ВІСНИК ЛЬВІВ. УН-ТУ
Серія мех.-мат.2002.Вип.60.С.5–12

VISNYK LVIV UNIV.
Ser.Mech-Math.2002.Vol.60.P.5–12

УДК 512.62

ГРУПА БРАУЕРА n-ВИМІРНИХ ЗАГАЛЬНИХ ЛОКАЛЬНИХ ПОЛІВ

Василь АНДРІЙЧУК
Львівський національний університет імені Івана Франка
вул. Університетська, 1 79000 Львів, Україна

Доведено існування ін'єктивного гомоморфізму Φ_K з групи Брауера поля n-вимірного загального локального поля K в групу $Hom\ (K_{n-1}(K),\ \mathbb{Q}/\mathbb{Z})$, де $K_{n-1}(K)$ – $(n-1)$-а група Мілнора поля K. Визначено також, що у випадку $n = 2$ $Ker\ (\Phi_K(W) = Nrd\ (W)$, де $W \in Br\ K$ і Nrd – гомоморфізм редукованої норми.

Ключові слова: багатовимірні загальні локальні поля, теорія полів класів, група Мілнора, група Брауера.

Нагадаємо, що поле k називають *квазіскінченним* [1], якщо воно досконале і має точно одне розширення степеня n для кожного натурального числа n. Зазначимо, що скінченні поля квазіскінченні й існують нескінченні квазіскінченні поля.

А.Н. Паршин, С.В. Востоков, І.Б. Фесенко, К. Като та інші математики побудували теорію полів класів для n-вимірних локальних полів у термінах K-груп Мілнора [2]. Б.М.Беккер [3] показав, що використовуючи метод Фесенка [4] , який грунтується на ідеях Нейкірха [5], можна побудувати n-вимірну локальну теорію полів класів для n-вимірних локальних полів ненульової характеристики з квазіскінченними полями лишків. Зазначимо, що Б.М.Беккер одержав результати, невикористовуючи когомологічної техніки.

У цій праці ми доводимо, що частина результатів К. Като про теорію полів класів n-вимірного локального поля зі скінченним полем лишків зберігає свою силу для n-вимірних локальних полів з квазіскінченними полями лишків характеристики нуль. Розглядаємо здебільшого n-вимірні загальні локальні поля формальних степеневих рядів $k((t_1, \cdots, t_n))$, де k – квазіскінченне поле характеристики нуль.

Означення. *n-вимірним ($n \geqslant 0$) локальним (відповідно загальним локальним) полем ми називаємо ланцюжок полів $k_0, \cdots, k_n$ з такими властивостями:*

(1) k_0 – скінченне (відповідно квазіскінченне) поле;

(2) для кожного $i = 1, \cdots, n$, k_i – повне дискретно нормоване поле з полем лишків k_{i-1}.

Позначатимемо поле k_n через K, а поле k_0 через k.

Через $H^i(K, M)$ позначимо когомології Галуа $Gal(K_{sep}/K)$ – модуля M, K_{sep} – сепарабельне замикання поля K.

Далі використовуватимемо K-групи Мілнора $K_n(K)$ поля K. За означенням $K_0(K) = \mathbb{Z}$, $K_1(K) = K^*$ і для $n \geqslant 2$ $K_n(K) = K^{\otimes n}/J$, де $K^{\otimes n}$ – тензорний добуток n екземплярів групи K^*, а I – підгрупа цього тензорного добутку, породжена всіма елементами вигляду $x_1 \otimes \cdots \otimes x_n$ з властивістю $x_i + x_j = 1$ для деяких i, j, $1 \leqslant i \neq j \leqslant n$. Елемент групи $K_n(K)$ з представником $x_1 \otimes \cdots \otimes x_n$ позначаємо $\{x_1, \ldots, x_n\}$.

К.Като [6] і А.Н.Паршин [7] означили гомоморфізм

$$\Psi_K : K_n(K) \to Gal(K^{ab}/K)$$

з n-ої групи Мілнора n-вимірного локального поля K у групу Галуа максимального абельового розширення поля K. Відтворюємо означення, запропоноване К.Като, як для зручності читача, так і для того, щоб звернути увагу на те, що це означення придатне і для n-вимірних загальних локальних полів.

Найперше з точної послідовності Куммера

$$1 \longrightarrow \mu_m \longrightarrow K^* \xrightarrow{m} K^* \longrightarrow 1,$$

одержуємо, переходячи до когомологій, ізоморфізм

$$h^1_{m,K} : K^*/K^{*m} \to H^1(K, \mu_m). \tag{1}$$

Використовуючи ізоморфізм (1), можемо означити гомоморфізми

$$h^n_{m,K} : K_n(K) \to H^n(K, \mu_m^{\otimes n}),$$

для яких $h^n_{m,K}(\{x_1, \ldots, x_n\}) = h^1_{m,K}(x_1) \cup \cdots \cup h^1_{m,K}(x_n)$, де $\cup$ означає $\cup$-добуток.

Розглянемо добуток

$$H^1(K, \mathbb{Z}/m\mathbb{Z}) \times K_n(K) \to H^{n+1}(K, \mu_m^{\otimes n}) \cong \mathbb{Z}/m\mathbb{Z} \tag{2}$$

(останній ізоморфізм в (2) існує на підставі тердження 1, наведеного нижче), який ставить у відповідність парі $\chi \in H^1(K, \mathbb{Z}/n\mathbb{Z}), \{x_1, \ldots, x_n\} \in K_n(K)$ $\cup$-добуток

$$\chi \cup h^n_{m,K}\{x_1, \ldots, x_n\} \in H^{n+1}(K, \mu_m^{\otimes n}) \cong \mathbb{Z}/n\mathbb{Z}.$$

Переходячи в (2) до індуктивної границі за m, одержуємо, в припущенні $char k = 0$, добуток

$$H^1(K) \times K_n(K) \to \mathbb{Q}/\mathbb{Z}. \tag{3}$$

Добуток (3) і визначає гомоморфізм

$$\Psi_K : K_n(K) \to Hom(H^1(K), \mathbb{Q}/\mathbb{Z}) \to Gal(K^{ab}/K).$$

Як і для n-вимірних локальних полів, для n-вимірних загальних локальних полів правильні твердження 1 та теорема 1.

Твердження 1. *Нехай k – квазіскінченне поле, m – натуральне число, $char k$ не ділить m, μ_m – група коренів m-го степеня з одиниці в алгебраїчному замиканні поля k, $\mu_m^{\otimes n} = \mu_m \otimes \cdots \otimes \mu_m$ – n-кратний тензорний добуток з очевидною дією групи $Gal(K_{sep}/K)$. Тоді*

$$H^{n+1}(K, \mu_m^{\otimes n}) \cong \frac{1}{m}\mathbb{Z}/\mathbb{Z}.$$

Наслідок 1. *Зберігаючи умови твердження 1, припустимо додатково, що* $char k = 0$. *Тоді* $H^{n+1}(K) \cong \mathbb{Q}/\mathbb{Z}$.

Теорема 1. *Нехай* K *-* n*-вимірне загальне локальне поле. Припустимо, що* $char k = 0$. *Тоді для кожного скінченного абельового розширення* L/K *існує канонічний гомоморфізм норми*

$$N_{L/K} : K_n(L) \to K_n(K)$$

такий, що гомоморфізм Ψ_K *індукує ізоморфізм*

$$K_n(K)/N_{L/K}K_n(L) \to Gal(L/K).$$

Доведення цих фактів здебільшого грунтуються на міркуваннях, які використав К.Като для доведення аналогічного результату для n-вимірних локальних полів [6]. Крім того, іхнє доведення можна знайти у праці [8], тому ми не наводимо.

Наступна теорема дає зв'язок між групою Брауера n-вимірного загального локального поля K, для якого $char k = 0$ з $n-1$ вимірною групою Мілнора поля K.

Теорема 2. *Нехай* K *-* n*-вимірне загальне локальне поле, для якого* $char k = 0$. *Тоді існує ін'єктивний гомоморфізм*

$$\Phi_K : BrK \to Hom(K_{n-1}(K), \mathbb{Q}/\mathbb{Z}),$$

для якого $\Phi_K((\chi, a))(b) = \chi(\Psi_K(a, b))$ *для довільного* $\chi \in H^1(K, \mathbb{Q}/\mathbb{Z})$, $a \in K^*$. $(\chi, a) \in BrK$ *- елемент групи Брауера поля* K*, визначений у §1 Розділу 14 книги [1],* $b \in K_{n-1}(K)$.

Доведення. Використаємо схему доведення, яку запропонував К.Като для аналогічної властивості групи Брауера n-вимірного локального поля (див. [6], частина II, твердження 3, с.674). За наслідком 2 з леми 16 другої частини праці [6] для довільного поля k група $H^2(k) = \varinjlim H^2(k, \mu_m)$ ізоморфна групі Брауера поля k. Використовуючи цей факт та означений вище гомоморфізм $h^n_{m,K}$ для n-вимірного загального локального поля K, можемо розглянути добуток

$$BrK \times K_{n-1}(K) \xrightarrow{h_K} H^{n+1}(K) \cong \mathbb{Q}/\mathbb{Z} \tag{4}$$

(останній ізоморфізм - це ізоморфізм з наслідку 2), який парі (w, a) ставить у відповідність $\cup$-добуток $w \cup \varinjlim h^{n-1}_{m,K}(\{x_1, \ldots, x_{n-1}\})$, де $w \in BrK = H^2(K)$, $\varinjlim h^{n-1}_{m,K}$ - індуктивна границя визначених вище гомоморфізмів $h^{n-1}_{m,K}$, $\{x_1, \ldots, x_{n-1}\} \in K_{n-1}(K)$. Добуток (4) визначає гомоморфізм

$$\Phi_K : BrK \longrightarrow Hom(K_{n-1}(K), \mathbb{Q}/\mathbb{Z}).$$

У праці [6] К.Като показав, що доведення ін'єктивності гомоморфізму Φ_K зводиться до доведення ін'єктивності гомоморфізму

$$\phi_{L/K} : K^*/N_{L/K}L^* \to Hom(K_{n-1}(K), \mathbb{Q}/\mathbb{Z}),$$

$$a \to (b \to \Phi_K(\{\chi, a\})(b) = \chi \circ \Psi_K(\{a, b\}),$$

де p - просте число, χ - характер порядку p поля K, L/K - відповідне характеру χ циклічне розширення степеня p.

Ін'єктивність гомоморфізму $\phi_{L,K}$ доводимо індукцією за n. Якщо $n = 1$, то L/K – циклічне розширення простого степеня звичайного загального локального поля K і ін'єктивність гомоморфізму $\phi_{L/K}$ випливає з теорії полів класів загальних локальних полів [1].

Для обгрунтування кроку індукції (при наших припущеннях на поле K) досить розглянути два випадки.

1. Нехай L/K – нерозгалужене розширення простого степеня p, E/F – відповідне розширення полів лишків полів K і L. К.Като [6] довів, що існує комутативна діаграма

$$\begin{array}{ccc} K^*/N_{L/K}L^* & \xrightarrow{\phi_{L/K}} & Hom(K_{n-1}(K)/U^{(1)}_{n-1}(K), \mathbb{Q}/\mathbb{Z}) \\ \Big\downarrow \cong & & \Big\downarrow \cong \\ F^*/N_{E/F}E^* & \xrightarrow{\phi_{E/F}\oplus\chi\circ\Psi_F} & Hom(K_{n-2}(F), \mathbb{Q}/\mathbb{Z}) \oplus Hom(K_{n-1}(F), \mathbb{Q}/\mathbb{Z}), \end{array} \tag{5}$$

в якій вертикальні стрілки є ізоморфізмами, χ – характер відповідний до розширень E/F та L/K, $U^{(1)}_{n-1}(K)$ – підгрупа групи $K_{n-1}(K)$ породжена елементами вигляду $\{1 + y, x_2, \ldots, x_{n-1}\}$, де $y \in \mathfrak{M}_K$ ($\mathfrak{M}_K$ – максимальний ідеал кільця цілих дискретно нормованого поля K з полем лишків F), $x_2, \ldots, x_{n-1} \in K^*$.

2. Якщо L/K – цілком розгалужене розширення простого степеня p, то поле K містить первісний корінь p-го степеня з одиниці й існує комутативна діаграма ([6], с.676)

$$\begin{array}{ccc} K^*/N_{L/K}(L^*) & \xrightarrow{\Psi_{L,K}} & Hom(K_{n-1}(K)/pK_{n-1}(K), \mathbb{Q}/\mathbb{Z}) \\ \Big\downarrow \cong & & \Big\downarrow \\ F^*/F^{*p} & \xrightarrow{\tilde{\Psi}_F} & Hom(K_{n-1}(F), \mathbb{Q}/\mathbb{Z}), \end{array} \tag{6}$$

в якій ліва вертикальна стрілка є ізоморфізм і $\tilde{\Psi}_F$ – мономорфізм.

Діаграми (5) і (6) допомагають обгрунтувати крок індукції і, отже, ін'єктивність гомоморфізму Φ_K доведена.

Зауваження. Для $n = 2$ гомоморфізм Φ_K має такий простий вигляд $\Phi_K : BrK \to Hom(K^*, \mathbb{Q}/\mathbb{Z})$.

У цьому випадку, при наших припущеннях на поле K (тобто в припущенні $char k = 0$), ін'єктивність гомоморфізму Φ_K одержують за індукцією з наступних двох комутативних діаграм з точними рядками (див. [6], Частина 1, с. 349, 350)

$$\begin{array}{ccccccc} 0 & \longrightarrow & (BrF)_m & \longrightarrow & (BrK)_m & \longrightarrow & \\ & & \Big\downarrow \cong & & \Big\downarrow \Phi_K & & \\ 0 & \longrightarrow & \frac{1}{m}\mathbb{Z}/\mathbb{Z} & \longrightarrow & Hom(K^*, \frac{1}{m}\mathbb{Z}/\mathbb{Z}) & \longrightarrow & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} \longrightarrow & (X_F)_m & \longrightarrow & 0 \\ & \Big\downarrow \alpha & & \\ \longrightarrow & Hom(F^*, \frac{1}{m}\mathbb{Z}/\mathbb{Z}) & \longrightarrow & 0, \end{array} \tag{7}$$

$$
\begin{array}{ccccccc}
0 & \longrightarrow & (X_F)_m & \longrightarrow & (X_K)_m & \longrightarrow & \\
 & & \downarrow{\scriptstyle\alpha} & & \downarrow{\scriptstyle\hat{\Phi}_K} & & \\
0 & \longrightarrow & Hom(F^*, \frac{1}{m}\mathbb{Z}/\mathbb{Z}) & \longrightarrow & Hom(K_2(K), \frac{1}{m}\mathbb{Z}/\mathbb{Z}) & \longrightarrow &
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{cccc}
\longrightarrow & Hom(k^*, \frac{1}{m}\mathbb{Z}/\mathbb{Z}) & \longrightarrow & 0 \\
 & \downarrow{\scriptstyle\beta} & & \\
\longrightarrow & Hom(K_2(F), \frac{1}{m}\mathbb{Z}/\mathbb{Z}) & \longrightarrow & 0,
\end{array}
\tag{8}
$$

де F – поле лишків поля K, X_K, X_F – групи характерів полів K і F, α – гомоморфізм теорії полів класів звичайного загального локального поля [1], а β – гомоморфізм, визначений ручним символом (,) (див. [1], Розділ 14, § 3)

$$K_2(F) \xrightarrow{(,)} k^* \longrightarrow \tfrac{1}{m}\mathbb{Z}/\mathbb{Z}.$$

У комутативних діаграмах (7) і (8) гомоморфізми α і β є ізоморфізмами; α – ізоморфізм на підставі локальної теорії полів класів для загального локального поля [1], а ізоморфність β випливає з леми 2, § 3, Розділу 14 книги [1]. Тому для двовимірного локального поля правильний такий сильніший варіант теореми 2.

Теорема 3. *Нехай K – двовимірне загальне локальне поле, для якого $char k = 0$. Тоді існує ін'єктивний гомоморфізм*

$$\Phi_K : BrK \to Hom(K^*, \mathbb{Q}/\mathbb{Z}),$$

який індукує ізоморфізм

$$(BrK)_m \cong Hom(K^*, \tfrac{1}{m}\mathbb{Z}/\mathbb{Z}).$$

Крім того,

$$(X_K)_m \cong Hom(K_2(K), \tfrac{1}{m}\mathbb{Z}/\mathbb{Z})$$

для кожного натурального числа m.

Покажемо, що ядро гомоморфізму Φ_K для двовимірного загального локального поля нульової характеристики обчислюється так само, як і для двовимірного локального поля.

У праці К.Като доведена така лема.

Лема 1. *(Като) Нехай k – довільне поле, A – центральна проста алгебра над полем k. Нехай $r \geqslant 1$ і $a \in k^*$. Тоді наступні три умови еквівалентні*

(i) $a \in Nrd_{A/k}A^*$;

(ii) $a \in Nrd_{M_r(A)/k}M_r(A)^*$, де $M_r(A)$ означає кільце матриць порядку r над A;

(iii) Існує скінченне розширення E поля k таке, що $a \in N_{E/k}E^*$ і таке, що алгебра A розщеплюється в полі E.

Умови (i) та (iii) леми 1 дають змогу коректно означити групу $Nrd(W/K) = Nrd_{A/k}A^* \subset K^*$, де $W \in BrK$, A – будь-який представник класу W і Nrd – гомоморфізм редукованої норми.

У цих позначеннях правильний такий результат.

Теорема 4. *$Ker(\Phi_K(W)) = Nrd(W/K)$, якщо K двовимірне загальне локальне поле, для якого $chark = 0$.*

Доведення. Враховуючи той факт, що локальна теорія полів класів має аналог для загальних локальних полів [1], можемо застосувати метод К.Като, за допомогою якого він довів аналогічний факт для двовимірних локальних полів (див. [6], Частина 1, §5). Нагадаємо, що гомоморфізм Φ_K визначають добутком $K^* \times BrK \to \mathbb{Q}/\mathbb{Z}$, який ставить у відповідність парі елементів $a \in K^*$, $W_K \in BrK$ елемент $< a, W_K > \in \mathbb{Q}/\mathbb{Z}$.

Якщо L/K – скінченне розширення поля K, то маємо

$$< a, W_L >_L = < N_{L/K}a, W >_K \tag{9}$$

для довільних елементів $a \in L^*, W \in BrK$. Згідно з лемою 1 для кожного елемента $a \in Nrd(W/K)$ з того, що $a \in Nrd(W/K)$ випливає існування скінченного розширення L/K і елемента $b \in L^*$ таких, що $W_L = 0$ і $a = N_{L/K}b$. Тому за формулою (9) $< a, W >_K = < b, W_L >_L = 0$. Це доводить включення

$$Nrd(W/K) \subset Ker(\Phi(W)). \tag{10}$$

Доведення того факту, що включення (10) є насправді рівністю, розбиваємо на два кроки. Спочатку (перший крок) методом математичної індукції доводимо таке: коли

$$Nrd(W/K) = Ker(\Phi(W)) \tag{11}$$

для тих $W \in BrK$, які мають простий порядок p, то рівність (11) правильна і для всіх $W \in BrK$. Це доведення грунтується на використанні властивості (9) і дослівно повторює міркування К.Като ([6], с.354), тому ми його опускаємо.

Другий крок полягає у доведенні рівності (9) у випадку, коли $W \in Br(K)_p$, $W \neq 0$ і p – просте число. Оскільки за теоремою 3 $\Phi_K(W) \neq 0$, то образ гомоморфізму $\Phi_K(W)$ має порядок p. Тому для доведення рівності (11) потрібно показати, що $|K^*/Nrd(W/K)| \leqslant p$.

З наших припущень щодо поля K випливає, що $W \in Br(K_{nr}/K)$, де K_{nr} – максимальне нерозгалужене розширення поля K.

Розглянемо точну розщеплювану послідовність

$$0 \longrightarrow BrF \xrightarrow{f} Br(K_{nr}/K) \xrightarrow{g} X_F \longrightarrow 0$$

(див. [1], Розділ 12, теорема 2), де F – поле лишків поля K. Нехай D – тіло над полем K, яке відповідає елементу $W \in Br(K_{nr}/K)$. Якщо $W = f(W_0)$ для деякого $W_0 \in BrF$, то алгебра лишків C алгебри D є алгеброю з діленням з центром F, відповідною до елемента W_0. Оскільки порядок W_0 дорівнює p, то $dim_F C = p^2$ згідно з теорією полів класів загального локального поля [1].

Нехай F' – максимальне комутативне підполе алгебри C, L – нерозгалужене розширення поля K, яке відповідає полю F'. Маємо комутативну діаграму

$$\begin{array}{ccc} BrF & \longrightarrow & Br(K_{nr}/K) \\ \downarrow & & \downarrow \\ BrF' & \longrightarrow & Br(L_{nr}/L), \end{array} \tag{12}$$

яка свідчить про те, що поле L розщеплює тіло D. Тому $dim_K D = p^2$ і з нерозгалуженості розширення L/K випливає

$$U_K^{(1)} = N_{L/K} U_L^{(1)} \subset Nrd_{D/K} D^*.$$

Відображення $Nrd_{D/K} : U_D/U_D^{(1)} \to U_K/U_K^{(1)}$ сюр'єктивне, бо збігається з відображенням $Nrd_{C/F} : C^* \to F^*$, яке сюр'єктивне згідно, наприклад, з [9] або [10]. Тому $U_K \subset Nrd_{D/K} D^*$ і, оскільки $dim_K D = p^2$, то відображення $Nrd_{D/K} : D^*/U_D \to K^*/U_K$ зводиться до відображення $\mathbb{Z} \to \mathbb{Z}; 1 \to p$. Тому $|K^*/Nrd_{D/K} D^*| = p$.

Припустимо, що $W \in Br(K_{nr}/K)_p$ і $W \notin Imf$. Нехай $\chi = g(W)$ і нехай F' – циклічне розширення поля F відповідне до характеру χ. Нехай $\tilde{\chi}$ – нерозгалужений елемент групи X_K, який відповідає χ, L – відповідне характеру $\tilde{\chi}$ Нерозгалужене циклічне розширення поля k. Покажемо, що $W_L = 0$. Справді, згідно з [1], Розділ 12, $g((\tilde{\chi}, \pi)) = \chi = g(W)$ (див. [1], Розділ 12, зауваження після кроку 1 доведення твердження 2; означення символу $(\tilde{\chi}, \pi)$ можна знайти в [1], Розділ 14). За теорією полів класів загального локального поля [1] елементи з групи $(BrF)_p$ розщеплюються в кожному розширенні поля F степеня p; зокрема, в розширенні F'. Тому комутативна діаграма (12) свідчить про те, що $W - (\tilde{\chi}, \pi)$ розщеплюється в полі L, отже, $W_L = 0$. Як показано в [1], Розділ 14, §1, $W = (\tilde{\chi}, a)$ для деякого $a \in K^*$. Позаяк $g((\tilde{\chi}, a)) = v_K(a)\chi$, то $W = (\tilde{\chi}, \pi')$ для деякого простого елемента $\pi' \in K$. Звідси випливає, що алгебра D має такі властивості $dim_K D = p^2$; $U_K^{(1)} = N_{L/K} U_L^{(1)} \subset Nrd_{D/K} D^*$.

Відображення $Nrd_{D/K} : U_D/U_D^{(1)} \to U_K/U_K^{(1)}$ збігається з відображенням $N_{F'/F} : F^{*'} \to F^*$, і $-\pi \in Nrd_{D/K} D^*$. Звідси одержуємо, що $|K^*/Nrd_{D/K} D^*| = |F^*/N_{F'/F} F^{*'}| = p$ за теорією полів класів загального локального поля [1], і це завершує доведення теореми 4.

---

1. *Serre J.-P.* Corps locaux. – Paris, 1962.
2. *Милнор Дж.* Введение в алгебраическую K-теорию. – М., 1974.
3. *Беккер Б.М.* Абелевы расширения полного дискретно нормированного поля конечной высоты // Алгебра и анализ. – 1991. – Т.3. – N 6. – С.76-84.
4. *Фесенко И.Б.* Многомерная локальная теория полей классов // Док. АН СССР. – 1991. – Т.318. – N 1. – С.47-50.
5. *Neukirch J.* Neubegrundung der Klassenkorpertheorie // Math. Z. – 1984. – Vol. 186. – N 4. – P.557-574.
6. *Kato K.* A generalization of local class field theory by using K-groups // J. Fac. Sci. Tokyo. Sect. 1A.I. – 1979. – Vol. 26. – P.303-376; II. – 1980. – Vol. 27. – P.603-683; III. – 1982. – Vol. 29. – P.31-43.
7. *Паршин А.Н.* Локальная теория полей классов // Труды Мат. ин-та АН СССР. – 1984. – Т. 165. – С.143-170.
8. *Андрийчук В.И.* О гомоморфизме Като-Паршина для n-мерных общих локальных полей // Вопросы алгебры (в печати).

9. *Платонов В.П., Янчевский В.И.* О гипотезе Хардера // Док. АН СССР. 1975. – Т. 221. – N 4. – С.784-787.

10. *Стахів Л.Л.* Про приведену групу Уайтхеда для тіл над псевдолокальними полями // Вісн. Львів. ун-ту. Сер. мех.-мат. – 1998. – Вип. 49. – С.5-9.

THE BRAUER GROUP OF n-DIMENCIONAL GENERAL LOCAL FIELDS

Vasyl' Andriychuk

Ivan Franko National University in Lviv
1 Universitetska Str. 79000 Lviv, Ukraine

It is proved that there exists an injective homomorphism Φ_K from the Brauer group $Br\ K$ of an n-dimensional general local field K to the group $Hom\ (K_{n-1}(K),\ \mathbb{Q}/\mathbb{Z})$, where $K_{n-1}(K)$ is the $n-1$-th Milnor group of K. Also it is proved that in the case $n = 2$ $Ker\ (\Phi_K(W) = Nrd\ (W)$, where $W \in Br\ K$ and Nrd is the reduced norm homomorphism.

Key words: higher general local fields, class field theory, Milnor group, Brauer group.

Стаття надійшла до редколегії 04.10.2001

Прийнята до друку 20.06.2002