ВІСНИК ЛЬВІВ. УН-ТУ
Серія мех.-мат.2002.Вип.60.С.23–31

VISNYK LVIV UNIV.
Ser.Mech-Math.2002.Vol.60.P.23–31

УДК 517.95

ОБЕРНЕНІ ЗАДАЧІ ВИЗНАЧЕННЯ МОЛОДШОГО КОЕФІЦІЄНТА У ПАРАБОЛІЧНОМУ РІВНЯННІ У ВИПАДКУ НЕЛОКАЛЬНИХ УМОВ ПЕРЕВИЗНАЧЕННЯ

Ірина БАРАНСЬКА, Лілія ПАЗЯК

Львівський національний університет імені Івана Франка
вул. Університетська, 1 79000 Львів, Україна

Визначено умови існування та єдиності розв'язку обернених задач знаходження коефіцієнта перед невідомою функцією у параболічному рівнянні, коли умови перевизначення мають вигляд лінійної комбінації значення невідомої функції або її похідної на кінці проміжка та інтеграла від невідомої функції.

Ключові слова: обернена задача, параболічне рівняння.

Відповідний вибір умов перевизначення є одним з важливих питань коректного формулювання обернених задач для рівнянь параболічного типу. У працях [1-4] досліджено можливість використання умов перевизначення нелокальних крайових умов, інтегральних умов та їхніх комбінацій. У [2,3] невідомим був старший коефіцієнт, в [4]- старший і молодший коефіцієнти. У праці [1] для знаходження коефіцієнта при невідомій функції в рівнянні теплопровідності використали інтегральну умову перевизначення.

У цій праці досліджено можливість використання умови перевизначення у вигляді лінійної комбінації значення невідомої функції або її похідної на кінці проміжка та інтеграла від невідомої функції в оберненій задачі визначення молодшого коефіцієнта в рівнянні теплопровідності.

В області $Q_T = \{(x,t) : 0 < x < h, 0 < t < T\}$ розглянемо рівняння теплопровідності

$$u_t = u_{xx} + c(t)u + f(x,t), \quad (x,t) \in Q_T, \tag{1}$$

з невідомим коефіцієнтом $c(t)$ та початкову умову

$$u(x,0) = \varphi(x), \quad x \in [0,h]. \tag{2}$$

Розглянемо дві пари крайових умов

$$u(0,t) = \mu_1(t), u(h,t) = \mu_2(t), \quad t \in [0,T], \tag{3}$$

$$u_x(0,t) = \mu_1(t), u_x(h,t) = \mu_2(t), \quad t \in [0,T] \tag{4}$$

та дві умови перевизначення

$$\alpha u(h,t) + \beta \int\limits_0^h u(x,t)dx = \mu_3(t), \quad t \in [0,T], \tag{5}$$

$$\alpha u_x(h,t) + \beta \int\limits_0^h u(x,t)dx = \mu_3(t), \quad t \in [0,T]. \tag{6}$$

Надалі вважатимемо, що α, β - сталі та $\alpha^2 + \beta^2 > 0$. Розглядатимемо такі задачі.

Задача 1. Знайти функції $(u(x,t), c(t))$ з класу $C^{2,1}(\overline{Q}_T) \times C[0,T]$, що задовольняють рівняння (1), початкову умову (2) та умови (4), (5).

Задача 2. Знайти функції $(u(x,t), c(t))$ з класу $C^{2,1}(\overline{Q}_T) \times C[0,T]$, що задовольняють рівняння (1), початкову умову (2) та умови (3), (6).

Розглянемо задачу 1. Припустимо, що функція $c \in C[0,T]$ відома, а вихідні дані задовольняють такі умови:

$$\varphi \in C^2[0,h], \;\; \mu_i \in C^1[0,T]\, (i = 1,2,3), \;\; f \in C^{1,0}(Q_T), \tag{7}$$

$$\varphi'(0) = \mu_1(0), \;\; \varphi'(h) = \mu_2(0), \;\; \mu_3(t) \neq 0, \;\; t \in [0,T]. \tag{8}$$

За допомогою заміни $u(x,t) = v(x,t)e^{\int_0^t c(\tau)d\tau}$ рівняння (1) зведемо до рівняння теплопровідності, що дає змогу знайти розв'язок задачі (1), (2), (4) у вигляді

$$u(x,t) = \exp\left(\int\limits_0^t c(\tau)d\tau\right) \int\limits_0^h G_2(x,t,\xi,0)\varphi(\xi)d\xi - \int\limits_0^t G_2(x,t,0,\tau)\mu_1(\tau)\times$$
$$\times \exp\left(\int\limits_\tau^t c(\sigma)d\sigma\right) d\tau + \int\limits_0^t G_2(x,t,h,\tau)\mu_2(\tau)\exp\left(\int\limits_\tau^t c(\sigma)d\sigma\right) d\tau +$$
$$+ \int\limits_0^t \int\limits_0^h G_2(x,t,\xi,\tau) f(\xi,\tau)\exp\left(\int\limits_\tau^t c(\sigma)d\sigma\right) d\xi d\tau, \tag{9}$$

де $G_2(x,t,\xi,\tau)$ - функція Гріна другої крайової задачі для рівняння теплопровідності. Відомо, що функції Гріна першої ($k = 1$) та другої ($k = 2$) крайових задач для рівняння теплопровідності визначають формулою

$$G_k(x,t,\xi,\tau) = \frac{1}{2\sqrt{\pi(t-\tau)}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(\exp\left(-\frac{(x-\xi+2nh)^2}{4(t-\tau)}\right) +\right.$$
$$\left. +(-1)^k \exp\left(-\frac{(x+\xi+2nh)^2}{4(t-\tau)}\right)\right), \quad k = 1,2. \tag{10}$$

Зведемо задачу 1 до рівняння стосовно невідомої функції $c(t)$. Для цього умову (5) продиференціюємо за t

$$\alpha u_t(h,t) + \beta \int\limits_0^h u_t(x,t)dx = \mu_3'(t)$$

і використаємо рівняння (1) та крайові умови (4), внаслідок чого одержимо рівняння стосовно невідомої $c(t)$

$$c(t) = \frac{1}{\mu_3(t)}\left(\mu_3'(t) - \beta(\mu_2(t) - \mu_1(t)) - \alpha f(h,t) - \beta\int\limits_0^h f(x,t)dx - \alpha u_{xx}(h,t)\right), \quad (11)$$

де $u_{xx}(h,t)$ визначаємо так:

$$u_{xx}(h,t) = \exp\left(\int\limits_\tau^t c(\tau)d\tau\right)\int\limits_0^h G_2(h,t,\xi,0)\varphi''(\xi)d\xi - \int\limits_0^t G_2(h,t,0,\tau)(\mu_1'(\tau) -$$

$$-\mu_1(\tau)c(\tau))\exp\left(\int\limits_\tau^t c(\sigma)d\sigma\right)d\tau + \int\limits_0^t G_2(h,t,h,\tau)(\mu_2'(\tau) - \mu_2(\tau)c(\tau))\times$$

$$\times\exp\left(\int\limits_\tau^t c(\sigma)d\sigma\right)d\tau + \int\limits_0^t\int\limits_0^h G_{2\xi}(h,t,\xi,\tau)f_\xi(\xi,\tau)\exp\left(\int\limits_\tau^t c(\sigma)d\sigma\right)d\xi d\tau. \quad (12)$$

Для знаходження умов існування розв'язку рівняння (11) застосуємо теорему Шаудера про нерухому точку цілком неперервного оператора [5]. Спочатку визначимо апріорні оцінки розв'язків рівняння (11). Використовуючи відомі оцінки функції Гріна [2], приходимо до інтегральної нерівності стосовно $c(t)$

$$|c(t)| \leqslant C_1 + C_2\exp\left(\int\limits_0^t |c(\sigma)|d\sigma\right) + C_3\int\limits_0^t |c(\tau)|\exp\left(\int\limits_\tau^t |c(\sigma)|d\sigma\right)d\tau +$$

$$+C_4\int\limits_0^t \frac{|c(\tau)|}{\sqrt{t-\tau}}\exp\left(\int\limits_\tau^t |c(\sigma)|d\sigma\right)d\tau, \quad (13)$$

де сталі $C_i > 0, i = \overline{1,4}$ виражаються відомими величинами.

Нерівність (13) поділимо на $e^{\int_0^t |c(\sigma)|d\sigma}$. Провівши заміну $w(t) = |c(t)|e^{-\int_0^t |c(\sigma)|d\sigma}$, одержимо

$$w(t) \leqslant C_5 + C_3\int\limits_0^t w(\tau)d\tau + C_4\int\limits_0^t \frac{w(\tau)}{\sqrt{t-\tau}}d\tau. \quad (14)$$

Приймемо в (14) $t = \sigma$, домножимо на $\frac{1}{\sqrt{t-\sigma}}$ і проінтегруємо за σ від 0 до t. Після спрощення одержимо

$$\int\limits_0^t \frac{w(\sigma)}{\sqrt{t-\sigma}}d\sigma \leqslant 2C_6\sqrt{t} + C_7\int\limits_0^t w(\tau)d\tau. \quad (15)$$

Підставимо (15) в (14)

$$w(t) \leqslant C_8 + C_9\int\limits_0^t w(\tau)d\tau$$

і до цієї нерівності застосуємо лему Гронуолла, після чого отримаємо

$$w(t) \leqslant C_8 e^{C_9 T} \equiv M_0, \quad t \in [0, T]. \tag{16}$$

Отже, $|c(t)| e^{-\int_0^t |c(\sigma)| d\sigma} \leqslant M_0$. Після інтегрування звідси знаходимо

$$\exp\left(\int_0^\tau |c(\sigma)| d\sigma\right) \leqslant \frac{1}{1 - M_0 t}.$$

Виберемо таке $t_0 \in (0, T]$, щоб виконувалась умова

$$1 - M_0 t_0 > 0. \tag{17}$$

Тоді

$$\int_0^\tau |c(\sigma)| d\sigma \leqslant \ln \frac{1}{1 - M_0 t_0} \equiv M_1,$$

і нерівність (13) зводиться до вигляду

$$|c(t)| \leqslant C_{10} + C_{11} \int_0^t |c(\tau)| d\tau + C_{12} \int_0^t \frac{|c(\tau)|}{\sqrt{t - \tau}} d\tau.$$

Ця нерівність аналогічна до нерівності (14). Отже, проводячи вищенаведені міркування, одержуємо оцінку

$$|c(t)| \leqslant M_2, \quad t \in [0, t_0]. \tag{18}$$

Рівняння (11) подамо у вигляді $c(t) = Pc(t)$. Розглянемо множину $N = \{c(t) \in C[0, t_0] : |c(t)| \leqslant M_2\}$. Очевидно, що оператор P переводить N в N. Для застосування теореми Шаудера залишається довести, що оператор P є цілком неперервним на N. Для цього достатньо повторити міркування, наведені в [2,4].

Розглянемо, наприклад, інтегральний оператор P_1

$$P_1 c(t) \equiv \int_0^t G_2(h, t, 0, \tau) c(\tau) \exp\left(\int_\tau^t c(\sigma) d\sigma\right) d\tau.$$

Покажемо, що множина функцій $P_1 N$ є одностайно неперервною, тобто

$$(\forall \varepsilon > 0)\,(\exists \delta > 0)\,(\forall t_1, t_2 \in [0, t_0])\,(\forall c(t) \in P_1 N)$$
$$(|t_1 - t_2| < \delta \Rightarrow |P_1 c(t_1) - P_1 c(t_2)| < \varepsilon).$$

За означенням P_1 маємо (вважаючи $t_1 > t_2$)

$$|P_1c(t_1) - P_1c(t_2)| = \left|\int\limits_0^{t_1} G_2(h,t_1,0,\tau)c(\tau)\exp\left(\int\limits_\tau^{t_1} c(\sigma)d\sigma\right)d\tau - \right.$$

$$\left. - \int\limits_0^{t_2} G_2(h,t_2,0,\tau)c(\tau)\exp\left(\int\limits_\tau^{t_2} c(\sigma)d\sigma\right)d\tau\right| \leqslant \left|\int\limits_{t_2}^{t_1} G_2(h,t_1,0,\tau)c(\tau)\times\right.$$

$$\left.\times\exp\left(\int\limits_\tau^{t_1} c(\sigma)d\sigma\right)d\tau\right| + \left|\int\limits_0^{t_2} c(\tau)\left(G_2(h,t_1,0,\tau)\exp\left(\int\limits_\tau^{t_1} c(\sigma)d\sigma\right) - \right.\right.$$

$$\left.\left. - G_2(h,t_2,0,\tau)\exp\left(\int\limits_\tau^{t_2} c(\sigma)d\sigma\right)\right)d\tau\right|.$$

Оцінимо кожен з доданків. Спочатку розглянемо вираз

$$\left|\int\limits_{t_2}^{t_1} G_2(h,t,0,\tau)\exp\left(\int\limits_\tau^{t_1} c(\sigma)d\sigma\right)d\tau\right| \leqslant \int\limits_{t_2}^{t_1} |G_2(h,t,0,\tau)|\exp(M_2(t_1-\tau)d\tau =$$

$$= \int\limits_{t_2}^{t_1} \frac{1}{\sqrt{\pi(t-\tau)}}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\exp\left(-\frac{(2n+1)^2h^2}{4(t-\tau)}\right)\exp(M_2(t_1-\tau))d\tau.$$

Використаємо оцінку ряду

$$\frac{1}{\sqrt{\pi(t-\tau)}}\sum_{n=0}^{\infty}\exp\left(-\frac{(2n+1)^2h^2}{4(t-\tau)}\right) \leqslant C_{13}. \tag{19}$$

Отже,

$$\left|\int\limits_{t_2}^{t_1} G_2(h,t,0,\tau)\exp\left(\int\limits_\tau^{t_1} c(\sigma)d\sigma\right)d\tau\right| \leqslant C_{13}e^{M_2T}\int\limits_{t_2}^{t_1} d\tau = C_{13}e^{M_2T}|t_1-t_2|. \tag{20}$$

Використовуючи (20), одержимо

$$\left|\int\limits_{t_2}^{t_1} G_2(h,t_1,0,\tau)c(\tau)\exp\left(\int\limits_\tau^{t_1} c(\sigma)d\sigma\right)d\tau\right| \leqslant C_{14}|t_1-t_2|,$$

де C_{14} - відома стала. Наступний вираз подамо у вигляді

$$\left|\int\limits_0^{t_2} c(\tau)\left(G_2(h,t_1,0,\tau)\exp\left(\int\limits_\tau^{t_1} c(\sigma)d\sigma\right) - G_2(h,t_2,0,\tau)\exp\left(\int\limits_\tau^{t_2} c(\sigma)d\sigma\right)\right)d\tau\right| \leqslant$$

$$\leqslant M_2\int\limits_0^{t_2}\left|\int\limits_{t_2}^{t_1}\frac{d}{d\zeta}\left(\exp\left(\int\limits_\tau^{\zeta} c(\sigma)d\sigma\right)G_2(h,\zeta,0,\tau)\right)d\zeta\right|d\tau.$$

Обчислюючи похідні, одержимо

$$\left|\int_0^{t_2} c(\tau)\left(G_2(h,t_1,0,\tau)\exp\left(\int_\tau^{t_1} c(\sigma)d\sigma\right) - G_2(h,t_2,0,\tau)\exp\left(\int_\tau^{t_2} c(\sigma)d\sigma\right)\right)d\tau\right| \leqslant$$

$$\leqslant C_{15}\int_{t_2}^{t_1}\int_0^{t_2}\frac{1}{\sqrt{(\zeta-\tau)^3}}\exp(M_2(\zeta-\tau))\sum_{n=-\infty}^{\infty}\exp\left(-\frac{(2n+1)^2h^2}{4(\zeta-\tau)}\right)d\tau d\zeta,$$

де C_{15} - відома стала. З врахуванням (19) отримаємо

$$\left|\int_0^{t_2} c(\tau)\left(G_2(h,t_1,0,\tau)\exp\left(\int_\tau^{t_1} c(\sigma)d\sigma\right) - G_2(h,t_2,0,\tau)\exp\left(\int_\tau^{t_2} c(\sigma)d\sigma\right)\right)d\tau\right| \leqslant$$

$$\leqslant C_{16}|t_1-t_2|.$$

Звідси випливає існування такого $\delta > 0$, що при $|t_1 - t_2| < \delta$ матимемо

$$\left|\int_0^{t_1} G_2(h,t_1,0,\tau)c(\tau)\exp\left(\int_\tau^{t_1} c(\sigma)d\sigma\right)d\tau - \right.$$

$$\left. - \int_0^{t_2} G_2(h,t_2,0,\tau)c(\tau)\exp\left(\int_\tau^{t_2} c(\sigma)d\sigma\right)d\tau\right| < \varepsilon$$

і одностайна неперервність множини P_1N доведена. Рівномірну обмеженість множини P_1N отримуємо з (18) та (19). Отже, оператор P_1 є цілком неперервним. Аналогічно досліджуємо інші вирази, що входять до оператора P. Тоді умови теореми Шаудера виконуються для рівняння (11) і є правильними такі теореми.

Теорема 1. *При виконанні умов (7), (8) існує розв'язок оберненої задачі 1, визначений при $x \in [0,h], t \in [0,t_0]$, де число t_0 задовольняє умову (17).*

Теорема 2. *Якщо $\mu_3(t) \neq 0$, то розв'язок задачі 1 єдиний.*

Доведемо єдиність розв'язку задачі 1. Припустимо, що задача 1 має два розв'язки $(c_i(t), u_i(x,t)), i = 1,2$. Введемо позначення $c(t) = c_1(t) - c_2(t), u(x,t) = u_1(x,t) - u_2(x,t)$. Функції $(c(t), u(x,t))$ задовольняють умови

$$u_t = u_{xx} + c_1(t)u(x,t) + c(t)u_2(x,t), \quad (x,t) \in Q_T, \tag{21}$$

$$u(x,0) = 0,\ x \in [0,h], \quad u_x(0,t) = 0, u_x(h,t) = 0,\ t \in [0,T], \tag{22}$$

$$\alpha u(h,t) + \beta\int_0^h u(x,t)dx = 0,\ t \in [0,T]. \tag{23}$$

Диференціюючи рівність (23) за t і використовуючи рівняння (21) і умови (22), одержимо

$$c(t)\mu_3(t) + \alpha u_{xx}(h,t) = 0. \tag{24}$$

Використовуючи аналог формули (12), приходимо до інтегрального рівняння

$$\mu_3(t)c(t) = -\alpha \int_0^t \int_0^h G_{2\xi}(h,t,\xi,\tau)c(\tau)\exp\left(\int_\tau^t c_1(\sigma)d\sigma\right) u_{2\xi}(\xi,\tau)d\xi d\tau, \quad t \in [0,T]. \tag{25}$$

Якщо $\mu_3(t) \neq 0$, то (25) є однорідним інтегральним рівнянням Вольтерра другого роду. Звідси випливає, що $c(t) \equiv 0, t \in [0,T]$. Тоді $u(x,t)$ є розв'язком відповідного до (21) однорідного рівняння з однорідними умовами (22). Отже, $u(x,t) \equiv 0, (x,t) \in \overline{Q}_T$. Теорема єдиності доведена.

Теорема 3. *При виконанні умов (7) та умов*

$$\varphi(0) = \mu_1(0), \varphi(h) = \mu_2(0), \mu_2(t) \neq 0, t \in [0,T], \alpha \neq 0, \alpha\varphi'(h) + \beta \int_0^h \varphi(x)dx = \mu_3(0)$$

розв'язок задачі 2 існує при $x \in [0,h], t \in [0,t_0]$, *де число* $t_0, 0 < t_0 \leqslant T$ *визначається відомими величинами.*

Теорема 4. *При* $\mu_2(t) \neq 0, t \in [0,T], \alpha \neq 0$ *розв'язок задачі 2 єдиний.*

Доведення існування та єдиності розв'язку задачі 2 проводиться аналогічно, за винятком зведення задачі до рівняння стосовно $c(t)$. Введемо позначення

$$G_k(x,t,\xi,\tau) = \frac{1}{2\sqrt{\pi(t-\tau)}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^n \Bigg(\exp\left(-\frac{(x-\xi+2nh)^2}{4(t-\tau)}\right) +$$
$$+(-1)^k \exp\left(-\frac{(x+\xi+2nh)^2}{4(t-\tau)}\right)\Bigg), \quad k = 3,4.$$

Для отримання рівняння щодо $c(t)$ знаходимо за допомогою функції Гріна розв'язок прямої задачі (1)-(3) і підставляємо його в умову перевизначення (6). В отриманому співвідношенні замінимо t на σ, домножимо на функцію $G_4(0,t,0,\sigma)$ і проінтегруємо за σ від 0 до t

$$\alpha \int_0^t G_4(0,t,0,\sigma)d\sigma \int_0^h G_2(h,\sigma,\xi,0)\varphi'(\xi)d\xi - \int_0^t G_4(0,t,0,\sigma)d\sigma \int_0^\sigma (\alpha(\mu_1'(\tau)-$$
$$-\mu_1(\tau)c(\tau) + \beta(\mu_1(\tau)+\mu_2(\tau)))G_2(h,\sigma,o,\tau)\exp\left(-\int_0^\tau c(\eta)d\eta\right)d\tau+$$
$$+\int_0^t G_4(0,t,0,\sigma)d\sigma \int_0^\sigma (\alpha(\mu_2'(\tau) - \mu_2(\tau)c(\tau) + \beta(\mu_1(\tau)+\mu_2(\tau)))G_2(0,\sigma,o,\tau)\times$$
$$\times\exp\left(-\int_0^\tau c(\eta)d\eta\right)d\tau + \alpha\int_0^t G_4(0,t,0,\sigma)d\sigma \int_0^\sigma\int_0^h G_{1x}(h,\sigma,\xi,\tau)f(\xi,\tau)\times$$
$$\times\exp\left(-\int_0^\tau c(\eta)d\eta\right)d\xi d\tau + \beta\Bigg(\int_0^t G_4(0,t,0,\sigma)d\sigma \int_0^h\int_0^h G_1(x,\sigma,\xi,0)\varphi(\xi)d\xi dx+$$

$$+\int\limits_0^t G_4(0,t,0,\sigma)d\sigma \int\limits_0^h \int\limits_0^\sigma \int\limits_0^h G_1(x,\sigma,\xi,\tau) f(\xi,\tau)\exp\left(-\int\limits_0^\tau c(\eta)d\eta\right) d\xi d\tau dx\right) =$$

$$+\int\limits_0^t G_4(0,t,0,\sigma)\mu_3\sigma \exp\left(-\int\limits_0^\tau c(\eta)d\eta\right) d\sigma.$$

Диференціюючи це рівняння за t з використанням знайдених у [2] співвідношень між функціями Гріна та припускаючи, що $\alpha \neq 0, \mu_2(t) \neq 0, t \in [0,T]$, отримуємо рівняння стосовно $c(t)$

$$c(t) = \frac{1}{\mu_2(t)}\Bigg((\mu_2'(t) + \frac{\beta}{\alpha}(\mu_1(t) + \mu_2(t)) - f(h,t)) - \int\limits_0^t (\mu_1'(\tau) - \mu_1(\tau)c(\tau) +$$

$$+\frac{\beta}{\alpha}(\mu_1(\tau) + \mu_2(\tau)) + f(0,\tau))G_{3\xi}(h,t,0,\tau)\exp\left(\int\limits_\tau^t c(\eta)d\eta\right)d\tau +$$

$$+\int\limits_0^t\int\limits_0^h G_{3\xi}(h,t,\xi,\tau)f_\xi(\xi,\tau)\exp\left(\int\limits_\tau^t c(\eta)d\eta\right)d\xi d\tau -$$

$$-\frac{\beta}{\alpha}\int\limits_0^t\int\limits_0^h (G_3(h,t,\xi,\tau) + G_4(0,t,\xi,\tau))f(\xi,\tau)\exp\left(\int\limits_\tau^t c(\eta)d\eta\right)d\xi d\tau +$$

$$+\exp\left(\int\limits_0^t c(\eta)d\eta\right)\int\limits_0^h G_4(h,t,\xi,0)\varphi''(\xi)d\xi - \frac{\beta}{\alpha}\exp\left(\int\limits_0^t c(\eta)d\eta\right)\times$$

$$\times\int\limits_0^h (G_3(h,t,\xi,0) + G_4(0,t,\xi,0))\varphi(\xi)d\xi - \frac{1}{\alpha}\int\limits_0^t G_4(0,t,0,\tau)(\mu_3'(\tau) -$$

$$-\mu_3(\tau)c(\tau) + \beta\int\limits_0^h f(x,\tau)dx)\exp\left(\int\limits_\tau^t c(\eta)d\eta\right)d\tau\Bigg), \quad t \in [0,T]. \tag{26}$$

Проводячи дослідження рівняння (26) за такою самою схемою, що й рівняння (11), визначаємо умови існування та єдиності розв'язку задачі 2.

---

1. *Cannon J.R., Lin Y., Wang S.* Determination of a control parameter in a parabolic partial differential equation// J. Austral. Math. Soc. Ser. B. – 1991. – Vol. 33. – P.149-163.
2. *Іванчов М.І.* Обернені задачі теплопровідності з нелокальними умовами. – К., 1995.
3. *Березницька І.Б., Дребот А.Й., Іванчов М.І., Макар Ю.П.* Обернена задача для рівняння теплопровідності з інтегральним перевизначенням// Вісн. Львів. ун-ту. Сер. мех.-мат. – 1997. – Вип. 48. – С.71-80.
4. *Пабирівська Н.В.* Обернені задачі з інтегральними умовами перевизначення

// Мат. методи та фіз.- мех. поля. – 2000. – Т.43. – N 1. – С.51- 58.
5. *Канторович Л.В., Акилов Г.П.* Функциональный анализ. – М., 1977.

INVERSE PROBLEMS FOR DETERMINING A MINOR COEFFICIENTS IN A PARABOLIC EQUATIONS IN THE CASE OF NONLOCAL OVERDETERMINATION CONDITIONS

Iryna Barans'ka, Liliya Pazyak

Ivan Franko National University in Lviv
1 Universitetska Str. 79000 Lviv, Ukraine

Existence and uniqueness conditions for inverse problems for determining a coefficient behind unknown function in a parabolic equation are established when the overdetermination conditions are linear combinations of value of uknown function or its derivative and integral of uknown function.

Key words: inverse problem, parabolic equation.

Стаття надійшла до редколегії 25.06.2001
Прийнята до друку 20.06.2002