ВІСНИК ЛЬВІВ. УН-ТУ
*Серія мех.-мат.2001.Вип.59.С.139-147*

VISNYK LVIV UNIV.
*Ser.Mech-Math.2001.Vol.59.P.139-147*

УДК 517.95

# МІШАНА ЗАДАЧА ДЛЯ СЛАБКО НЕЛІНІЙНОЇ СИСТЕМИ ГІПЕРБОЛІЧНИХ РІВНЯНЬ З ВИРОДЖЕННЯМ

**Сергій ЛАВРЕНЮК, Маріанна ОЛІСКЕВИЧ**
*Львівський національний університет імені Івана Франка*
*вул.Університетська, 1 79000 Львів, Україна*

У праці розглянуто задачу для системи гіперболічних рівнянь вигляду

$$u_{it} - \lambda_i(x,t)u_{ix} + \sum_{j=1}^{n} a_{ij}(x,t)u_j + g_i(x,t,u_1,\dots,u_n) = f_i(x,t)$$

в області $\{0 < x < a,\ 0 < t < T\}$ з початковою умовою $u_i(x,0) = u_i^0(x)$, $i = 1,\dots,n$. За умов, що $\lambda_i(0,t) = 0$ і $g_i$, $i = 1,\dots,n$ є функціями Каратеодорі доведено існування та єдиність узагальненого (в сенсі інтегральної тотожності) розв'язку цієї задачі.

Мішані задачі для лінійних і квазілінійних систем гіперболічних рівнянь першого порядку з двома незалежними змінними вивчали багато авторів [1–11]. Для дослідження цих задач здебільшого використовували метод характеристик, який є ефективним у випадку, коли нелінійності задовольняють умову Ліпшиця. У праці [11] одержано також певні умови розв'язності мішаної задачі у випадку нелінійностей степеневого характеру.

Значна кількість праць [12–23] присвячена дослідженню гіперболічних систем першого порядку, які вироджуються на певних частинах межі області, в якій розглядають задачу. Зокрема, у працях [12–16] вивчено випадки виродження системи на множині задання початкових даних. Праці [17–23] присвячено дослідженню гіперболічних систем першого порядку з багатьма незалежними змінними, які вироджуються певним чином на множині задання крайових умов. У праці [23] вивчено мішану задачу для лінійної системи гіперболічних рівнянь з двома незалежними змінними у випадку виродження системи за просторовою змінною.

У цій праці одержано певні умови розв'язності мішаної задачі для слабко нелінійної системи гіперболічних рівнянь з двома незалежними змінними у випадку степеневих нелінійностей та виродження системи за просторовою змінною. Для дослідження цієї задачі застосовано метод Гальоркіна.

Нехай $Q = \{(x,t) : 0 < x < a,\ 0 < t < T\}$. Розглянемо в області $Q$ систему гіперболічних рівнянь вигляду

$$U_t - \Lambda(x,t)U_x + A(x,t)U + G(x,t,U) = F(x,t), \tag{1}$$

де $\Lambda$, $A$ – квадратні матриці порядку $n$, $U(x,t) = \mathrm{colon}(u_1(x,t),\dots,u_n(x,t))$, $G = \mathrm{colon}(g_1,\dots,g_n)$, $F(x,t) = \mathrm{colon}(f_1(x,t),\dots,f_n(x,t))$, причому матриця $\Lambda$ є діагональною, $\Lambda = \mathrm{diag}\{\lambda_1,\dots,\lambda_n\}$.

Позначимо через $L^r_\gamma(Q)$, $1 \leqslant r \leqslant +\infty$ простір функцій, який одержано як замикання множини функцій $C(\overline{Q})$ за нормою

$$\|v\|_{L^r_\gamma(Q)} = \left( \int\limits_Q \gamma(x)|v(x)|^r \, dx\, dt \right)^{1/r},$$

якщо $1 \leqslant r < +\infty$ і

$$\|v\|_{L^\infty_\gamma(Q)} = \operatorname*{ess\,sup}_Q |\gamma(x) v(x,t)|,$$

якщо $r = +\infty$, а функція $\gamma$ має такі властивості:

$$\gamma \in C^1([0,a]); \quad \gamma(x) > 0, \quad x \in (0,a], \quad \gamma(0) = 0, \quad \gamma(a) = 1.$$

Нехай, крім того,

$$\widehat{C}^1_n(Q) = \{ w(x,t) = (w_1(x,t), \ldots, w_n(x,t)) \, : \, w_i \in C^1(\overline{Q}), \\ w_i(x,T) = 0, \; w_i(a,t) = 0, \; i = 1, \ldots, n \}.$$

Говоритимемо, що для коефіцієнтів системи (1) виконуються відповідно умови $(\Lambda)$, $(G)$, якщо:

$(\Lambda)$ : $\lambda_i \in C([0,T]; C^1([0,a]))$; $\dfrac{\lambda_i \gamma'}{\gamma} \in C(\overline{Q})$;

$\lambda_i(x,t) < 0, \quad (x,t) \in (0,a] \times [0,T]; \quad \lambda_i(0,t) = 0, \; t \in [0,T], \; i = 1, \ldots, n;$

$(G)$ : функція $\tau \to G(x,t,\tau)$ є неперервною в $\mathbf{R}^n$ майже для всіх $(x,t) \in Q$;

функція $(x,t) \to G(x,t,\tau)$ є вимірною в $Q$ для всіх $\tau \in \mathbf{R}^n$;

існує число $p > 2$ і додатні сталі $g_0$, $g^0$ такі, що

$\langle G(x,t,\xi) - G(x,t,\eta), \xi - \eta \rangle \geqslant g_0 |\xi - \eta|^p$,

$|g_i(x,t,\tau)| \leqslant g^0 \sum\limits_{j=1}^n |\tau_j|^{p-1}, \; i = 1, \ldots, n$

для майже всіх $(x,t) \in Q$ і всіх $\xi, \eta, \tau \in \mathbf{R}^n$,

де через $\langle \cdot, \cdot \rangle$ позначено скалярний добуток в $\mathbf{R}^n$.

Для системи (1) задамо початкову умову

$$U(x,0) = U^0(x). \tag{2}$$

**Означення.** *Функцію $U$ з простору*

$$V = \prod_{i=1}^n \left( L^\infty_\gamma((0,T); L^2(0,a)) \bigcap L^p_\gamma(Q) \right)$$

*назвемо узагальненим розв'язком задачі (1), (2), якщо вона задовольняє рівність*

$$\int\limits_Q [-\langle U, V_t - \Lambda(x,t) V_x \rangle \gamma(x) + \langle (\gamma(x)\Lambda(x,t))_x U, V \rangle + \langle A(x,t) U + G(x,t,U) - \\ - F(x,t), V \rangle \gamma(x)] \, dx\, dt = \int\limits_0^a \langle U^0(x), V(x,0) \rangle \gamma(x) dx \tag{3}$$

*для довільної функції* $V \in \widehat{C}^1_n(\overline{Q})$.

**Теорема.** *Нехай виконуються умови* $(\Lambda)$, $(G)$ *і, крім того,* $a_{ij} \in L^\infty(Q))$, $i, j = 1, \dots, n$; $f_i \in L^{p'}_\gamma(Q)$, $i = 1, \dots, n$, $1/p' + 1/p = 1$; $u^0_i \in L^2_\gamma(0, a)$, $i = 1, \dots, n$. *Тоді існує єдиний узагальнений розв'язок задачі (1), (2).*

*Доведення.* Розглянемо послідовності функцій

$$u^N_i(x,t) = \sum_{j=1}^N c^N_{ij}(t) w^j_i(x), \quad i = 1, \dots, n, \quad N = 1, 2, 3, \dots,$$

де

$$w^j_i(x) = \sin\frac{(2j-1)\pi x}{2a}, \quad i = 1, \dots, n,$$

а функції $c^N_{ij}$ є розв'язком задачі Коші

$$\int_0^a \Bigg[ (u^N_{it}(x,t) - \lambda_i(x,t) u^N_{ix}(x,t)) w^l_i(x) + \sum_{j=1}^n a_{ij}(x,t) u^N_j(x,t) w^l_i(x) +$$

$$+ g_i(x, t, U^N(x,t)) w^l_i(x) - f_i(x,t) w^l_i(x) \Bigg] \gamma(x) dx = 0, \tag{4}$$

$$c^N_{ij}(0) = u^{0,N}_{ij}, \ i = 1, \dots, n, \ l = 1, \dots, N, \tag{5}$$

$$u^{0,N}_i(x) = \sum_{j=1}^N u^{0,N}_{ij} w^j_i(x),$$

причому

$$\lim_{N \to \infty} \|u^{0,N}_i - u^0_i\|_{L^2_\gamma(0,a)} = 0, \quad i = 1, \dots, n.$$

З умов теореми випливає, що система звичайних диференціальних рівнянь (4) задовольняє умовам теореми Каратеодорі [24]. Отже, існує абсолютно неперервний розв'язок задачі (4), (5), визначений на деякому проміжку $[0, h]$, $h > 0$. З апріорних оцінок, одержаних нижче, випливатиме, що $h = T$. Тому вважатимемо, що розв'язок задачі (4), (5) визначений на $[0, T]$. Помноживши рівняння (4) відповідно на функції $c^N_{il}(t)$, підсумувавши їх за індексами $l$ від 1 до $N$ та $i$ від 1 до $n$ й зінтегрувавши проміжком $[0, \tau]$, $0 < \tau < T$, одержимо рівність

$$\int_Q \langle U^N_t - \Lambda(x,t) U^N_x + A(x,t) U^N + G(x, t, U^N) - F, U^N \rangle \gamma(x) dx\, dt = 0. \tag{6}$$

На підставі умов теореми щодо матриць $\Lambda$ і $A$ існують такі сталі $\lambda_0 > 0$, $\lambda_1$, $a_0$, що

$$-\langle \Lambda(a,t)\xi, \xi \rangle \geqslant \lambda_0 |\xi|^2 \quad \text{для всіх } t \in [0,T] \text{ і } \xi \in \mathbf{R}^n,$$

$$\langle A(x,t)\xi, \xi \rangle \geqslant a_0 |\xi|^2 \quad \text{для майже всіх } (x,t) \in Q \text{ і всіх } \xi \in \mathbf{R}^n,$$

$$\langle (\Lambda_x(x,t) + \gamma'(x)\gamma^{-1}(x)\Lambda(x,t))\xi, \xi \rangle \geqslant \lambda_1 |\xi|^2 \quad \text{для всіх } (x,t) \in \overline{Q} \text{ і всіх } \xi \in \mathbf{R}^n.$$

Враховуючи умови теореми та оцінки (7), з рівності (6) легко одержати нерівність

$$\int\limits_0^a |U^N(x,\tau)|^2\gamma(x)dx + \lambda_0 \int\limits_0^\tau |U^N(a,t)|^2 dt + g_0 \int\limits_{Q_\tau} |U^N(x,t)|^p \gamma(x)dx\,dt +$$
$$+ (\lambda_1 + 2a_0) \int\limits_{Q_\tau} |U^N(x,t)|^2\gamma(x)dx\,dt \leqslant$$
$$\leqslant \mu_1 \left( \int\limits_Q |F(x,t)|^{p'}\gamma(x)dx\,dt + \int\limits_0^a |U^0(x)|^2\gamma(x)dx \right) \tag{8}$$

для всіх $\tau \in [0,T]$, де стала $\mu_1$ залежить від $g_0$, $p$, а $Q_\tau = (0,a)\times(0,\tau)$.

На підставі леми Гронуолла-Белмана з (8) матимемо оцінки

$$\int\limits_0^a |U^N|(x,t)|^2\gamma(x)dx \leqslant \mu_2, \quad t \in [0,T].$$
$$\int\limits_0^T |U^N(a,t)|^2 dt \leqslant \mu_2,$$
$$\int\limits_Q |U^N(x,t)|^p\gamma(x)dx \leqslant \mu_2,$$

де стала $\mu_2$ не залежить від $N$. Крім того, з умови $(G)$ випливатиме оцінка

$$\int\limits_Q |g_i(x,t,U^N)|\gamma(x)dx\,dt \leqslant \mu_2, \quad i = 1,\dots,n.$$

Отже, існує підпослідовність $\{U^s(x,t)\}$ послідовності $\{U^N(x,t)\}$ така, що:

$$\begin{aligned}
&u_i^s \to u_i \quad * - \text{слабко в} \quad L^\infty((0,T);L^2_\gamma(0,a)),\\
&u_i^s \to u_i \quad \text{слабко в} \quad L^p_\gamma(Q),\\
&g_i(\cdot,\cdot,U^s) \to \theta_i \quad \text{слабко в} \quad L^{p'}_\gamma(Q)\\
&u_i^s(\cdot,T) \to \omega_i \quad \text{слабко в} \quad L^2_\gamma(0,a),\\
&u_i^s(a,\cdot) \to \varkappa_i \quad \text{слабко в} \quad L^2(0,T),\\
&i = 1,\dots,n \quad \text{при} \quad s \to \infty.
\end{aligned}$$

Тому, використовуючи (4), (5), прийдемо до рівності

$$\int_0^a \omega_i(x)v_i(x,T)\gamma(x)dx + \int_Q \Big[-u_i(v_{it} - \lambda_i(x,t)v_{ix})\gamma(x)+$$
$$+ (\lambda_{ix}(x,t)\gamma(x) + \lambda_i(x,t)\gamma'(x))u_i v_i + \sum_{j=1}^n a_{ij}(x,t)u_j v_i\gamma(x)+$$
$$+ \theta_i(x,t)v_i\gamma(x) - f_i(x,t)v_i\gamma(x)\Big] dx\,dt - \int_0^T \varkappa_i(t)v_i(a,t)dt = \tag{10}$$
$$= \int_0^a u_i^0(x)v_i(x,0)\gamma(x)dx, \quad i = 1,\dots,n$$

для довільної функції $V \in C_n^1(\overline{Q})$.

Вибравши в (10) функції $v_i$ з простору $C_0^1(\overline{Q})$, одержимо

$$\int_Q [v_{it}^\gamma - \lambda_i(x,t)v_{ix}^\gamma]u_i dx\,dt = \int_Q z_i(x,t)v_i^\gamma\,dx\,dt, \tag{11}$$

$i = 1,\dots,n$, де $v_i^\gamma(x,t) = v_i(x,t)\gamma(x)$,

$$z_i(x,t) = \lambda_i(x,t)u_i(x,t) + \sum_{j=1}^n a_{ij}(x,t)u_j(x,t) + \theta_i(x,t) - f_i(x,t).$$

Нехай $x = \rho_i(t,x_0,\tau)$ – розв'язок задачі Коші

$$\frac{dx}{dt} = -\lambda_i(x,t), \quad x(\tau) = x_0.$$

Розглянемо відображення

$$\begin{cases} x = \rho_i(\tau,\xi,T), \\ t = \tau, \end{cases} \tag{12}$$

якобіан якого $J_i(\tau,\xi)$ має вигляд

$$J_i(\tau,\xi) = \frac{\partial\rho_i}{\partial\xi} = \exp\Big(\int_\tau^T \lambda_{ix}d\eta\Big).$$

Крім того,

$$J_{i\tau}(\tau,\xi) = -\lambda_{ix}(\rho_i(\tau\xi,T),\tau)J_i(\tau,\xi), \; i = 1,\dots,n.$$

Нехай при відображенні (12) область $D_i$ переходить в $Q$. Тоді з (11) одержимо рівність

$$\int_{D_i} \frac{\partial}{\partial\tau}[v_i^\gamma(\rho_i(\tau\xi,T),\tau)]J_(\tau,\xi)u_i(\rho_i(\tau\xi,T),\tau)d\tau\,d\xi =$$
$$- \int_{D_i} [\lambda_{ix}(\rho_i(\tau\xi,T),\tau)u_i(\rho_i(\tau\xi,T),\tau) - z_i(\rho_i(\tau\xi,T),\tau)]J_i(\tau,\xi)v_i^\gamma(\rho_i(\tau\xi,T),\tau)d\tau\,d\xi.$$

Звідси випливає, що майже для кожного фіксованого $\xi \in (0,a)$

$$\frac{du_i(\rho_i(\tau\xi,T),\tau)}{d\tau} = -\sum_{j=1}^{n} a_{ij}(\rho_i(\tau\xi,T),\tau)u_j(\rho_i(\tau\xi,T),\tau)- \tag{13}$$
$$-\theta_i(\rho_i(\tau\xi,T),\tau) + f_i(\rho_i(\tau\xi,T),\tau), \quad i=1,\dots,n.$$

Нехай $i$-та характеристика системи (1) для фіксованого $\xi \in (0,a)$ є визначеною на відрізку $[0,t_0] \subset [0,T]$. Тоді з (13) випливає, що

$$\frac{du_i}{d\tau} \in L^2(0,t_0) + L^{p'}(0,t_0).$$

Отже, функція $u_i$ є неперервною вздовж цієї характеристики. Оскільки через кожну точку області $Q$ проходять $n$ характеристик системи (1), то майже у кожній точці цієї області функція $U(x,t)$ задовольняє систему рівнянь

$$U_t - \Lambda(x,t)U_x + A(x,t)U + \Theta(x,t) = F(x,t).$$

Крім того, майже у кожній точці $(x,T)$, $(a,t)$ функція $U$ має слід. Використовуючи рівності (10), легко довести, що $U(x,T) = \omega(x)$, $U(a,t) = \varkappa(t)$. Отже, рівності (10) мають сенс і для $V(x,t) = U(x,t)$. Далі на підставі монотонності $G$ аналогічно як в [25, с.172] можна довести, що $\Theta(x,t) = G(x,t,U(x,t))$. Отже, $U(x,t)$ є узагальненим розв'язком задачі (1), (2).

Доведемо тепер єдиність розв'язку. Нехай існують два розв'язки $U^1, U^2$ задачі (1), (2). Тоді для функції $U = U^1 - U^2$ матиме рівність

$$\int_Q [-\langle U, V_t^\gamma - \Lambda(x,t)V_x^\gamma\rangle + \langle \Lambda_x(x,t)U + A(x,t)U, V^\gamma\rangle +$$
$$+ \langle G(x,t,U^1) - G(x,t,U^2), V^\gamma\rangle]dx\,dt = 0, \tag{14}$$

де $V^\gamma(x,t) = V(x,t)\gamma(x)$, $V \in \widehat{C}_n^1(\overline{Q})$. Виберемо в (14) $V = U^\eta x e^{-\nu t}$, де $u_i^\eta$ є розв'язком задачі

$$-\eta\left(\frac{\partial u_i^\eta}{\partial t} - \lambda_i(x,t)\frac{\partial u_i^\eta}{\partial x}\right) + u_i^\eta = u_i,$$
$$u_i^\eta(x,T) = 0, \quad u_i^\eta(a,t) = 0, \quad i=1,\dots,n, \quad \eta > 0.$$

Зазначимо, що $u_i^\eta \to u_i$ слабко в $L^p_\gamma(Q)$ при $\eta \to 0$. Тоді

$$-\int\limits_Q u_i[v_{it}^\gamma - \lambda_i(x,t)v_{ix}^\gamma]dx\,dt = \int\limits_Q \{\eta[u_{it}^\eta - \lambda_i(x,t)u_{ix}^\eta]^2 x\gamma(x)e^{-\nu t}+$$
$$+\nu x\gamma(x)u_i^\eta[u_i^\eta - \eta(u_{it}^\eta - \lambda(x,t)u_{ix}^\eta)]e^{-\nu t} + \lambda_i(x,t)\gamma(x)u_iu_i^\eta e^{-\nu t}+$$
$$+x\gamma'(x)\lambda_i(x,t)u_iu_i^\eta e^{-\nu t} - u_i^\eta[u_{it}^\eta - \lambda_i(x,t)u_{ix}^\eta]x\gamma(x)e^{-\nu t}\}dx\,dt =$$
$$=\int\limits_Q\Big\{\eta[u_{it}^\eta - \lambda_i(x,t)u_{ix}^\eta]^2x\gamma(x)e^{-\nu t} + \frac{1}{2}[\nu x\gamma(x) - \nu^2\eta x\gamma(x) - \nu\eta(x\gamma\lambda_i)_x -$$
$$-(x\gamma\lambda_i)_x)](u_i^\eta)^2e^{-\nu t} + (\gamma\lambda_i + x\gamma'\lambda_i)u_iu_i^\eta e^{-\nu t}\Big\}dx\,dt+$$
$$+\frac{1}{2}\int\limits_0^a[x\gamma(x) + \nu\eta x\gamma(x)](u_i^\eta(x,0))^2dx \leqslant$$
$$\leqslant \frac{1}{2}\int\limits_Q\{[\nu x\gamma(x) - \nu^2\eta x\gamma(x) - \nu\eta(x\gamma(x)\lambda_i(x,t))_x - (x\gamma(x)\lambda_i(x,t))_x](u_i^\eta)^2+$$
$$+2[\gamma(x)\lambda_i(x,t) + x\gamma'(x)\lambda_i(x,t)]u_iu_i^\eta\}e^{-\nu t}dx\,dt, \quad i=1,\ldots,n.$$

Отже, враховуючи умову $(G)$, з рівності (14) одержимо нерівність

$$Y_\eta = \int\limits_Q[\nu x\gamma(x) - \nu^2\eta x\gamma(x) - (\nu\eta+1)(x\gamma(x)\lambda_i(x,t))_x]((u_i^\eta)^2)e^{-\nu t}dx\,dt+$$
$$+2\int\limits_Q\left[(x\gamma(x)\lambda_i(x,t))_xu_iu_i^\eta + \sum_{j=1}^n a_{ij}(x,t)u_ju_i^\eta x\gamma(x)\right]e^{-\nu t}dx\,dt \leqslant 0$$

при досить малих $\eta$. Вибравши

$$\nu > \max_Q|\lambda_{ix}(x,t) + x^{-1}\lambda_i(x,t) + \gamma'(x)\gamma^{-1}(x)\lambda_i(x,t)|,$$

одержимо

$$0 \geqslant \liminf Y_\eta \geqslant \int\limits_Q[\nu x\gamma(x) + (x\gamma(x)\lambda_i(x,t))_x]u_i^2e^{-\nu t}dx\,dt+$$
$$+2\int\limits_Q\sum_{j=1}^n a_{ij}(x,t)u_ju_ix\gamma(x)e^{-\nu t}dx\,dt,\ i=1,\ldots,n.$$

Підсумувавши останні нерівності за індексом $i$ від 1 до $n$, матимемо оцінку

$$\int\limits_Q\left\{\sum_{i=1}^n[\nu x\gamma(x) + (x\gamma(x)\lambda_i(x,t))_x]u_i^2 + 2\sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x,t)u_ju_ix\gamma(x)\right\}e^{-\nu t}dx\,dt \leqslant 0.$$

Звідси, збільшивши у разі потреби $\nu$, одержуємо, що

$$\int\limits_Q\sum_{i=1}^n u_i^2e^{-\nu t}dx\,dt \leqslant 0.$$

Отже, $u_i(x,t) = 0$ майже всюди в $Q$, де $i = 1,\ldots,n$. Теорему доведено.


1. *Аболиня В.Е., Мышкис А.Д.* Смешанная задача для почти линейной гиперболической системы на плоскости// Матем. сб. – 1960. – Т. 50. – N 4. – С.423-442.
2. *Вагабов А.И.* Решение одномерных смешаных задач для гиперболической системы первого порядка // Уч. зап. Азерб. ун-та. Сер. физ.-мат. наук. – 1963. – N 4. – С.11-17.
3. *Вагабов А.И.* Условия корректности одномерных смешанных задач для гиперболических систем// Докл. АН СССР. – 1964. – Т.155. – N 6. – С.1247-1249.
4. *Курант Р.* Уравнения с частными производными. – М., 1964.
5. *Мельник З.О.* Об одном способе решения смешаной задачи для гиперболического уравнения с разрывными коефициентами// Дифференциальные уравнения. – 1966. – Т. 2. – N 4. – С.560-570.
6. *Мельник З.О.* Общие смешанные задачи для двухмерных гиперболических систем// Дифференциальные уравнения. – 1966. – Т. 2. – N 7. – С.958-966.
7. *Мельник З.О.* О гиперболических уравнениях с кратными характеристиками // Дифференциальные уравнения. – 1974. –Т. 10. – N 8. – С.1530-1532.
8. *Рождественский Б.Л., Яненко Н.Н.* Системы квазилинейных уравнений и их приложения к газовой динамике. – М., 1978.
9. *Потапов М.М.* Обобщенное решение смешанной задачи для полулинейной гиперболической системы первого порядка// Дифференциальные уравнения. – 1983. –Т. 19. – N 10. – С.1826-1828.
10. *Кучеренко Е.И.* О сходимости метода Галеркина для задачи Коши систем нелинейных гиперболических уравнений с двумя независимыми переменными // Дифференциальные уравнения. – 1968. – Т. 4. – N 3. – С.553-555.
11. *Barbu Viorel.* Nonlinear boundary-value problems for a class of hyperbolic systems// Rev. roum. math. pures et appl. – 1977. – Vol. 22. – N 2. – P.155-168.
12. *Дерябина А.В.* О растущих решениях сильно вырождающихся гиперболических систем // Матем. сб. – 1990. – Т. 181. – С.447–463.
13. *Терсенов С.А.* К теории гиперболических уравнений с данными на линии вырождения типа// Сибирский матем. журн. – 1961. Т. 2. – С.913-935.
14. *Терсенов С.А.* О задаче с данными на линии вырождения для системы гиперболического типа // Докл. АН СССР. – 1964. – Т. 155. – С.285-288.
15. *Терсенов С.А.* О сингулярной задаче Коши для некоторой системы гиперболического типа // Докл. АН СССР. – 1972. – Т. 205. – С.1046-1049.
16. *Hidetoshi Tahara.* Singular hyperbolic systems. I. Existence, uniqueness ad differentiability// J. Fac. Sci. Univ. Tokio. – 1979. – Sec. 1A. – Vol. 26. – P.213-238.
17. *Ohno Mayumi, Shizuta Yasushi, Yanagisava Taku.* The initial-boundary value problem for linear symmetric hyperbolic systems with characteristic boundary // Proc. Japan Acad. – Ser. A. – 1991. – Vol. 67. – N 6. – P.191-196.

18. *Yamamoto Yoshitaka.* Regularity of solutions of initial boundary value problems for symmetric hyperbolic systems with boundary characteristic of constant multiplicity. Regularity blowup and related properties of solutions to nonlinear evolution equations. – Kyoto, 1998. – N 1045. – P.1-25.

19. *Nishitani Tatsuo, Takayama Masahiro.* Characteristic initial-boundary value problems for symmetric hyperbolic systems// Osaka J. Math. – 1998. – Vol. 35. – N 3. – P.629-657.

20. *Ohno Mayumi, Shizuta Yasushi, Yanagisava Taku.* The initial-boundary value problem for linear symmetric hyperbolic systems with characteristic of constant multiplisitty// J. Math. Kyoto Univ. – 1995. – Vol. 35. – N 2. – P.143-210.

21. *Secchi Paolo.* Linear symmetric hyperbolic systems with characteristic boundary // Math. Methods Appl. Sci. – 1995. – Vol. 18. – N 11. – P.855-870.

22. *Secchi Paolo.* The initial-boundary value problem for linear symmetric hyperbolic systems with characteristic boundary of constant multiplisitty// Differ. and Integ. Equat. – 1996. – Vol. 9. – N 4. – P.671-700.

23. *Lavrenyuk S., Zareba L.* The initial-boundary value problem for the first order degenerated hyperbolic systems// Demonstratio Math. – 2000. – Vol. 33. – N 1. – P.75-82.

24. *Коддингтон Е.А., Левингтон Н.* Теория обыкновенных дифференциальных уравнений. – М., 1958.

25. *Лионс Ж.-Л.* Некоторые методы решения нелинейных краевых задач. – М., 1972.

## THE MIXED PROBLEM FOR A SEMILINEAR HYPERBOLIC DEGENERATED SYSTEM

**S. Lavrenyuk, M. Oliskevych**

*Ivan Franko National University of Lviv, 1 Universitetska Str. 79000 Lviv, Ukraine*

In the article there is considered the system of hyperbolic equations

$$u_{it} - \lambda_i(x,t)u_{ix} + \sum_{j=1}^{n} a_{ij}(x,t)u_j + g_i(x,t,u_1,\ldots,u_n) = f_i(x,t)$$

in the domain $\{0 < x < a,\ 0 < t < T\}$ with the initial conditions $u_i(x,0) = u_i^0(x)$, $i = 1,\ldots,n$. Under the conditions that $\lambda_i(0,t) = 0$ and $g_i$, $i = 1,\ldots,n$ are the Carateodory functions the existence and uniqueness of a weak solution is proved.

*Key words:* system of hyperbolic equations of the first order.

Стаття надійшла до редколегії 01.03.2001

Прийнята до друку 03.07.2001