УДК 512.

ВПЛИВ ІДЕЙ Я.Б.ЛОПАТИНСЬКОГО НА СУЧАСНИЙ РОЗВИТОК АЛГЕБРИ У ЛЬВІВСЬКОМУ УНІВЕРСИТЕТІ

Микола Комарницький

Львівський національний університет імені Івана Франка

Початок розвитку алгебри у Львівському університеті у післявоєнний період, безперечно, пов'язаний з іменем визначного вітчизняного математика, академіка Я.Б.Лопатинського, який за короткий час створив у Львові дві потужні наукові школи: теорії диференціальних рівнянь та алгебри. Ще досить молодою людиною, незважаючи на перенесені лихоліття війни, він з неабияким ентузіазмом і самовідданістю розпочав діяльність з відновлення наукового потенціалу знаменитого у передвоєнний період Львівського математичного центру. Ярослав Борисович захистив докторську дисертацію на тему "Лінійні диференціальні оператори" в Московському університеті (1946). Дисертація присвячена вивченню алгебраїчних властивостей лінійних диференціальних операторів від n комутуючих диференціювань з коефіцієнтами з абстрактного диференціального кільця. Отримані результати застосовують до питань розв'язності диференціальних рівнянь. Є певна неузгодженість у поглядах різних математиків на наукову діяльність Я.Б.Лопатинського. З одного боку, більшість алгебраїчних напрямів, які тепер розвиваються у Львові (і Львівському університеті зокрема), у своїй основі мають ідеї, висунуті в дисертації Ярослава Борисовича, а з іншого, науковці знають його здебільшого як вченого, який працював у галузі теорії диференціальних рівнянь. Така думка склалась внаслідок того, що основні праці, написані Ярославом Борисовичем у Львові, стосувались саме цієї галузі математики. Його результати в теорії диференціальних рівнянь, одержані вже після захисту докторської дисертації, добре відомі і викладені в статті професора М.І.Іванчова в цьому ж номері "Вісника". Тому я зосереджу увагу на алгебраїчних результатах Ярослава Борисовича, оскільки з багатьох причин вони менш відомі широкому загалу математиків.

В суто алгебраїчному характері досліджень, проведених Я.Б.Лопатинським у дисертації, можна переконатись переглянувши назви параграфів: 1. Диференціальне кільце і кільце диференціальних операторів; 2. Матриці над кільцем диференціальних операторів; 3. Модулі над кільцем диференціальних операторів; 4. Теореми про базу модуля. Розклад модуля в перетин незвідних; 5. Перетворення модулів; 6. Інтегральний многовид; 7. Перетворення систем рівнянь; 8. Вимірність модуля; 9. Супутні модулі; 10. Характери модуля; 11. Похідний модуль; 12. Розмірні оператори; 13. Група Коші; 14. Кільце операторних ендоморфізмів інтегрального многовиду. В дисертації є ще три алгебраїчні додатки: 1. Системи лінійних рівнянь; 2. Теорема про базу;

3. Один випадок нільпотентності радикала кільця. Значну частину тексту дисертації довгий час не публікували. Повністю опублікували її лише після смерті автора у 1984 р. Книга, в якій вміщено текст дисертації, має назву – "Теорія загальних граничних задач" і не спонукає читача до пошуку в ній алгебраїчних фактів. Тому дослідження Ярослава Борисовича, описані в дисертації, досі неповністю відомі алгебраїстам. У зв'язку з цим ми розглянемо ті результати Я.Б.Лопатинського, які мають безпосередній зв'язок з сучасними алгебраїчними дослідженнями львівських математиків, підкріпивши деякі з вже висловлених тез. Заглиблюючись у зміст дисертації, вражаєшся глибиною знань Ярослава Борисовича тих праць, на які він посилається, та оригінальністю інтерпретації відомих результатів, чого бракує багатьом молодим алгебраїстам. Вже тоді він досконало знав і широко використовував результати Ван дер Вардена, Гільберта, Дедекінда, Жане, Жордана, Пікара, Емі Нетер, Колчіна, Куроша, Коші, Кронекера, Леві, Лузіна, Лур'є, Софуса Лі, Мертенса, Оре, Пуанкаре, Райкова, Ріта, Рікьє, Рюккерта, Снеппера, Шевалле, Шмейдлера, Штейніца, Хенцельта, Хауздорфа, Фіттінга, Фрідрігса, Фробеніуса та багатьох інших. У дисертації відчувається вплив Гетінгена – математичної столиці передвоєнних літ.

Технічні засоби, якими користувався Я.Б.Лопатинський, також мали алгебраїчний характер, проте постановки задач, які розв'язано в дисертації, безперечно, випливали з класичної теорії диференціальних рівнянь у частинних похідних і одержані результати застосовували в теорії диференціальних рівнянь. Робота має багато ідей, які ще чекають свого розвитку. Тому одне з актуальних завдань алгебраїстів Львова, на нашу думку, полягає в тому, щоб подати алгебраїчні результати Я.Б.Лопатинського в сучасному оформленні, осмислити їх з позицій гомологічної алгебри та теорії категорій, далі розвинути висунуті ним ідеї, пропагувати досягнення вченого в періодичних та монографічних виданнях. Частково розглянемо ідеї Я.Б. Лопатинського в галузі алгебри, зокрема в теорії кілець та модулів, а також результати, які згодом одержали його учні та послідовники. Спробую сформулювати ідеї і результати Я.Б.Лопатинського використовуючи сучасну термінологію, адже за понад 50 років алгебраїчна мова суттєво вдосконалилась. Ярослав Борисович виділяв такі напрями застосувань алгебраїчних методів у теорії диференціальних рівнянь: 1. Теорія Галуа (методи інтегрування диференціальних рівнянь на базі використання неперервних груп у формі близькій до класичної теорії Галуа; сучасніша теорія Галуа диференціальних полів розвивається у формі артінової теорії Галуа); 2. Теореми існування (застосування теорії алгебраїчних форм Гільберта для визначення канонічних форм систем аналітичних диференціальних рівнянь та характеристики загального розв'язку); 3. Теорія лінійних диференціальних операторів. (Цю теорію започаткував Фробеніус; вона розглядала розкладності операторів та операторних ідеалів, зокрема містила багато узагальнень результатів про розкладність звичайних поліноміальних ідеалів); 4. Інтегральні многовиди. (Цей напрям, який розпочав Рітт, вивчає множини інтегралів системи алгебраїчних диференціальних рівнянь, її структуру; раніше в цьому напрямі одержано розщеплення інтегрального многовида на незвідні компоненти і подано нову класифікацію інтегралів (лише для випадку одного аргумента)). Дисертація Ярослава Борисовича належить до четвертого з виділених напрямів диференціальної алгебри, хоча значна частина присвячена результатам третього напряму. Щоб оцінити вклад Я.Б.Лопатинського в диференціальну алгебру з сучасних позицій треба задати той рівень узагальненості, який домінує в сучасних публікаціях. З цією метою ми нагадаємо деякі терміни сучасної диференціальної алгебри. Це корисно ще й з огляду на те, що наведення означень може спонукати молодих людей (студентів, аспірантів, які, ми сподіваємось, ознайомляться з цим текстом) спробувати свої сили в диференціальній алгебрі. Ми робитимемо це якомога неформальніше і коротко. Асоціативне кільце з одиницею називається диференціальним, якщо на ньому визначена множина диференціювань, тобто відображень з цього кільця в себе, які формально володіють властивостями диференціювання суми та добутку функцій. Вважається, що різні диференціювання комутують між собою. Я.Б.Лопатинський розглядав лише комутативні диференціальні кільця з одиницею нульової характеристики і без дільників нуля з скінченною множиною диференціювань. У сучасній термінології це комутативні диференціальні області з одиницею нульової характеристики зі скінченною множиною диференціювань. Це випадок, який найчастіше використовують у класичній математиці, дуже загальний. Лівий диференціальний модуль є звичайним лівим модулем з заданими на ньому диференціюваннями, узгодженими з диференціюваннями кільця. Для кожного диференціального кільця можна розглянути категорію лівих диференціальних модулів, об'єктами якої є ліві диференціальні модулі, а морфізмами – диференціальні модульні гомоморфізми, тобто модульні гомоморфізми, узгоджені з диференціюваннями. У дисертації розглянуто ліві диференціальні модулі без скруту під назвою диференціальних груп з операторами з диференціального кільця. Я.Б.Лопатинський вже тоді розумів важливість введення і дослідження поняття диференціального модуля. Крім того, він ввів поняття топологічного диференціального кільця. Диференціальне кільце він називає топологічним, якщо воно є топологічним простором і всі диференціювання є неперервними (як оператори). Аналогічно визначені і топологічні диференціальні модулі над топологічним диференціальним кільцем. Треба зазначити, що топологічна диференціальна алгебра ще й до сьогодні перебуває в зародковому стані (у Львові займаються диференціальною алгеброю і топологією). Диференціальне кільце, яке є ще й полем, називається диференціальним полем. Серед всіх диференціальних полів він виділяв повні диференціальні поля, до класу яких належать поля функцій. Диференціальне поле називається повним, якщо в ньому є набір елементів, якобіан яких відмінний від нуля. Головним алгебраїчним об'єктом, який досліджував Ярослав Борисович, є кільце лінійних диференціальних операторів з коефіцієнтами з деякого диференціального кільця. Нагадаємо, що з кожним диференціальним кільцем пов'язане кільце лівобічних лінійних диференціальних операторів, яке складається з диференціальних многочленів з коефіцієнтами з заданого диференціального кільця і ці коефіцієнти можна записувати лише ліворуч. Додавання таких многочленів виконується простим зведенням подібних членів і стосовно цього додавання множина диференціальних многочленів є абелевою групою. Множення лінійних диференціальних многочленів виконується множенням суми одночленів на суму одночленів з використанням дистрибутивного закону, а окремі одночлени між собою множаться способом перекидання коефіцієнтів справа наліво, за добре відомим законом перестановки, з використанням властивості асоціативності множення. Це кільце не комутативне, коли хоча б одне диференціювання не є тривіальним. Лінійний диференціальний оператор є нульовим тоді і тільки тоді, коли всі його коефіцієнти нулі. Стандартно визначається степінь такого оператора. Кожний диференціальний многочлен насправді задає оператор на кільці. Сукупність одержаних операторів і утворює потрібне нам кільце диференціальних операторів заданого диференціального кільця. Це кільце володіє природною інволюцією Фробеніуса, яка дає змогу вільно трансформувати результати правостороннього випадку на лівосторонній і для ідеалів, і для модулів. Якщо вихідне диференціальне кільце є топологічним, то всі лінійні диференціальні оператори також будуть неперервними. Зрозуміло, що аналогічно можна визначити дію кожного такого оператора на будь-якому лівому диференціальному модулі (зокрема на кожному вільному модулі, оскільки він володіє природною структурою диференціального модуля). Насправді категорія лівих модулів природно ізоморфна категорії диференціальних модулів і Я.Б.Лопатинський неявно користувався цим фактом. У дисертації досліджено лише підмодулі вільного модуля, бо вони є найважливішими з огляду на їхнє застосування в теорії диференціальних рівнянь. Це дало змогу авторові говорити про степінь елемента модуля як найвищий з степенів компонент. Він довів, що у випадку довільного диференціального поля кільце є правою і лівою областю Оре, отже володіє тілом дробів. Завдяки цьому можна говорити про ранг матриць і ранг підмодулів вільного модуля (як це ми тепер звикли), означений за допомогою теорії лінійної залежності Штейніца. Зауважимо, що він користувався поняттям бази модуля чи ідеалу, яке в сучасній термінології еквівалентне поняттю системи твірних цього модуля, а база в нього називається лінійно незалежною базою. Дослідник доводить нетеровість кільця диференціальних операторів і показує, що вибір скінченої системи твірних підмодуля вільного модуля можна зробити так, щоб зображення елементів модуля у вигляді скінчених лінійних комбінацій твірних мало всі доданки степеня не вищого за степінь самого елемента. Він зауважує, що без уточнення про степінь доданків цей результат одержала Емі Нетер, використовуючи відомий метод Гордана. Сучасні доведення цієї теореми проводять узагальненою процедурою Гільберта, що стосується приєднання некомутуючої невідомої до нетерового кільця. В доведенні Я.Б.Лопатинський використовував зображення бази модуля у матричній формі, започатковане Штейніцем у випадку кільця всіх цілих алгебраїчних чисел. Математик стверджував, що матриця належить до модуля, коли її рядки належать до цього модуля. Як звичайно, базисна матриця вільного модуля у випадку стандартної бази є одиничною. Базисна матриця визначається неоднозначно. На підставі техніки ділення модуля на матрицю доведено теорему про таке, коли диференціальне поле є повним, то кожний підмодуль вільного модуля, який має максимально лінійно незалежну систему з n елментів, володіє системою твірних з не більше як $n + 1$ елементів, зокрема кожний лівий ідеал може бути породжений не більше як двома елементами. Аналогічний результат у загальнішій ситуації коефіцієнтів з кільця многочленів над полем (тобто для алгебр Вейля) отримав Стаффорд у 1977 р. Цей результат у книзі Жана-Еріка Бйорка так і називається теоремою Стаффорда. Ярослав Борисович не тільки довів цей факт, а й дав практичний алгоритм для відшукання такої системи твірних з двох елементів. Також довів, що кільце лінійних диференціальних операторів над повним полем є простим кільцем, а в статті, яка вийшла вже після захисту, довів й обернене твердження. Подібний факт для алгебр Вейля теж доводений у книзі Бйорка, але про алгоритм знаходження цієї системи твірних не згадується й оберненого твердження немає. Про результати Я.Б.Лопатинського ні в статті Стаффорда, ні в книзі Бйорка не йшлося. І таких прикладів незгадування його вкладу в диференціальну алгебру можна навести дуже багато. Тому ми хочемо глибше проаналізувати значення його алгебраїчних результатів у сучасній диференціальній алгебрі і присвятити цьому окрему публікацію.

Після захисту докторської дисертації він рідше писав власні роботи з алгебри, зате активно керував алгебраїчними темами своїх учнів. Як завідувач кафедри диференціальних рівнянь приділяв більше уваги дослідженням профільного напряму. Проте аспіранта С.Д.Бермана (1949-1952 рр., кандидатська дисертація з теорії зображень скінчених груп над полями) він скерував у дуже модну тоді галузь – теорію зображень груп і алгебр. Незабаром Самуїл Давидович Берман став спеціалістом світового значення, захистив докторську дисертацію у МДУ в 1963 р. на тему: "Нерозкладні цілочислові зображення скінчених груп", створив свою власну наукову школу в Ужгородському університеті, підготував більше двадцяти кандидатів наук, серед яких два захистили докторські дисертації, а один з них професор П.М.Гудивок сьогодні очолює Ужгородську алгебраїчну школу і плідно працює в галузі теорії зображень груп і алгебр.

Ще один аспірант, якого Ярослав Борисович спрямував у галузь лінійної алгебри над некомутативними кільцями, – це Петро Степанович Казімірський. Його наукова діяльність найтісніше пов'язана з результатами докторської дисертації керівника. В аспірантурі Петро Степанович займався проблемами кілець елементарних дільників, проблемами розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь над областями головних ідеалів, задачами звідності матриць над кільцями диференціальних операторів до простіших форм, отримав важливі результати. Тривалий час займався дослідженнями розкладності многочлена з матричними комплексно-елементними коефіцієнтами на основі певного розбиття множини його коренів характеристичного рівняння (ідея Я.Б. Лопатинського, опублікована в 1956р.), показав як теорія систем лінійних диференціальних рівнянь дає змогу розв'язати задачу в одному специфічному випадку. Подальші дослідження Петра Степановича і його учнів пов'язані з теорією розкладності матричних многочленів. Ідея Ярослава Борисовича виявилась дуже плідною. За короткий час Петро Степанович підготував багато кандидатів наук, які працювали над окремими частковим випадками глобальної задачі. Справжній розквіт математичної творчості П.С.Казімірського припадає на період, коли він очолив відділ алгебри в Фізико-механічному інституті (1970 р.). Мав змогу цілковито зосередитись на не розв'язаній проблемі і мати більше аспірантів та співробітників. Плідна праця принесла свої плоди: проблема Лопатинського була успішно розв'язана і привела до виникнення окремої теорії матричних многочленів, яка має численні застосування в найрізноманітніших галузях науки, оскільки часто дає алгоритми для розв'язування цілих класів матричних рівнянь. Ми можемо пишатись, що така теорія розроблена саме у Львові. Петро Степанович деякий час був професором кафедри алгебри і топології Львівського університету за сумісництвом, його відділ співпрацював з кафедрою. До сьогодні років працює міський алгебраїчний семінар, участь в якому беруть як співробітники відділу, так і викладачі, співробітники й аспіранти кафедри алгебри і топології. Учні Петра Степановича В.Р.Зеліско, Б.В.Забавський і автор цих рядків працюють на кафедрі штатними викладачами. Розробки Петра Степановича продовжують розвивати і поглиблювати його учні (15 кандидатів наук), які мають цікаві результати в теорії розкладності матричних многочленів. Завершує докторську дисертацію керівник відділу алгебри в Інституті прикладних проблем механіки і математики НАН України Василь Михайлович Петричкович, хороші результати одержали співробітники відділу В.П.Щедрик, В.М.Прокіп і інші, які займаються загальнішою проблемою розкладності матричних многочленів, матриці-коефіцієнти яких мають елементи в комутативній області головних ідеалів або, навіть, у більш загальному кільці. Доцент В.Р.Зеліско на кафедрі надав новий імпульс теорії матричних многочленів, поєднавши теорію Петра Степановича з теорією кілець з інволюцією, що пов'язано з потребами практики. Ще один алгебраїчний напрям, пов'язаний з теорією інтегральних многовидів, якому Я.Б.Лопатинський приділяв значну увагу, започаткований у Львові Олегом Миколайовичем Введенським. Олег Миколайович захоплювався алгеброю (під безпосереднім керівництвом Ярослава Борисовича) ще в студентські роки, але незабаром потрапив під вплив ідей знаменитого французького математика Олександра Гротендика, який тоді одержав дуже багато і надзвичайно важливих результатів у галузі алгебраїчної геометрії. За особистою рекомендацією Ярослава Борисовича О. М. Введенського прийняв до себе в аспірантуру відомий російський математик – Ігор Ростиславович Шафаревич. Введенський досліджував арифметичні властивості еліптичних кривих, зокрема тих, які описуються мовою когомологій. Його також цікавили теорія дуальності кривих, теорія груп і алгебр Лі, теорія Галуа, алгебраїчна теорія чисел, теорія категорій і функторів, зокрема теорія топологій Гротендика, диференціальна алгебра, теорія діофантових наближень елементів диференціальних полів і багато чого іншого. О.М. Введенськийн щедро ділився своїми знаннями зі студентами та аспірантами, яким віддавав багато часу і енергії, першим започаткував читання загальних курсів алгебри у модерному стилі на такому самому науковому рівні як у Московському університеті. Певні обставини не дали йому змоги втілити всі свої плани. Проте зусилля Олега Миколайовича не пропали марно. Розпочаті ним дослідження продовжує розвивати доцент Андрійчук Василь Іванович, який вже підготував до захисту докторську дисертацію. Він описав когомології Галуа еліптичних кривих і торів над полями з хорошими теоретико-модельними властивостями.

М.Я. Комарницький також вчився алгебри в О.М. Введенського і захищав дипломну роботу з теорії полів класів.

Ще одна учениця Олега Миколайовича - Галина Іванівна Чуйко - працює на кафедрі математичного і функціонального аналізу і захищала кандидатську дисертацію під керівництвом професора Владислава Елійовича Лянце.

Хоча були успіхи в розвитку алгебри, проте це не давало змоги закріпитись алгебрі в адміністративному штаті факультету: викладачів, які читали алгебру, зараховували на непрофільні кафедри, що сповільнювало розвиток цієї галузі у Львівському університеті.

Подальший розвиток алгебри у Львівському університеті пов'язаний з Омеляном Львовичем Горбачуком (після захисту кандидатської дисертації у Москві 1971 р. повернувся до Львова). Займався дослідженням теорії радикалів і скрутів у категорії модулів над асоціативним кільцем, які розпочинали вивчати П.Габріель,Ж-М.Маранда, С.Діксон і О.Гольдман. Вийшли у світ монографії Л.А.Скорнякова, В.Штенстрьома, Дж.Голана, И.Ламбека, Ф.Ван-Овстаєна, а також багато журнальних публікацій. Саме тоді сформувалася група молодих математиків, які під керівництвом О.Л.Горбачука продовжили розпочаті ним дослідження розщеплюваності скрутів і радикалів, побудови радикальних фільтрів, деяких спеціальних радикалів і скрутів для випадку диференціальних кілець і диференціальних модулів. З'ясувалось, що ці питання пов'язані з розв'язністю лінійних диференціальних рівнянь у диференціальних кільцях. Зокрема, М.Я.Комарницький і О.Л.Горбачук довели, що розщеплюваність всіх скрутів над кільцем лінійних диференціальних операторів від однієї змінної над диференціальним полем еквівалентна нетривіальній розв'язності лінійних диференціальних рівнянь у диференціальному полі (тобто універсальності цього диференціального поля). Цей та інші результати про кільця диференціальних операторів отримали завдяки дослідженням Я.Б.Лопатинського про розкладність таких операторів на лінійні множники. Пізніше М.Я.Комарницький розв'язав відому проблему Коззенса-Фейса про зліченний ультрастепінь області Койфмана-Коззенса (тобто області лінійних диференціальних операторів від одного диференціювання над універсальним диференціальним полем), описав односторонні максимальні ідеали в ультрадобутках V-областей головних ідеалів. Інший напрям стосувався досліджень кілець і модулів теоретико-модельними методами. О.Л.Горбачук, М.Я.Комарницький і Р.М.Попович одержали багато різноманітних результатів про аксіоматизовність тих чи інших класів модулів, які визначають за допомогою радикала або скруту. Такі результати незалежно одержав англійський алгебраїст і логік Майк Прест, який у 1986 р. опублікував монографію, присвячену теоретико-модельним питанням теорії кілець і модулів. Згодом О.Д.Артемович і М.Я.Комарницький розпочали вивчати диференціально тривіальні та ідеально диференціальні кільця і модулі. Найкращих результатів досягнув О.Д.Артемович. Він охарактеризував диференціально тривіальні нетерові зліва кільця і кільця скінченого рангу та жорсткі кільця скінченого рангу, одержав результати, що стосуються класичної теорії груп, розв'язав проблему Д.О.Супруненка з "Коурівського зошита" про визначення критерію нільпотентності (гіперцентральності, енгелевості) всіх розширень абелевої групи за допомогою групи операторів, охарактеризував нерозкладні групи з нільпотентним комутантом і, зокрема, нерозкладні метабелеві групи (це також відповідь на одне з питань "Коурівського зошита"), описав групи з умовами максимальності (мінімальності) для негіперцентральних груп. Ці та інші результати О.Д.Артемовича ввійшли до докторської дисертації, яку він недавно успішно захистив. Певні успіхи в цьому напрямі мають і його учні О.В. Тураш та Ю.Б. Іщук.

На кафедрі алгебри і топології, з приходом Б.В.Забавського, активізувались дослідження в галузі теорії кілець елементарних дільників. Б.В.Забавський побудував змістовну теорію максимально-неголовних ідеалів у некомутативних кільцях, довів некомутативний аналог теореми Коена для кілець з головними односторонніми первинними ідеалами. М.Я.Комарницький знайшов необхідні та достатні умови звідності матриць над ермітовими кільцями до майже інваріантної діагональної форми. Б.В.Забавський і М.Я.Комарницький описали дистрибутивні кільця елементарних дільників. Б.В.Забавський і А.І.Гаталевич визначили залежність звідності матриць (над кільцями з певних класів) від властивостей спектра класичних кілець дробів. Б.В.Забавський і О.М.Романів дослідили кільця з елементарною редукцією матриць. В.Р.Зеліско знайшов необхідні та достатні умови факторизації симетричних матриць над кільцями многочленів з інволюцією.

О.Л.Горбачук і Ю.П.Матурін отримали критерії розщеплювальності I-радикалів у категорії модулів над довільним асоціативним кільцем. О.Л.Горбачук розв'язав n-точкову задачу з n параметрами для еволюційного рівняння, коли оператор є генератором напівгрупи відповідного класу. Досліджено асимптотику розв'язків, коли права частина є цілою аналітичною функцією. Доведено, що у симетричного простого оператора множина аналітичних векторів складається тільки з нульового вектора. На жаль, у такій короткій публікації неможливо сказати всього про таку людину як Ярослав Борисович Лопатинський, неможливо оцінити вклад інших науковців, завдяки яким у Львові й надалі розвиватимуться алгебраїчні дослідження.

Треба зазначити, що алгебраїчні ідеї Я.Б.Лопатинського не вичерпані. Вони мають величезний виховний потенціал і кафедра алгебри і топології Львівського університету повинна докласти максимум зусиль, щоб вони належно розвивались і в майбутньому. Діяльність вченого призвела до того, що сучасна Львівська наукова алгебраїчна школа є другою в Україні. Цим Львівський університет справді пишається!

INFLUENCE OF YA. B. LOPATYNSKII'S IDEAS ON MODERN DEVELOPEMENT OF ALGEBRA IN LVIV UNIVERSITY

M. Komarnitskyi

Ivan Franko National University of Lviv

In this note we present the talk by the author at the Conference dedicated to 225th anniversary of Departament of Mathematics and 25th anniversary of the Faculty of Mechanics and Mathematics at the Ivan Franko National University of Lviv. The author's point of view is expressed on the algebraic part of the scientific achievents of a well-known mathematician Ya.B.Lopatynskii and his role in establishing and development of algebraic investigations of the Lviv University since the second world war till thise time. We notice that, for some reasons, thes algebraic results are not sufficiently knovn to the algebraists and motivate the necessity of their popularization. We demonstrate the use of further development of Ya.B.Lopatynskii ideas, especially those introduced in his D.Sci.Thesis. We briefly outline some result of his pupils and the algebraists from the Depertment of Algebra and Topology at the Lviv University.

Key words: *development of algebraic investigations.*

Стаття надійшла до редколегії 24.11.99
Прийнята до друку 28.12.2000