5. С. С. Бюшгенс. Геометрия векторного поля. Известия АН СССР, 10, 1946, 73-96.

—o—

УДК 515.69

А.О.КОПИСТЯНСЬКИЙ

ПРО ДЕЯКІ УЗАГАЛЬНЕННЯ ПОБУДОВ АКСОНОМЕТРИЧНИХ ПРОЕКЦІЙ

Згідно з теоремою Польке-Шварца, довільний чотирикутник є паралельною проекцією тетраедра, подібного заданому (рис. 1). Ця узагальнююча

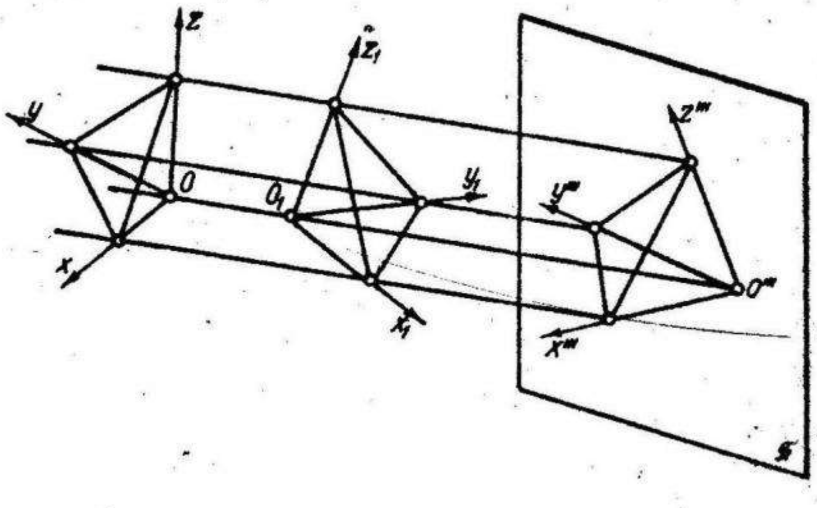

Рис. 1.

основа, використана в побудові аксонометричних проекцій, зберігається тільки з певним наближенням точності до подібності.

Причини відхилень точності такі:

1. Перетворення побудов виконуються в графічній площині реальними інструментами.

2. Побудова позбавлена безпосереднього зв'язку між елементами перетворення. Точніше, аксонометрична проекція виконується шляхом переносу певних величин, які характеризують дану геометричну форму.

3. В побудові використовуються коефіцієнти спотворення, дані з певним наближенням.

Проаналізувавши ці причини відхилення точності побудов аксонометричних проекцій, приходимо до висновку, що є можливість ліквідувати тільки дві останні причини неточностей побудов. А це можна здійснити введенням такої основи побудов, яка дозволяє безпосередній зв'язок заданого образу та його зображення.

В цій роботі будуть пояснені побудови аксонометричних проекцій і знаходження показників характеристики для довільних систем на базі ортогональних комплексних проекцій при збереженні безпосереднього зв'язку між ортогональними та аксонометричними проекціями.

В основу побудови входить довільне проектування (ортогональне, косокутне, центральне) на довільно розміщену площину.

Як відомо, в ортогональних комплексних проекціях немає обмежень щодо розміщення площин проекцій. Тим більше, одна із них може бути прийнята довільно. Саме ця площина може бути аксонометричною площиною. Як перший приклад приймемо, що аксонометрична площина - горизонтально проектуюча, а проектування - ортогональне (рис. 2). Приймаючи $h_\alpha \equiv y$ і $f_\alpha \equiv z$, знаходимо суміщене положення y''' і при збереженні перпендикулярності ліній проекційного зв'язку будуємо аксонометрич-

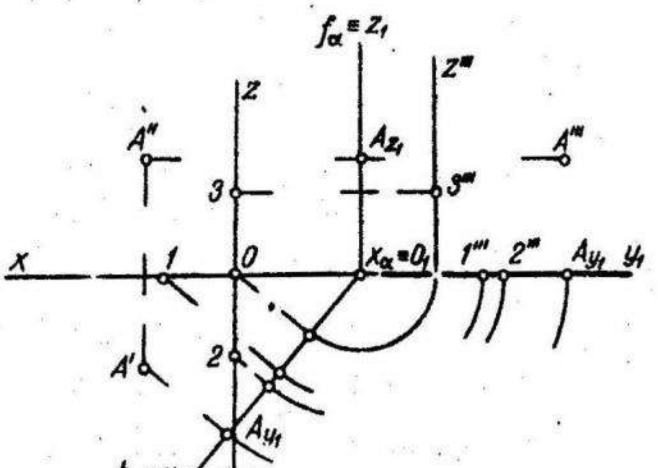

Рис. 2.

не зображення точки A'''. Для встановлення розміщення аксонометричних осей x''', y''', z''', а також для встановлення коефіцієнтів спотворення проектуємо, як і раніше, відрізки 01, 02, 03, які відповідають одиничним відрізкам осей x, y, z. У даному випадку x і y проектується в пряму.

Більш характерну побудову показано на рис. 3. Аксонометрична проекція побудована на площині загального положення, але також способом ортогонального проектування.

Побудова ортогональної проекції точки А на площину загального розміщення відбувається, як і в побудові на рис. 2, ускладнення - лише в знаходженні суміщеної осі y_1. Для встановлення масштабу спотворень знайдено також проекції відрізків осей x, y, z, відповідно 01, 02, 03. Таким чином, при збереженні безпосереднього зв'язку між образом та його зображенням побудовано основні елементи аксонометричного зображення. Очевидно, що в цій побудові можна міняти тип аксонометричних проекцій зміною нахилу площини. Наприклад, ізометричну проекцію можна одержати, якщо осі y і z утворюють з віссю x кут 45^0.

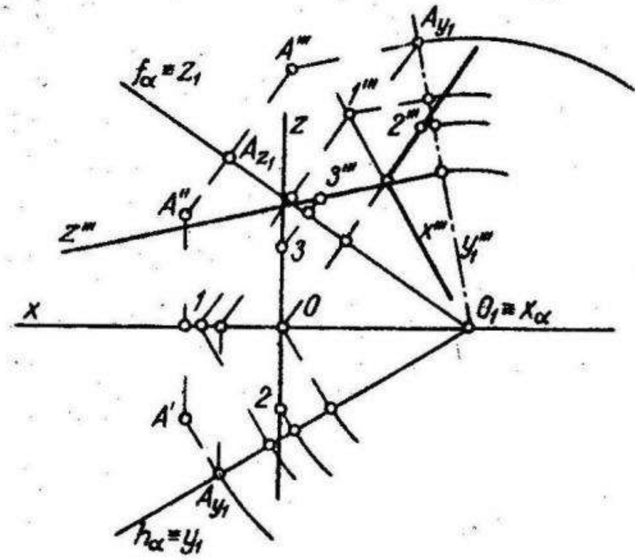

Рис. 3.

Такий засіб перетворень можна використати також для побудов косокутних аксонометричних проекцій. З цією метою застосовується метод косокутного проектування на базі заданих ортогональних проекцій даної геометричної форми. В цій побудові (рис. 4) за аксонометричну площину прийнято горизонтально проектуючу.

Спочатку знаходимо напрямки ліній проекційного зв'язку, тому що в косокутному проектуванні лінії проекційного зв'язку не перпендикулярні осям x, y, z. Ці напрямки можна знайти як лінії перетину проектуючих площин, що проходять через заданий напрямок проектування з аксонометричною площиною y_1, z_1, а дальші побудови проводяться, як і раніше, при збе-

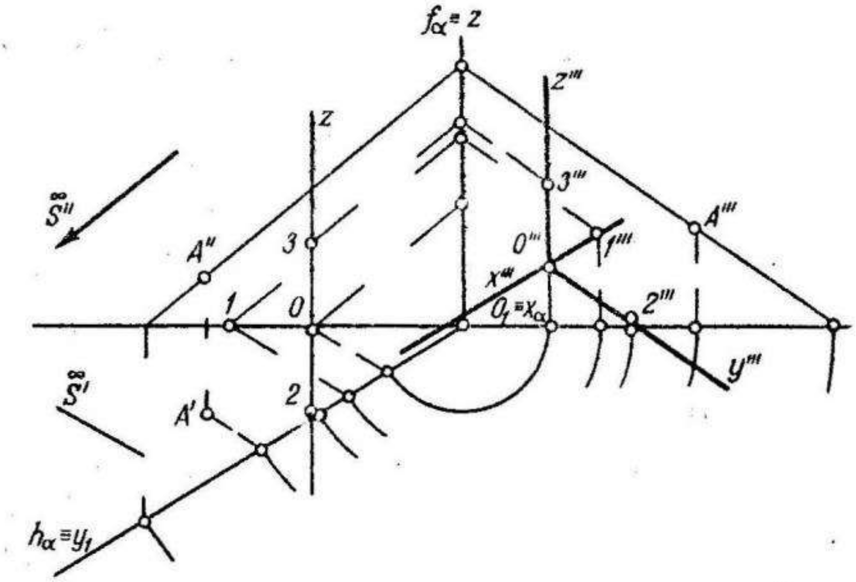

Рис. 4.

реженні напрямків ліній проекційного зв'язку. Для спрощення побудови на рис. 4 знайдено напрямки ліній проекційного зв'язку зразу для предметної точки А. Знаходження аксонометричної проекції одиничних відрізків осей x_1, y_1, z_1, - 01, 02, 03 виконується при збереженні ліній проекційного зв'язку, встановлених для першої побудови.

Як в побудовах прямокутних аксонометричних проекцій, так і в косокутних аксонометричних проекціях можна відтворити різні системи шляхом зміни розміщення площини та напрямку проектування.

Наприклад, косокутну диметрію можна відтворити так: нехай аксонометрична площина збігається з фронтальною площиною проекції і напрямок проектування встановлюється так, щоб одиничний відрізок осі y проектувався на аксонометричну площину вдвоє меншим.

На рис. 5 показано побудову аксонометричної проекції точки А і одиничних відрізків осей x, y, z (відповідно OI, O2, O3) у косокутній диметрії.

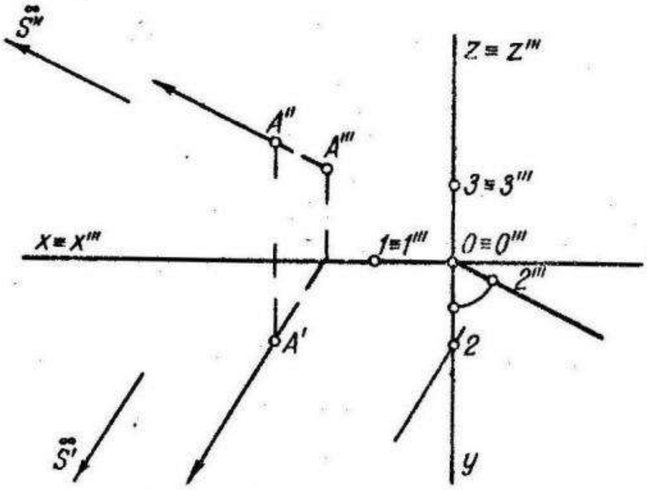

Рис. 5.

Для скорочення викладу побудови, зв'язані з центральними аксонометричними проекціями, виясним без конкретних прикладів. Проекції окремих точок на довільну аксонометричну площину знаходяться як для косокутних проекцій з тим, що в дальших побудовах операції спрощуються. Для встановлення коефіцієнтів спотворення осей x, y, z, в даному випадку в розумінні перетворень в проективній площині, зв'язане зі збереженням складного відношення чотирьох точок. Тому необхідно побудувати проекції трьох точок кожної осі. Четверта точка може бути побудована як гармонічна.

Пропонована побудова аксонометричних проекцій має ряд переваг над побудовами, які використовуються на практиці, зокрема:

I) поширює можливості необмеженого використання довільних аксонометричних систем (на практиці використовуються тільки деякі системи, зокрема прямокутна диметрія та ізометрія, та декілька косокутних проекцій);

2) збільшує точність побудов за рахунок безпосереднього зв'язку прообразу та зображень та за рахунок графічного перетворення коефіцієнтів спотворення;

3) дає змогу практично використати центральні аксонометричні проекції;

4) об'єднує два методи побудови в єдиний метод.

—o—

УДК 517.944:947

МАРІЯ Д. МАРТИНЕНКО

ДЕЯКІ КРАЙОВІ ЗАДАЧІ ДЛЯ ЕЛІПТИЧНИХ СИСТЕМ

Розглядається задача про визначення розв'язку еліптичної системи рівнянь в частинних похідних другого порядку варіаційного типу від додатного визначеного функціоналу у тривимірному просторі з розрізом вздовж незамкненої поверхні типу Ляпунова за заданими на двох сторонах цієї поверхні граничними умовами типу Діріхле або типу Неймана.

І. Розглянемо еліптичну систему рівнянь другого порядку:

$$A\left(x,\frac{\partial}{\partial x}\right)u(x)\equiv\sum_{i,j=1}^{3}\frac{\partial}{\partial x_j}\left(B_{ij}(x)\frac{\partial u}{\partial x_i}\right)+\sum_{i=1}^{3}\frac{\partial}{\partial x_i}\left(C_i'(x)u\right)-$$

$$-\sum_{i=1}^{3}C_i(x)\frac{\partial u}{\partial x_i}+B_0u=0,^{1)} \qquad (1)$$

де $B_{ji}'=B_{ij}$, $B_0=B_0'$ (штрихом позначено транспонування). Систему (I) запишемо у вигляді

$$A\left(x,\frac{\partial}{\partial x}\right)u(x)\equiv A_0\left(x,\frac{\partial}{\partial x}\right)u(x)+A_1\left(x,\frac{\partial}{\partial x}\right)u(x)=0, \qquad (2)$$

де $A_0(x,\frac{\partial}{\partial x})$ – однорідний оператор другого порядку; $A_1(x,\frac{\partial}{\partial x})$ – оператор, що містить всі інші похідні, $x=(x_1,x_2,x_3)$.

Має місце така теорема.

Т е о р е м а. Нехай існує така додатна в E_3 функція $\mathcal{F}(x)$, що

1) Система (1) – загальна система другого порядку варіаційного типу.