

Г.Л.БУЙМОЛА, І.М.ГЛУСТЯК

## ВПЛИВ ОПТИЧНИХ ІЛЮЗІЙ НА ТОЧНІСТЬ КРЕСЛЕННЯ

Розглянемо лише ті види оптичних ілюзій, які являють певний інтерес і мають значення в кресленні. Їх необхідно враховувати при виконанні тих креслень, де точність відіграє велику роль.

Так, під впливом тих чи інших зорових ілюзій помилка, що вноситься в геометричну побудову при елементарних операціях креслення (наприклад, встановлення ніжки циркуля в точку перетину ліній), збільшується до значних розмірів.

Часто буває, що кресляр "на око" вносить деякі корективи у виготовлений ним рисунок, і тут зроблені ним помилки під впливом ілюзії, при дальному ускладненні рисунка, приводять до значних помилок. Це часто трапляється в архітектурних кресленнях, геодезії, машинобудівних кресленнях.

В кресленні найчастіше зустрічаємося з ілюзіями, що виникають під впливом фізіологічних та психологічних факторів. Наприклад: 1) білі лінії, проведені на темному фоні, здаються товстішими, ніж такої ж товщини чорні лінії, проведені на білому фоні; 2) перпендикуляр  $CD$ , піднесений з середини рівного йому горизонтального відрізка  $AB$ , здається більшим за основу  $AB$  (рис. I, а). Як показують дослідження, ця різниця збільшується при зменшенні відрізків і досягає 1/5 всієї величини відрізка. Наскільки ця ілюзія значна, показує такий факт. Нами було запропоновано студентам нарисувати на аркуші паперу невеликий відрізок прямої і з його середини піднести рівний йому перпендикуляр. Виявилось, що, не дивлячись на те, що креслили з допомогою приладів, були допущені

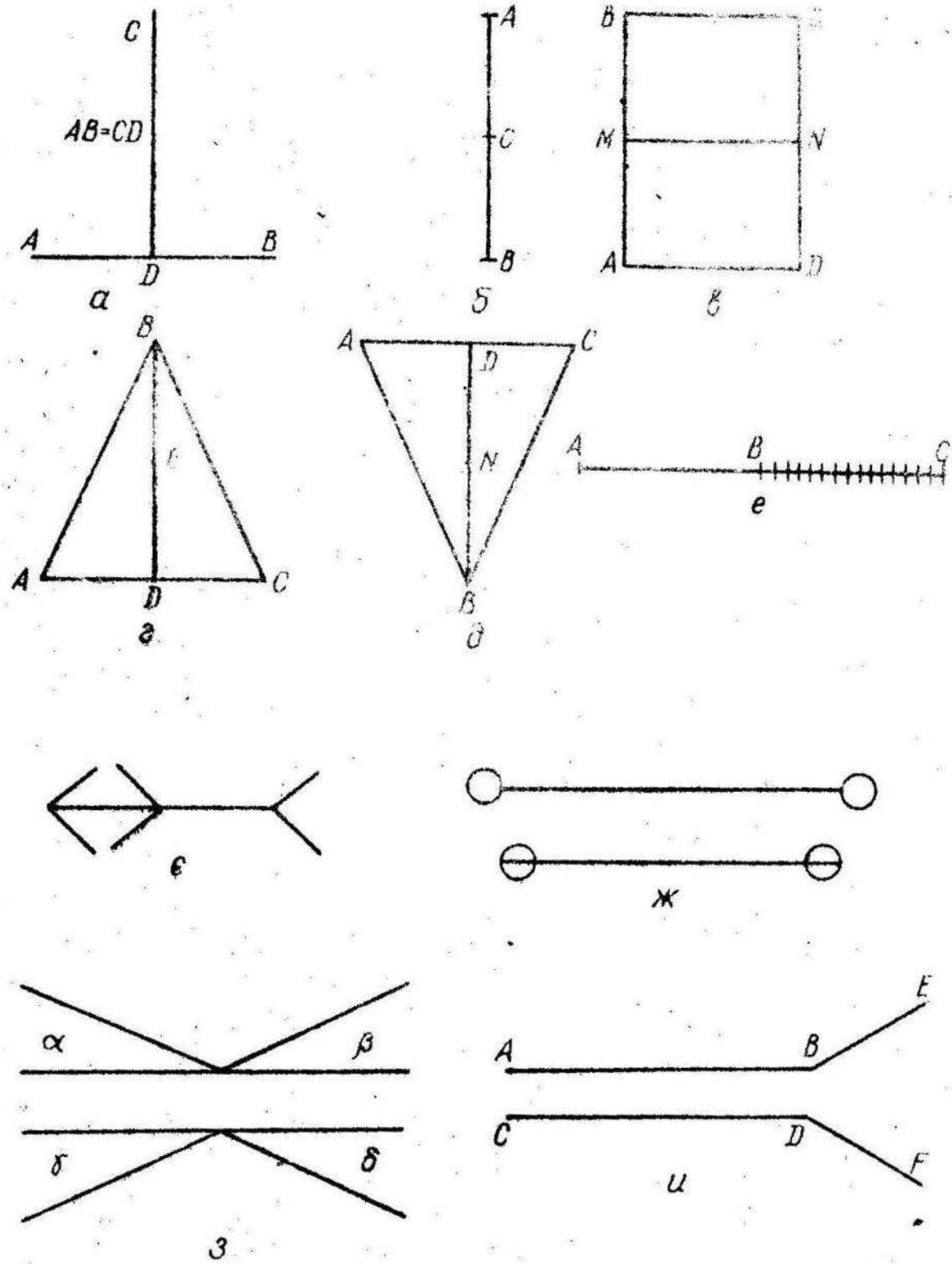


Рис. I.

помилки, причиною яких є згадана ілюзія. Кожен кресляр намагався коректувати рисунок "на око". Помилки ці становили від 1/12 до 1/6 величини заданого горизонтального відрізка.

Причини виникнення ілюзії в кресленні такі:

1. Переоцінка верхньої частини фігури. Якщо взяти вертикальний відрізок  $AB$  (рис. I,б) і поділити його пополам, то верхня частина відрізка  $AC$  буде здаватися більшою за рівну їй частину – відрізок  $CB$ . Ми пропонували креслярам поділити пополам "на око" вертикальний відрізок прямої і після старанного вимірювання виявляли, що верхня частина відрізка завжди була меншою за нижню, хоч "на око" вони здаються рівними. Різниця у величині верхньої і нижньої частин відрізка становить більше 1/14 всього відрізка. Цю ж картину дістанемо, якщо візьмемо прямокутник  $ABCD$  (рис. I,в), поділений прямою на дві рівні частини. Верхній прямокутник  $MBCN$  здається більшим за рівний йому нижній прямокутник  $AMND$ . Цей вид ілюзії впливає іноді на саме планування креслень. Якщо ж візьмемо не ізольований відрізок, а відрізок, що міститься всередині якоїсь геометричної фігури, то тут закономірності ілюзії можуть бути іншими. Наприклад, якщо візьмемо рівнобедрений  $\triangle ABC$  і з його вершини опустимо перпендикуляр  $BD$  (рис. I,г), а потім поділимо його пополам, то верхня його частина  $BE$  буде здаватись все не більшою від нижньої  $ED$ , а, навпаки, меншою.

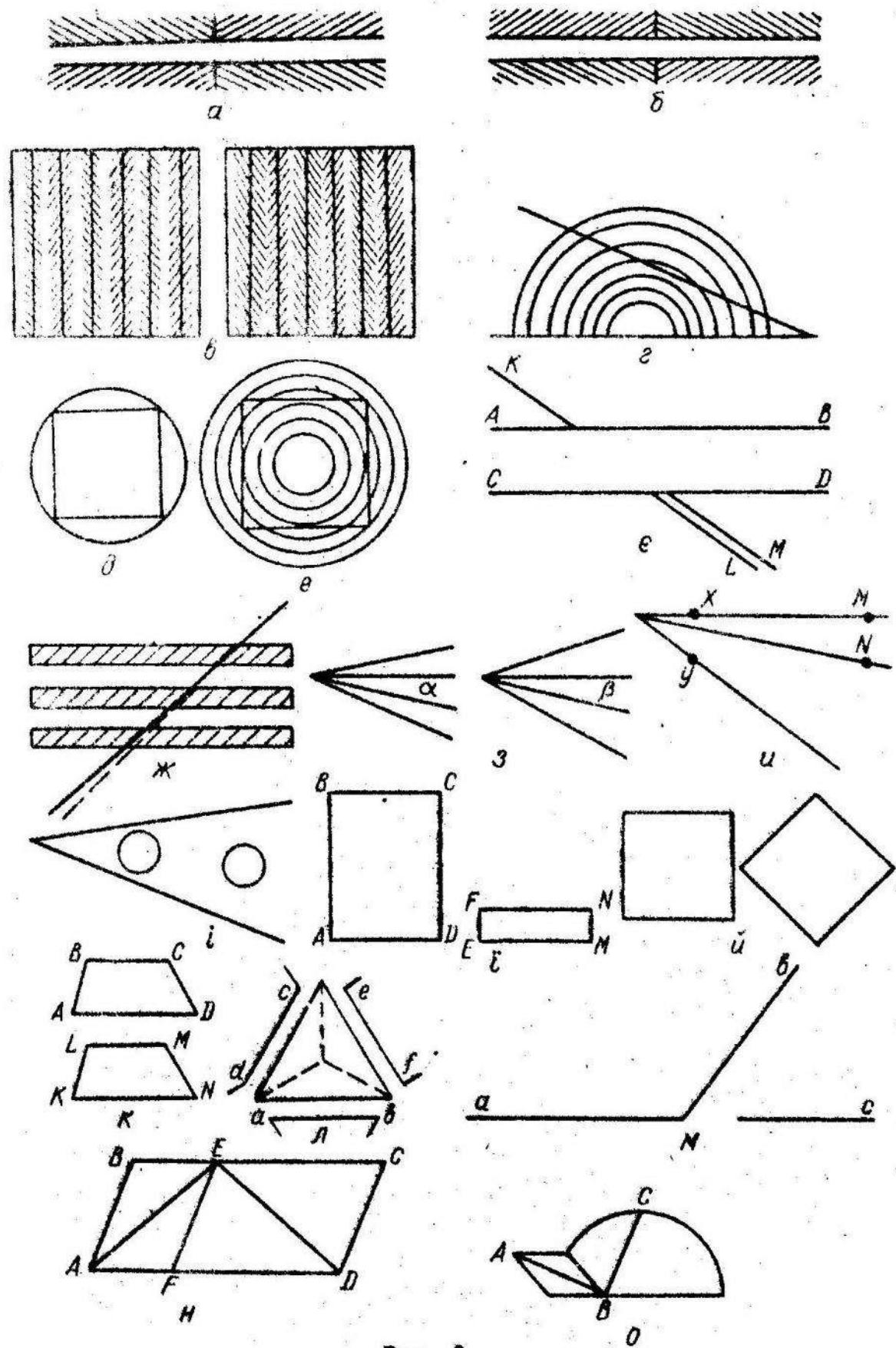
Отже, тут вирішальне значення має не положення зверху чи знизу, а принадлежність до вершини чи основи перпендикуляра. Ця закономірність зберігається і в тому випадку, коли ми змінимо положення трикутника. На рис. I,д  $\triangle ABC$  повернуто вниз вершиною.

2. Переоцінка заповненого простору. При оцінці деяких величин, наприклад віддалі між точками, окремими об'єктами і т.д., необхідно враховувати заповнений між ними простір чи ні, бо заповнений простір здається більшим за рівновеликий йому незаповнений простір. Відрізок  $BC$  (рис. I,е) здається більшим за  $AB$ , а насправді вони рівні. Ця ілюзія

часто вводить в оману креслярів, які, побудувавши лінійний масштаб "на око", коректують його, вносячи при цьому помилку. Форма фігури, що обмежує довжину відрізка, також впливає на зорові сприйняття, викликуючи неправну оцінку його довжини (рис. I,е, I,ж - фігури Мюллера-Лієра).

**З. Переоцінка гострих кутів.** Гострі кути здаються нам більшими, ніж вони є в дійсності, що часто приводить до ілюзорних змін в геометричних фігурах (рис. I,з). Дві паралельні лінії через переоцінку величин гострих кутів  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , і  $\delta$  здаються нам не паралельними, а трохи звужуються на кінцях. І навпаки, тупі кути здаються меншими, ніж вони є насправді. Так, наприклад, дві паралельні лінії  $AB$  і  $CD$  (рис. I,и) утворюють з лініями  $BE$  і  $DF$  тупі кути  $ABE$  і  $CDF$ . Але через недооцінку величини останніх, ці кінці змішуються і здаються непаралельними. Нам здається, що на кінцях  $B$  і  $D$  віддаль між ними менша, ніж на кінцях  $A$  і  $C$ . До цього типу ілюзій відносяться ілюзії Херінга (рис. 2,а і 2,б) і фігури Целльнера (рис. 2,в), де ряд паралельних прямих, перетятах рядом інших ліній, здається непаралельним. Сюди відносяться також ілюзії скривлення прямої (рис. 2,г), якщо кут нахилу прямої поступово змінюється. Через переоцінку величини гострих кутів і недооцінку тупих дістаемо явище ілюзорної деформації різних геометричних фігур (рис. 2,д; 2,е).

Особливе значення в кресленні має ілюзія Логгендорфа. Вона полягає в зміщенні перетинних ліній при паралельних прямих. Це добре видно на рис. 2,е, де дві паралельні лінії  $AB$  і  $CD$  перетинаються третьою. Нам здається, що  $KL$  - пряма. Насправді ж вона ламана, а прямою є  $KM$ . Якщо взяти ряд паралельних широких смужок і перетяти їх тонкими лінійми, то ілюзія ще збільшиться (рис. 2,ж). Тут спостерігається "ілюзія додавання". Ефект ілюзії обернено пропорціональний розмірам гострого кута перетину. Ілюзія Логгендорфа треба мати на увазі при проведенні точних побудов. В практиці геометричних побудов особливо часто доводиться визначати положення кутової точки перетину ліній під гострим кутом. Як-



Pno. 2.

при цьому одна з цих ліній трохи товстіша від другої (а це найімовірніше), та треба з особливою увагою встановлювати ніжку циркуля чи гострий кінець олівця, якщо ми хочемо точно фіксувати цю точку.

**4. Ілюзії контрасту.** Ілюзія контрасту полягає в тому, що дана геометрична фігура, яка межує з іншими фігурами, що відрізняються від неї якоюсь ознакою, змінюється в бік більшого підкреслення цієї ознаки. Так, наприклад, рівні кути  $\alpha$  і  $\beta$  (рис. 2, а) здаються нерівними тому, що межують з іншими кутами. Кут  $\alpha$ , що межує з більшими, ніж він, кутами, здається меншим за рівний йому кут  $\beta$ , який межує з меншими кутами, через що здається більшим; ніх є насправді. На рис. 2, и віддаль між точками  $X$  і  $Y$  здається більшою за віддаль між точками  $M$  і  $N$ . Присутність третьої прямої ще більш посилює ілюзію. Ефект ілюзії залежить ще від взаємного розміщення фігур. На рис. 2, і між сторонами кута нарисовано два рівних кола. Коло, що знаходиться ближче до вершини кута здається більшим. Чим гостріший кут, тим ефект ілюзії більший. Тож саме, з огляду на значну різницю висот прямокутників  $ABCD$  і  $EFGM$  (рис. 2, 7); нам здається, що основа  $AD$  першого чотирикутника менша за  $EM$  другого, в той час як насправді вони рівні.

**5. Вплив взаємного розміщення фігур.** Геометричні фігури або окремі їх частини сприймаються нами не ізольовано від сусідніх геометричних фігур, а в певному взаємозв'язку. Так, наприклад, на рис. 2, й, к, л показані: два рівні квадрати, проте квадрат, поставлений косо, нам здається більшим; трапеція  $ABCD$  здається більшою за рівновелику їй трапецію  $KLMN$ ; рівні відрізки  $ab$ ,  $cd$  і  $ef$  здаються нерівними. На рис. 2, м маємо два відрізки,  $a$  і  $c$ , одної прямої, а нам здається, що відрізок  $C$  лежить вище від відрізка  $a$ . Ілюзія щезає, якщо змінити взаємне розміщення прямих.

Значна частина ілюзій є наслідком оцінки геометричної фігури в цілому і перенесення її властивостей на окремі частини фігури. Наприклад, діагональ  $ED$  (рис. 2, н), що належить більшому паралелограмові  $ECDF$ ,

здається довшою за діагональ  $AE$  меншого паралелограма, в той час як воно рівні. Аналогічну картину ми дістанемо, якщо порівняємо величини відрізків  $AB$  і  $BC$  (рис. 2,0), які нам здаються нерівними.

З наведених прикладів аже можна бачити, яке велике значення мають ілюзії в кресленні. При здійсненні геометричних побудов необхідно їх враховувати, щоб досягти якнайбільшої точності. Для цього при виконанні будь-якого креслення не треба покладатись на зорове враження і не вносити в нього ніяких виправлень "на око" без попередніх уважних вимірювань. Щоб зменшити вплив ілюзії Поггендорфа на точність побудов рисунок треба виготовляти лініями однакової товщини. При визначенні точок перетином двох прямих треба перевіряти їх прямолінійність просвіркою лінійкою та уникати перетину їх під дуже гострим кутом, пам'ятаючи, що ефект ілюзії обернено пропорціональний розмірам гострого кута перетину.

#### Література

1. С. Толанский И. Оптические иллюзии. "Мир", М., 1967.
2. И. Д. Артамонов. Иллюзии зрения. "Наука", М., 1969.
3. Kazimierz Bartel. Perspektywa malarcka, том II, Warszawa, 1958.

—0—

УДК 611

О.М.ВВЕДЕНСЬКИЙ

#### ДУАЛЬНІСТЬ У ЕЛІПТИЧНИХ КРИВИХ НАД КВАЗІЛОКАЛЬНИМ ПОЛЕМ

Нехай  $k$  — квазілокальне поле (тобто повне дискретно нормоване поле з алгебраїчно замкненим полем лішків характеристики  $\rho$ ; далі з суто технічних міркувань  $\rho > 3$ ).

Метою цієї роботи є побудова аналога квазілокальної теорії полів