rho+1}\Big)\Big|\leqslant 1$ для $w\notin\{w:|\arg(w-\mu_n)+\frac{\pi}{2}|<\psi_\rho\}$.

Означимо

$$g(w)=\exp\Big\{\sum_{n=0}^{\infty}\Big(\frac{ih_n}{\mu_n-w}\Big)^{\rho+1}\Big\}.$$

Оскільки $\mu_n\in[-\frac14,\frac34]$ для всіх n and $\sum\limits_{n=0}^{+\infty}h_n^{\rho+1}<+\infty$, $g(w)$ є аналітичною в $\mathbb{C}_-\cup\{w:|w|\geqslant 1\}$. У [6] показано, що існують ϕ_0, ϕ_2 такі, що $\frac{\pi}{2}-\psi_\rho<\phi_0<\phi_2<\frac{\pi}{2}$, і $T^*(v,g)\leqslant\frac{(1+o(1))C_3}{|v|^\rho}$ при $v\uparrow 0$, якщо $C_1=4\operatorname{tg}\phi_2$.

Лема 1 (Лема 2 [6]). *Для кожного $n\in\mathbb{Z}_+$ існує аналітична в $\mathbb{C}\setminus\{\mu_n\}$ функція $g_n(w)$ така, що*

$$g_n(w)=\begin{cases}g(w)+g_n^+(w), & w\in\Delta_n(3h_n/2,\phi_0),\\ g_n^-(w), & w\in\mathbb{C}\setminus\overline{\Delta_n(3h_n/2,\phi_0)};\end{cases}$$

і

$$|g_n^+(w)| \leqslant C_4 \frac{h_n}{|v|}, \quad w \in \Delta_n(3h_n/2, \phi_0),$$

$$|g_n^-(w)| \leqslant C_4 \frac{h_n}{|v|}, \quad w \in \mathbb{C}_- \setminus \overline{\Delta_1(3h_n/2, \phi_0)}.$$

Нехай тепер $p \in (\sqrt[3]{3}, 2)$, E – множина всіх чисел вигдяду $x = \sum_{k=1}^{+\infty} \gamma_k 2^{-[p^k]}$, $\gamma_k \in \{0,1\}$.

Лема 2 (Лема 2 [4]). $cap\, E > 0$.

Для кожного $n \in \mathbb{N}$ існує єдине зображення $n = \sum_{k=1}^{q(n)} \gamma_k 2^{k-1}$, $\gamma_k \in \{0,1\}$. Приймемо, що $b_0 = 0$, $b_n = \sum_{k=1}^{q(n)} \gamma_k 2^{-[p^k]}$ для $n \geqslant 1$ з тими самими γ_k. Тепер ми готові побудувати функцію F.

3. Доведення теорем. Нехай $\zeta(x)$ – дзета-функція Рімана, ε_0 – додатне число, що задовольняє нерівність $1 < (1+\varepsilon_0)\log_2 p \equiv \beta$. Числа h_n означимо за допомогою рівностей $h_n = C_5(n+1)^{-\beta}$, де $C_5 = \frac{1}{C_1\zeta(\beta)}$, і приймемо

$$F(w) = \frac{\sum_{n=1}^{+\infty} b_n g_n(w)}{g(w)} \equiv \frac{d(w)}{g(w)}.$$

Враховуючи лему 1, легко показати (див. [6]), що

$$T^*(v, F) \leqslant \frac{(1+o(1))C_6}{|v|^\rho}, \quad v \uparrow 0. \tag{2}$$

Ми доведемо, що $\beta^*(a, F) = \infty$ для довільного $a \in E$.

Кожному $a \in E$ відповідає послідовність $(\gamma_n(a))$, $\gamma_n(a) \in \{0,1\}$. Спочатку розглянемо ті $a \in E$, для яких $\gamma_n(a)$ набуває значення 1 для нескінченної кількості n.

Якщо прийняти, що

$$n_k(a) = \sum_{n=1}^{k} \gamma_n(a) 2^{n-1} < 2^k, \quad k \in \mathbb{N}, \quad n_0(a) = 0, \tag{3}$$

то $b_{n_k(a)} = \sum_{n=1}^{k} \gamma_n(a) 2^{-[p^n]}$. Зафіксуємо $v \in (-h_0^{\rho+2}, 0)$, $\varepsilon_1 \in (0,1)$ і нехай $n_\nu(a) = \max\{n_k(a) : h_{n_k(a)}^{\rho+1+\varepsilon_1} \geqslant |v|\}$, а $n_{\nu^*}(a)$ $(\nu^* > \nu)$ – перший член неспадної послідовності $(n_k(a))$ більший за $n_\nu(a)$, отже $h_{n_{\nu^*}(a)}^{\rho+1+\varepsilon_1} < |v|$. Тоді остання нерівність разом із (3) дає

$$|v|^{\frac{1}{(\rho+1+\varepsilon_1)(1+\varepsilon_0)}} > h_{n_{\nu^*}(a)}^{\frac{1}{1+\varepsilon_0}} \geqslant h_{2^{\nu^*}-1}^{\frac{1}{1+\varepsilon_0}} = \frac{C_6^{\frac{1}{1+\varepsilon_0}}}{2^{\nu^* \log_2 p}} = \frac{C_6^{\frac{1}{1+\varepsilon_0}}}{p^{\nu^*}}.$$

Тому

$$0 \leqslant a - b_{n_\nu(a)} = \sum_{n=\nu^*}^{+\infty} \gamma_n(a) 2^{-[p^n]} \leqslant 2 \cdot 2^{-[p^{\nu^*}]} \leqslant 4 \exp\Big\{ - \ln 2 \Big(C_6 |v|^{-\frac{1}{\rho+1+\varepsilon_0}} \Big)^{\frac{1}{1+\varepsilon_0}} \Big\}. \tag{4}$$

Позначимо $w_\nu = \mu_{n_\nu(a)} + iv$. Нам потрібно отримати оцінку зверху для величини

$$|F(w_\nu) - b_{n_\nu(a)}| = \Big| \frac{d(w_\nu) - b_{n_\nu(a)} g(w_\nu)}{g(w_\nu)} \Big|.$$

По-перше, легко бачити, що

$$\Big| \mathrm{Re} \Big(\frac{ih_n}{\mu_n - w_\nu} \Big)^{\rho+1} \Big| < \frac{{h_n}^{\rho+1}}{|\mu_n - \mu_{n_\nu(a)}|^{\rho+1}}.$$

Для n таких, що $n_\nu(a)/2 \leqslant n \leqslant 2n_\nu(a)$, використовуючи (1) і спадання h_n, виводимо

$$\frac{{h_n}^{\rho+1}}{|\mu_n - \mu_{n_\nu(a)}|^{\rho+1}} \leqslant \frac{{h_n}^{\rho+1}}{(C_1 h_{2n_\nu(a)} |n - n_\nu(a)|)^{\rho+1}} \leqslant \frac{C_7}{|n - n_\nu(a)|^{\rho+1}}. \tag{5}$$

Далі, якщо $n \geqslant 2n_\nu(a)$, то

$$\frac{{h_n}^{\rho+1}}{|\mu_n - \mu_{n_\nu(a)}|^{\rho+1}} \leqslant \frac{{h_n}^{\rho+1}}{(C_1 h_{n-1} |n - n_\nu(a)|)^{\rho+1}} \leqslant \frac{1}{(C_1 |n - n_\nu(a)|)^{\rho+1}}, \tag{6}$$

інакше $n < n_\nu(a)/2$, і

$$\frac{{h_n}^{\rho+1}}{|\mu_n - \mu_{n_\nu(a)}|^{\rho+1}} = \frac{{h_n}^{\rho+1}}{(C_1 \sum\limits_{k=n}^{n_\nu(a)-1} h_k)^{\rho+1}} \leqslant \frac{n^{-\beta(\rho+1)}}{\Big(C_1 C_5/2 \int_n^{n_\nu(a)} t^{-\beta} dt \Big)^{\rho+1}} =$$

$$= \frac{n^{-\beta(\rho+1)}}{\Big(\frac{C_1 C_5}{2(\beta-1)} (n^{1-\beta} - n_\nu(a)^{1-\beta}) \Big)^{\rho+1}} \leqslant \frac{C_8}{n^{\rho+1}}. \tag{7}$$

Отже, використовуючи (5)–(7), знаходимо, що

$$\begin{aligned} |g(w_\nu)| &= \exp\Big\{ \frac{h_{n_\nu(a)}^{\rho+1}}{|v|^{\rho+1}} \Big\} \exp\Big\{ \mathrm{Re} \sum_{n \neq n_\nu(a)} \Big(\frac{ih}{\mu_n - w_\nu} \Big)^{\rho+1} \Big\} \geqslant \exp\Big\{ \frac{|v|^{\frac{\rho+1}{\rho+1+\varepsilon_1}}}{|v|^{\rho+1}} \Big\} \times \\ &\times \exp\Big\{ -C_9 \Big(\sum_{n \neq n_\nu(a)} \frac{1}{|n - n_\nu(a)|^{\rho+1}} + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^{\rho+1}} \Big) \Big\} \geqslant \exp\{ |v|^{-\rho - \frac{\varepsilon_1}{\rho+1+\varepsilon_1}} - C_{10} \}. \end{aligned} \tag{8}$$

З іншого боку, за лемою 1

$$|d(w_\nu) - b_{n_\nu(a)} g(w_\nu)| = \Big| \sum_{n \neq n_\nu(a)} b_n g_n^-(w_\nu) - b_{n_\nu(a)} g_n^+(w_\nu) \Big| \leqslant \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{C_4 h_n}{|v|} \leqslant \frac{C_4}{C_1 |v|}.$$

Остання нерівність разом з (8) дає

$$\begin{aligned} |F(w_\nu) - b_{n_\nu(a)}| &= |g(w_\nu)|^{-1} |d(w_\nu) - b_{n_\nu(a)} g(w_\nu)| \leqslant \\ &\leqslant \exp\Big\{ -|v|^{-\rho - \frac{\varepsilon_1}{\rho+1+\varepsilon_1}} + C_{10} + \ln \frac{C_4}{C_1 |v|} \Big\} \leqslant \exp\{ -C_{10} |v|^{-\rho-\varepsilon_2} \}, \end{aligned} \tag{9}$$

для $0 < \varepsilon_2 < \frac{\varepsilon_1}{1+\rho+\varepsilon_1}$. Отже, згідно з (4)

$$|F(w_\nu) - a| \leqslant |F(w_\nu) - b_{n_\nu(a)}| + |a - b_{n_\nu(a)}| \leqslant 2\exp\{-C_{11}(\rho)|v|^{-\rho-\varepsilon_2}\} \qquad (10)$$

як тільки $\frac{1}{(\rho+1+\varepsilon_1)(1+\varepsilon_0)} < \rho + \varepsilon_2$. Але останню нерівність ми можемо задовольнити, вибравши p досить близьким до 2 так, щоб ε_0 і ε_1 могли бути вибрані достатньо малими, якщо виконується нерівність $\rho(\rho+1) < 1$, тобто $\rho < (\sqrt{5}-1)/2$.

З (10) і (2) випливає, що $\beta^*(a, F) = \infty$ для $a \in E$ таких, що $\gamma_n(a)$ набуває значення 1 для нескінченної кількості n. В іншому випадку, $\gamma_n(a) = 0$ для $n \geqslant n_0$, $n_0 \in \mathbb{N}$, отже $a = b_j$ для деякого $j \in \mathbb{Z}_+$. Тоді [6] $m^*(v, b_j, F) \geqslant \frac{(1+o(1))C_{12}}{|v|^\rho}$ при $v \uparrow 0$. Тому $\beta^*(b_j, F) = +\infty$, і $\rho^*[F] = \lambda^*[F] = \rho$. Теорема 2 доведена.

Доведення теореми 1 одержуємо модифікацією доведення теореми 2. Достатньо прийняти, що

$$f(z) = \frac{\sum\limits_{k=1}^{+\infty} b_k g_k^*(z)}{g^*(z)} \equiv \frac{d(z)}{g^*(z)},$$

де $g^*(z) = \exp\left\{\sum\limits_{n=0}^{\infty}\left(\frac{ih_n}{e^{i\mu_n} - z}\right)^{\rho+1}\right\}$, і $g_k^*(z)$ побудовані подібно до $g_k(w)$ (див. [7]).

1. *Петренко В.П.* Рост мероморфных функций. – Харьков, 1978.
2. *Крытов А.В.* О росте мероморфных функций и аналитических кривых в единичном круге// Рукопись деп. в ВИНИТИ 1657–81. Деп.
3. *Чижиков І. Е.* Асимптотичні властивості мероморфних у півплощині та крузі функцій: Автореф. дис. канд. фіз.-мат. наук, Львів, 1998.
4. *Чижиков І. Е.* Про множини додатних відхилень функцій, мероморфних в одиничному крузі// Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 1997. – Т.40. – N 4. – С.48–53.
5. *Микаелян Г.В.* О росте произведений Бляшке-Джрбашяна // Изв. АН АрмССР. Математика. – 1981. – Т.16. – N 6. – С.478–497.
6. *Чижиков І. Е.* До оберненої задачі теорії розподілу значень для функцій, аналітичних у півлощині// Інтегральні перетворення та їх застосування до крайових задач: Зб. наук. пр.– Київ: Ін-т математики НАН України, 1997. – Вип.15. – С.270–281.
7. *Гирнык М. А.* К обратной задаче теории распределения значений для функций, аналитических в единичном круге //Укр.мат.журн. – 1977. – Т.29. – N 1. – С.32–39.

ON SATS OF POSITIVE DEVIATIONS OF ANALITIC FUNCTIONS

I. Chyzhykov

Ivan Franko National University of Lviv

Given $\rho \in (0, (\sqrt{5}-1)/2)$ we construct an analytic in a domain G ($G = \{z : |z| < 1\}$ or $G = \{z : \operatorname{Im} z < 0\}$) function f of order ρ such that a set $E_\Pi(f)$ of positive Petrenko's deviations of f has positive logarithmic capacity.

Key words: *analytic function, logarithmic capacity.*

Стаття надійшла до редколегії 07.07.2000

Прийнята до друку 28.12.2000