ВІСНИК ЛЬВІВ. УН-ТУ
Серія мех.-мат.2000.Вип.58.С.88–96

VISNYK LVIV UNIV.
Ser.Mech-Math.2000.Vol.58.P.88–96

УДК 517.95

РОЗВИТОК ТЕОРІЇ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ У ЛЬВІВСЬКОМУ УНІВЕРСИТЕТІ

Микола Іванчов
Львівський національний університет імені Івана Франка

Кафедра диференціальних рівнянь була створена у Львівському університеті у 1946 р. з ініціативи Я.Б.Лопатинського. З ім'ям цього видатного вченого пов'язаний подальший розвиток теорії диференціальних рівнянь у Львівському університеті. Ярослав Борисович Лопатинський, після приїзду у Львів, згуртував навколо себе талановиту молодь, наукові досягнення яких дали підстави говорити про львівську школу в теорії диференціальних рівнянь.

Ярослав Борисович у 1946 р. у Московському державному університеті ім. М.В.Ломоносова захистив докторську дисертацію на тему "Лінійні диференціальні оператори", в якій вивчив кільце диференціальних операторів з коефіцієнтами у полі відношень кільця формальних степеневих рядів, дослідив ідеали цього кільця, розкрив тісний зв'язок між теорією диференціальних модулів та многовидом розв'язків систем диференціальних рівнянь так званим інтегральним многовидом.

Я. Б. Лопатинський пропрацював у Львівському університеті до 1963 р. Його наукові дослідження протягом цього періоду можна умовно звести до трьох основних напрямів.

До першого з них належать результати у побудові та дослідженні властивостей фундаментальних матриць для загальних еліптичних систем рівнянь. Використовуючи їх, він дослідив поведінку розв'язку лінійної еліптичної системи в околі ізольованої особливої точки, довів твердження про те, що узагальнений розв'язок лінійної еліптичної системи є насправді звичайним розв'язком.

Другий напрям пов'язаний з дослідженням загальних граничних задач для загальних лінійних еліптичних систем. В опублікованій Я.Б.Лопатинським праці "Про один спосіб зведення граничних задач для системи диференціальних рівнянь еліптичного типу до регулярних інтегральних рівнянь" (Український математичний журнал, 1953. N 2) визначено умову узгодження коефіцієнтів системи рівнянь з коефіцієнтами граничних операторів достатню для зведення граничної задачі до системи регулярних інтегральних рівнянь, яку пізніше стали називати умовою Лопатинського-Шапіро (Шапіро дослідив частинний випадок систем зі сталими коефіцієнтами у тривимірній області). Розвинені у цій праці методи Я.Б.Лопатинський застосував до дослідження задачі Діріхле для системи еліптичних рівнянь другого порядку, внаслідок чого одержав умови існування, єдиності і неперервної залежності розв'язку від правих частин і коефіцієнтів рівнянь, визначив гладкість розв'язків у замиканні області. Дослідник визначив, для того щоб гранична задача для еліптичної системи рівнянь була нетерівою, необхідно і достатньо, щоб виконувалась умова Лопатинського (оператор називається нетерівим, якщо його ядро скінченновимірне, образ є замкненим і має скінченну ковимірність). Пізніше це твердження перенесли на граничні задачі для еліптичних псевдодиференціальних рівнянь.

Третій напрям наукових інтересів Я.Б.Лопатинського – це інтегральні рівняння як регулярні – з аналітичним ядром, так і сингулярні, які виникають під час дослідження граничних задач для еліптичних систем в областях з кутовими точками. Він був першим серед тих, хто вивчав такі задачі у загальному формулюванні. Вчений довів, що в деякому спеціально підібраному функціональному просторі система інтегральних рівнянь, яка відповідає граничній задачі для еліптичної системи рівнянь в області з кутовою точкою, породжує нетерів оператор, визначив формули для знаходження індексу цього оператора.

Після від'їзду зі Львова Ярослав Борисович три роки працював у Москві в Інституті нафтохімічної та газової промисловості, згодом завідував відділом рівнянь у частинних похідних Інституту прикладної математики і механіки АН УРСР у Донецьку. Займався дослідженням задачі Коші для еволюційних рівнянь у випадку, коли область визначення оператора залежить від часової змінної. Я.Б.Лопатинський цікавився застосуваннями теорії Морса до варіаційних еліптичних задач. Він довів розв'язність задачі Діріхле майже для всіх областей без припущень про напівобмеженість функціонала чи його близькість до квадратичного.

Наукові інтереси Я.Б.Лопатинського не обмежувались згаданими проблемами. В його працях можна знайти відповіді на низку важливих питань, таких як поведінка на нескінченності розв'язків систем диференціальних рівнянь еліптичного типу, єдиність розв'язку задачі Коші для деяких класів еліптичних рівнянь, деякі умови застосованості методу Фур'є, деякі властивості сферичних функцій та багато інших.

Хоча Я.Б.Лопатинський автор лише 59 наукових праць, у тому числі чотирьох підручників і однієї монографії, яка вийшла наприкінці його життя, науковий внесок дослідника у розвиток теорії рівнянь у частинних похідних важко переоцінити.

Багато зусиль Я.Б. Лопатинський доклав до підготовки вчених – спеціалістів з теорії диференціальних рівнянь. Блискучий педагог, цікава людина, справжній інтелігент, він об'єднав довкола себе талановитих математиків, з яких згодом виросли такі відомі вчені як О.С.Вольперт, С.Д.Ейдельман, В.Е.Лянце, М.Л.Расулов, В.Я.Скоробогатько, І.В.Скрипник та ін. Він підготував 25 кандидатів наук (серед них 10 докторів). Учні Я.Б.Лопатинського не тільки продовжили його дослідження, а й розширили напрями досліджень у теорії рівнянь у частинних похідних.

Метод обчислення індексу системи двовимірних сингулярних інтегральних рівнянь та граничних задач для лінійних еліптичних систем, для яких виконується умова Я.Б.Лопатинського, розробив А.І.Вольперт.

Дослідженням параболічних рівнянь і систем займався С.Д.Ейдельман. Він вивчив фундаментальні матриці розв'язків параболічних систем, для яких визначено точні оцінки і зроблено повний аналітичний опис, що дало змогу застосувати їх до вивчення класів коректності задачі Коші. Також дослідив спеціальні фундаментальні матриці розв'язків, які виникають під час розв'язування мішаних задач для параболічних систем у півпросторі.

Наукові інтереси В.Е.Лянце спочатку були пов'язані з задачею Коші для безтипної системи рівнянь у частинних похідних, для якої він переніс результат І.Г.Петровського на випадок зростаючих на нескінченності розв'язків. Трохи пізніше він почав використовувати загальну теорію лінійних операторів для дослідження різних задач для систем рівнянь у частинних похідних. Застосовуючи спектральну теорію лінійних операторів в унітарному просторі, він визначив умови існування та єдиності розв'язку задачі Коші для диференціального рівняння в унітарному просторі, з яких випливали як відомі результати І.Г.Петровського, так і нові результати з коректності лінійних задач для систем рівнянь у частинних похідних. Для параболічної системи з сильно еліптичною правою частиною В.Е.Лянце встановлено умови коректності першої крайової задачі з використанням спектральних властивостей лінійних операторів в унітарному просторі та властивостей однопараметричної півгрупи, породженої оператором правої частини системи. Згодом В.Е.Лянце повністю перейшов до вивчення проблем функціонального аналізу.

М.Л.Расулов розробив метод контурного інтеграла і застосував його до розв'язування змішаних задач для рівнянь параболічного типу. Ці результати викладені в його монографії " Метод контурного интеграла" (1964).

Можливість перенесення загальних результатів Я.Б.Лопатинського про зведення граничних задач для лінійних еліптичних систем до регулярних інтегральних рівнянь у випадку неопуклих областей визначив С.П.Гавеля. Це дало змогу дослідити деякі зовнішні задачі, а також задачі у багатозв'язних областях. Використовуючи отримані результати, С.П.Гавеля разом з О.М.Куземком звели систему диференціальних рівнянь рівноваги пружних оболонок до системи регулярних інтегральних рівнянь і обгрунтували можливість застосування методу послідовних наближень для знаходження розв'язку цієї системи.

А.І.Марковський займався дослідженням крайових задач для лінійних диференціальних операторів зі сталими коефіцієнтами у півпросторі в класі інтегровних з квадратом функцій. Визначив зв'язок між типом коректно поставленої задачі для цього рівняння і співвідношенням між кількістю коренів характеристичного многочлена з нульовою і додатною дійсними частинами.

Суттєвого розвитку набула теорія рівнянь у частинних похідних завдяки працям одного з учнів Я.Б.Лопатинського – І.В.Скрипника, який у 1962 р. закінчив механіко-математичний факультет Львівського університету, а згодом переїхав у Донецьк. Він розробив нові топологічні методи розв'язування нелінійних операторних рівнянь, які використовують поняття обертання векторного поля і дають змогу обчислити індекс критичної точки. Застосування цих методів дало змогу визначити умови існування розв'язку граничних задач для квазілінійних еліптичних рівнянь вищих порядків, дослідити властивості узагальнених розв'язків цих задач і задачу на власні значення. І.В.Скрипник вивчив також зв'язок між характером і кількістю критичних точок деяких функціоналів на гільбертових многовидах і топологічними властивостями многовиду, застосував теорію Морса до вивчення властивостей зазначених функціоналів. Відповідні результати викладені в його монографії "Нелинейные эллиптические уравнения высшего порядка" (1973). Розвиваючи введені ним топологічні методи дослідження нелінійних операторних рівнянь, які грунтуються на понятті степеня узагальнених монотонних відображень, І.В.Скрипник застосував їх не тільки до доведення існування розв'язку, а й до оцінки кількості розв'язків, галуження розв'язків нелінійних задач. Розробив різні методи отримання апріорних оцінок і доведення регулярності розв'язків нелінійних еліптичних рівнянь довільного порядку, а також методи усереднення нелінійних еліптичних задач у перфорованих областях, що становило основу його монографії "Методы исследования нелинейных эллиптических граничных задач" (1990).

Особливу роль у розвитку математичних ідей у Львові після від'їзду Я.Б.Лопатинського відіграв його учень В.Я.Скоробогатько, який на початку своєї наукової діяльності запропонував метод захисних нерівностей, з виконання яких випливали єдиність та існування розв'язку першої крайової задачі для лінійного еліптичного рівняння другого порядку. Поєднуючи метод захисних нерівностей з поняттям бісектриси довільної області, В.Я.Скоробогатьку вдалось визначити ефективні ознаки єдиності розв'язку першої крайової задачі для лінійного еліптичного рівняння другого порядку в опуклих та неопуклих областях. Сукупність цих та близьких результатів викладена в його докторській дисертації " Дослідження з якісної теорії диференціальних рівнянь з частинними похідними", яку захистив у 1963 р. Розпочавши свою біографію науковця і педагога у Львівському університеті і перейшовши згодом працювати у Львівський політехнічний інститут, а потім в Інститут прикладних проблем механіки і математики АН УРСР, В.Я.Скоробогатько не втратив зв'язків з кафедрою диференціальних рівнянь Львівського університету. Створений ним у Львові "Клуб творчих математиків" згодом перетворився у Львівський міський семінар з диференціальних рівнянь, засідання якого і сьогодні проводять у Львівському університеті. Протягом певного періоду він досліджував багатоточкові задачі для лінійних диференціальних рівнянь і систем, пов'язуючи їхні дослідження з розкладом диференціального оператора на множники. Його учень О.І.Бобик узагальнив метод захисних нерівностей на випадок довільних двовимірних областей, отримавши ефективну ознаку єдиності розв'язку задачі Діріхле для еліптичних рівнянь і систем через периметр і площу області, вивчив поведінку при $t \to \infty$ розв'язків параболічних рівнянь та систем, дослідив характер вузлових ліній ненульового розв'язку двовимірного еліптичного рівняння. Аналоги багатоточкових задач для рівнянь у частинних похідних різних типів досліджував Б.Й.Пташник та його учні. Розпочавши свої наукові дослідження у галузі теорії рівнянь у частинних похідних, В.Я.Скоробогатько незабаром захопився ланцюговими дробами, ввів поняття гіллястих ланцюгових дробів і разом зі своїми учнями розвинув теорію гіллястих ланцюгових дробів та їх застосування до інтерполяції функцій багатьох змінних, чисельного розв'язання задачі Коші для лінійного диференціального рівняння n-го порядку, побудови ефективних методів розв'язання лінійних алгебраїчних систем тощо. Крім теорії диференціальних рівнянь, В.Я.Скоробогатько займався розробкою введеною ним n-точкової геометрії, в якій положення прямої визначено n точками, та її зв'язком з загальною теорією відносності. Як науковий керівник – виховав 31 кандидата наук, з яких 8 захистили докторські дисертації.

Один з учнів В.Я.Скоробогатька – Б.Й.Пташник розпочав дослідження з задачі типу Валле-Пуссена для лінійних гіперболічних рівнянь, досліджував задачі для диференціальних рівнянь у частинних похідних з багатоточковими, нелокальними, інтегральними та іншими некласичними умовами. За результатами цих досліджень у 1988 р. захистив докторську дисертацію " Некласичні граничні задачі для диференціальних рівнянь". Розробивши свій метод дослідження некласичних задач для рівнянь у частинних похідних, який приводить до проблеми малих знаменників, успішно розв'язавши цю проблему, Б.Й.Пташник створив цілий напрям у теорії рівнянь у частинних похідних, яким впродовж тривалого часу займається він та його учні.

Після від'їзду зі Львова Я.Б.Лопатинського кафедру диференціальних рівнянь очолив В.Г.Костенко, який продовжив дослідження з теорії диференціальних рівнянь. В.Г.Костенку вдалось підтримати на кафедрі диференціальних рівнянь той дух наукової творчості та стосунків між членами колективу, який започаткував Я.Б.Лопатинський. Не припинявся зв'язок кафедри з Я.Б.Лопатинським. Наукові зацікавлення В.Г.Костенка були пов'язані з застосуванням теорії груп до дослідження граничних задач для сильно нелінійних еліптичних рівнянь. Використовуючи груповий метод, знайшов всі розв'язки рівнянь

$$\Delta u = e^u, \qquad \Delta u = f(u)(u_x^2 + u_y^2)$$

і розв'язані в явному вигляді граничні задачі для цих рівнянь, які широко застосовують у теорії автоморфних функцій і теорії поверхонь. Під його керівництвом дослідження групових властивостей рівнянь у частинних похідних продовжила О.О.Веселовська, яка знайшла найбільш загальні лінійні рівняння еліптичного типу другого та четвертого порядків на площині, інваріантні стосовно груп перетворень з траєкторіями у вигляді замкнених кривих Ляме, що дало змогу в областях, обмежених цими кривими, ефективно знаходити розв'язки граничних задач для зазначених рівнянь. Пізніше В.Г.Костенко зайнявся дослідженням властивостей потенціалів по незамкнених поверхнях та їх використанням до розв'язування задач електростатики. Певний доробок до цієї тематики вніс його учень Є.М.Дорожовський, який використав метод P-перетворень для чисельного розв'язування електростатичних задач та їх застосування до розрахунків кінескопів. Подібною тематикою займалась і Л.О.Губаль (Романів). Вона знайшла формули стрибка для другої мішаної похідної потенціалу простого шару і дослідила характер особливості гармонічних функцій. На підставі одержаних результатів було розроблено ефективну методику розрахунку поля потенціалу для електронно-оптичних систем складної конфігурації, які незначно відрізняються від осесиметричних. Перейшовши до вивчення лінійних та нелінійних задач теплопровідності, В.Г.Костенко цікавився не тільки теоретичними можливостями знаходження розв'язку, а й практичною реалізацією розроблених методів побудови розв'язків. Зокрема, плідно використав ідеї, розроблені Я.Б.Лопатинським. Подібний підхід можна простежити у дослідженнях ще одного учня В.Г.Костенка – М.Д.Коркуни. Він знайшов у явному вигляді фундаментальну матрицю для системи рівнянь термопружності і з її допомогою звів до системи регулярних інтегральних рівнянь крайову задачу у випадку, коли коефіцієнти граничного оператора змінні. Отриману систему інтегральних рівнянь розв'язав чисельно. Крім того, М.Д.Коркуна розв'язав нелінійну задачу теплопровідності при інтенсивному локальному нагріванні рухомим джерелом тепла. Дослідження граничних задач для лінійних та квазілінійних еліптичних рівнянь у необмежених областях методом апріорних оцінок провів М.І.Іванчов, який знайшов умови існування та єдиності розв'язків цих задач як обмежених, так і з заданою поведінкою на нескінченності. В.Г.Костенко проводив дослідження і у такій порівняно молодій галузі теорії рівнянь у частинних похідних, як теорія обернених задач, започаткувавши та очоливши цей напрям на кафедрі диференціальних рівнянь. Запропонований ним підхід дав змогу в явному вигляді розв'язати обернену задачу для системи рівнянь параболічного типу з невідомими коефіцієнтами у граничних умовах.

Є.М.Парасюк одержав формулу для знаходження індексу сингулярного інтегрального рівняння у випадку загальних кривих Радона, тобто загальних кривих з обмеженим обертанням і без точок загострення. Це дало змогу встановити існування розв'язку інтегрального рівняння, що відповідає другій основній задачі (типу Діріхле) плоскої теорії пружності в припущенні, що границя області має скінченну кількість кутових точок, відмінних від точок загострення.

Під його керівництвом С.П.Лавренюк провів дослідження оберненої задачі логарифмічного потенціалу, отримав умови однозначного відтворення густини логарифмічного потенціалу простого шару.

Г.-В.С.Гупало досліджувала граничні задачі для еліптичних рівнянь у просторах узагальнених функцій. Для випадку умов Діріхле і Неймана, в яких задані узагальнені функції, вона ввела поняття узагальненого розв'язку і визначила умови його існування та єдиності. Г.П.Лопушанська (Бойко) поширила ці результати на випадок еліптичних систем і рівнянь параболічного типу. Розробила новий підхід до дослідження узагальнених граничних задач для неоднорідних рівнянь з нескіченно диференційовними коефіцієнтами, які грунтуються на зображенні розв'язку рівняння у деякому просторі узагальнених функцій у вигляді композиції вільного члена рівняння і нормальної фундаментальної функції рівняння.

Досліджуючи мішані задачі для гіперболічних рівнянь на площині, часто застосовували метод характеристик. Використовуючи його, З.О.Мельник отримав умови існування та єдиності розв'язку гіперболічних рівнянь третього і четвертого порядків на площині зі звичними початковими та граничними умовами, задання яких пов'язане з характеристиками рівняння. Подібні результати одержав він для багатовимірного гіперболічного рівняння четвертого порядку, а також спеціального гіперболічного рівняння довільного парного порядку та систем таких рівнянь. Його учень В.М.Цимбал побудував асимптотику класичних розв'язків мішаних задач і задач Коші для гіперболічних рівнянь другого порядку і гіперболічних систем першого порядку з малим параметром при старших похідних з різними випадками виродження. Задачі Дарбу-Стефана з нелокальними та інтегральними умовами для лінійних гіперболічних рівнянь вищих порядків та систем першого порядку дослідив В.М.Кирилич.

Дослідження граничних задач для рівняння Лапласа та системи рівнянь Ляме в негладких областях, зокрема в усьому просторі зі щілиною, проводив М.Д.Мартиненко, який розробив теорію багатозначних потенціалів. Ці дослідження продовжив його учень Й.Г.Шипка, який ввів поняття фундаментального розв'язку метагармонічного рівняння четвертого порядку в рімановому просторі, побудував двозначні метагармонічні потенціали та дослідив їхні властивості. Це дало змогу звести першу крайову задачу для метагармонічного рівняння четвертого порядку в просторі з розрізом вздовж гладкої незамкненої поверхні до системи регулярних інтегральних рівнянь та довести їхню розв'язність.

П'ятдесят чотири роки минуло з часу заснування Я.Б.Лопатинським кафедри диференціальних рівнянь у Львівському університеті і серед працівників кафедри вже немає безпосередніх його учнів. Є тільки декілька учнів його учнів – О.І.Бобик, М.І.Іванчов, С.П.Лавренюк, Г.П.Лопушанська (В.М.Цимбал працює на новоствореній кафедрі теоретичної та прикладної статистики), натомість прийшло нове молоде покоління. Після від'їзду зі Львова Я.Б.Лопатинського ніхто з його учнів – докторів наук – не працював на кафедрі. Ситуація змінилась у 1995 р., коли С.П.Лавренюк захистив докторську дисертацію. Сергій Павлович почав свої наукові дослідження під керівництвом Є.М.Парасюка, вивчаючи обернені задачі теорії логарифмічного потенціалу. Займався теорією граничних задач для рівнянь у частинних похідних з виродженням і за результатами цих досліджень захистив у 1995 р. докторську дисертацію " Задачі для еволюційних систем з виродженням, які містять другу похідну за часом". У своїй праці С.П.Лавренюк визначив поведінку розв'язків мішаних задач для лінійних та слабо нелінійних еволюційних систем, які містять другу похідну за часом і вироджуються в кінцевий момент часу, побудував простори коректності задачі Фур'є для цих систем, довів існування локального розв'язку мішаної задачі для нелінійного рівняння типу поперечних коливань стержня. Частинний випадок попередньої задачі, а саме мішану задачу для рівняння типу коливань пластинки з довільним степеневим виродженням на площині задання початкових умов, дослідив Я.І Сідельник , який визначив умови коректної розв'язності цієї задачі в класі як узагальнених, так і класичних розв'язків. Крайові задачі для параболічних рівнянь і систем з виродженням вивчав П.Я.Пукач. Він визначив умови коректності крайових задач для лінійних та деяких класів нелінійних параболічних систем з виродженням у деякий фіксований момент часу в обмежених нециліндричних областях, довів існування та єдиність розв'язку задачі Фур'є для таких систем у випадку виродження при $t \to -\infty$. Детальніше задачу Фур'є для параболічних і псевдопараболічних рівнянь та систем вивчала М.О.Колінько, яка визначила умови коректності задачі Фур'є для лінійної параболічної системи та слабо нелінійного параболічного рівняння з другою похідною за часом, побудувала нелінійну псевдопараболічну систему, коректність задачі Фур'є для якої не залежить від поведінки розв'язку при $t \to \infty$. Існування та єдиність узагальнених і класичних розв'язків нелокальних задач з нерозділеними та інтегральними умовами для майже лінійних і квазілінійних систем гіперболічного типу на площині доведено в працях І.Я.Кміть. Вона також визначила умови коректності задачі для тривимірної гіперболічної системи з нелокальними умовами по просторових змінних. Умови стійкості та асимптотичної стійкості нульового розв'язку еволюційних рівнянь, варіаційних нерівностей, крайових задач для нелінійного параболічного рівняння, задачі Фур'є для системи рівнянь типу Нав'є-Стокса досліджувала Г.М.Барабаш. М.О.Оліскевич отримала умови стійкості нульового розв'язку мішаної задачі з нелокальними інтегральними умовами та багатоточкової задачі для гіперболічної системи першого порядку. Ці дослідження були проведені під керівництвом С.П.Лавренюка.

М.М.Бокало визначив умови існування та єдиності розв'язку задач без початкових умов для квазілінійних параболічних систем з монотонною просторовою частиною, операторних диференціальних рівнянь та рівнянь типу нестаціонарної фільтрації при наявності або відсутності умов на поведінку розв'язку при $t \to \infty$. Під його керівництвом задачу без початкових умов для системи рівнянь політропної фільтрації досліджував В.Я.Сікорський.

Під керівництвом Г.П.Лопушанської продовжуються дослідження узагальнених граничних задач для еліптичних і параболічних рівнянь і систем, вивчають граничні задачі для рівнянь з похідними дробового порядку.

Розпочаті В.М.Цимбалом дослідження сингулярно збурених задач продовжив В.М.Флюд, який побудував асимптотичні розклади розв'язків граничних задач для гіперболічних систем другого порядку при наявності малого параметра в початковій умові та декількох малих параметрів у рівняннях. В.В.Волошин отримав асимптотику розв'язку мішаних задач для сингулярно збурених інтегродиференціальних систем та періодичних, нелокальних і обернених задач для сингулярно збурених гіперболічних систем першого порядку. П.П.Бабак розглянув нелокальні задачі для лінійних і нелінійних різнокомпонентних систем дифузії, а також задачі з малим параметром для систем рівнянь з навантаженням у випадку нелокальних умов за часовою змінною та за просторовими змінними.

Близькою до цієї є тематика, пов'язана з дослідженням асимптотики високочастотних коливань багатовимірних сингулярно збурених коливних систем, якою займається Ю.Д.Головатий та його учні.

Серед нових напрямів є започатковані ще В.Г.Костенком дослідження з теорії обернених задач. Обернені задачі для систем рівнянь тепловологоперенесення досліджувала Г.-В.С.Гупало. Ідентифікацію коефіцієнтів і правих частин псевдопараболічних рівнянь здійснює В.А.Козицький. Використовуючи розроблену методику зведення прямих задач для псевдопараболічних рівнянь до системи інтегральних рівнянь Вольтерра, одержав умови однозначного визначення залежного від часу множника вільного члена. Коефіцієнтні обернені задачі для одновимірного параболічного рівняння вивчав М.І.Іванчов. Він визначив умови існування та єдиності розв'язку обернених задач для параболічних рівнянь з нелокальними крайовими умовами та умовами перевизначення, коли невідомими є старший коефіцієнт або вільний член рівняння, залежні від часу. Дослідив можливість однозначного відтворення в параболічному рівнянні двох коефіцієнтів, залежних від різних змінних, розв'язав обернену задачу для рівняння теплопровідності у двошаровому середовищі. За результатами досліджень у 1998 р. М.І.Іванчов захистив докторську дисертацію на тему "Обернені задачі для лінійних параболічних рівнянь". Деякі отримані ним результати на випадок двовимірної області використав С.М.Ковальчук. Він довів також однозначну розв'язність оберненої задачі для слабозв'язної параболічної системи з невідомими старшими коефіцієнтами і багатовимірну обернену задачу у складеній області. Обернені задачі, задачі типу Стефана та інші некласичні задачі для рівнянь і систем гіперболічного типу вивчає В.М.Кирилич. Під його керівництвом Г.І.Берегова дослідила деякі гіперболічні задачі з невідомими границями для лінійних рівнянь з нелокальними граничними умовами, а також обернену задачу Стефана. Для цих задач отримано умови існування та єдиності узагальненого і класичного розв'язків "у малому". Визначено умови глобальної розв'язності оберненої задачі для гіперболічного рівняння другого порядку.

Розробкою якісної теорії еліптичних та параболічних рівнянь з виродженням займається І.М.Колодій. Для узагальнених розв'язків цих рівнянь він довів аналоги класичних теорем таких, як теореми Харнака, Ліувілля, теореми про усувну особливість.

Такі основні напрями наукових досліджень з теорії диференціальних рівнянь у Львівському університеті сьогодні.

---

1. *Лопатинский Я.Б.* Теория общих граничных задач. – К., 1984.

2. Скоробогатько Віталій Якович. – К., 1997.

THE DEVELOPEMENT OF THE THEORY OF DIFFERENTIAL EQUATIONS IN LVIV UNIVERSITY

M. Ivanchov

Ivan Franko National University of Lviv

This article deals with the developement of the theory of differential equations in L'viv State University beginning from the 40-th years of XX century.

Key words: developement of the theory of differential equations.

Стаття надійшла до редколегії 24.11.99

Прийнята до друку 28.12.2000