ВІСНИК ЛЬВІВ. УН-ТУ
Серія мех.-мат.2003.Вип.62.С.60–66

VISNYK LVIV UNIV.
Ser.Mech-Math.2003.Vol.62.P.60–66

УДК 517.95

ДИФЕРЕНЦІАЛЬНО-СИМВОЛЬНИЙ МЕТОД РОЗВ'ЯЗУВАННЯ НЕЛОКАЛЬНОЇ КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ ДЛЯ НЕОДНОРІДНОГО РІВНЯННЯ З ЧАСТИННИМИ ПОХІДНИМИ

Петро КАЛЕНЮК [1,2], **Ігор КОГУТ** [1], **Зіновій НИТРЕБИЧ** [1]

[1] *Національний університет "Львівська політехніка", вул. Бандери, 12 79013 Львів, Україна*

[2] *Жешівський університет, вул. Рейтана, 16 А 35310 Жешів, Польща*

Запропоновано метод розв'язування нелокальної крайової задачі для неоднорідного диференціального рівняння першого порядку за часом та загалом безмежного порядку за просторовими змінними. Виділено класи однозначної розв'язності задачі. Визначено формули для розв'язку задачі у класі однозначної розв'язності.

Ключові слова: нелокальна крайова задача, диференціальні рівняння з частинними похідними, диференціально-символьний метод.

Задачам із нелокальними крайовими умовами присвячені численні дослідження. Це зумовлено, з одного боку, тим, що за їхньою допомогою моделюють важливі для практики задачі (див., наприклад, [1, 2]), з іншого – теоретичні дослідження, які передбачають розгляд якомога ширшого класу крайових умов [3]. Задачі з нелокальними крайовими умовами за однією виділеною змінною для диференціальних рівнянь із частинними похідними здебільшого є некоректними задачами [4, 5].

У цій праці за допомогою узагальненої схеми відокремлення змінних [6] зазначено метод розв'язування нелокальної крайової задачі для неоднорідного диференціального рівняння з частинними похідними першого порядку за часом та загалом безмежного порядку за просторовими змінними. Пропонований метод називаємо диференціально-символьним, оскільки розв'язок задачі зображено як результат дії диференціального виразу, символом якого є права частина рівняння, на деяку мероморфну функцію параметрів, за якими діє диференціальний вираз, з прийняттям, що параметри після дії дорівнюють нулю.

В області змінних $t \in (0, h)$, $x \in \mathbb{R}^s$ досліджується нелокальна крайова задача

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} - a\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)\right] U(t,x) = f(t,x), \tag{1}$$

$$U(0,x) + \mu U(h,x) = \varphi(x), \tag{2}$$

де $\mu \in \mathbb{R}$, $h \in \mathbb{R}$, $h > 0$, $s \in \mathbb{N}$, $f(t,x)$ – аналітична на $\mathbb{R}^{s+1}$ функція. Тут $a\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)$ – диференціальний вираз загалом безмежного порядку зі сталими коефіцієнтами, символом якого є відмінна від тотожного нуля аналітична на $\mathbb{R}^s$ функція $a(\nu)$, однозначне аналітичне продовження в $\mathbb{C}^s$ якої є цілою функцією.

Задача (1), (2) для $f(t,x) = 0$, $\varphi(x) = 0$, тобто

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} - a\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)\right] U(t,x) = 0, \tag{3}$$

$$U(0,x) + \mu U(h,x) = 0, \tag{4}$$

у випадку $\mu = 0$ є задачею Коші і має лише тривіальний розв'язок $U(t,x) \equiv 0$. Якщо ж $\mu \neq 0$, то задача (1), (2) може мати також нетривіальні розв'язки, наприклад, коли $\mu = -1$, $h = 1$, $s = 1$, $a\left(\frac{\partial}{\partial x}\right) = \frac{\partial^2}{\partial x^2}$, то розв'язком задачі (3), (4) є довільна стала. Множину розв'язків задачі (3), (4) або, іншими словами, ядро задачі (1), (2), описано в [7]. Очевидно, що розв'язок задачі (1), (2) можна подати у вигляді суми довільного розв'язку задачі (3), (4), частинного розв'язку задачі (3), (2) та частинного розв'язку задачі (1), (4). Клас існування та єдиності розв'язку задачі (3), (2) та формулу для її розв'язку запропоновано також у [7]. Проведемо подібні дослідження щодо задачі (1), (4).

Покажемо, що одним із формальних розв'язків рівняння (1) є

$$U(t,x) = f\left(\frac{\partial}{\partial \lambda}, \frac{\partial}{\partial \nu}\right)\left\{\frac{\exp\left[\lambda t + \nu \cdot x\right]}{\lambda - a(\nu)}\right\}\Bigg|_{\substack{\lambda=0\\ \nu=\mathbb{O}}}, \tag{5}$$

де $f\left(\frac{\partial}{\partial \lambda}, \frac{\partial}{\partial \nu}\right)$ – диференціальний вираз, який одержуємо з розвинення $f(t,x)$ у ряд Маклорена заміною t на $\frac{\partial}{\partial \lambda}$ та x на $\frac{\partial}{\partial \nu}$, $\nu \cdot x = \sum\limits_{i=1}^{s} \nu_i x_i$, $\mathbb{O} = (0,0,\ldots,0)$. Під формальним розв'язком розуміємо функцію, яка при підстановці у рівняння перетворює його у тотожність, причому збіжність рядів і комутування диференціальних виразів не обгрунтовується. Справді,

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} - a\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)\right] f\left(\frac{\partial}{\partial \lambda}, \frac{\partial}{\partial \nu}\right)\left\{\frac{\exp\left[\lambda t + \nu \cdot x\right]}{\lambda - a(\nu)}\right\}\Bigg|_{\substack{\lambda=0\\ \nu=\mathbb{O}}} =$$

$$= f\left(\frac{\partial}{\partial \lambda}, \frac{\partial}{\partial \nu}\right)\left[\frac{\partial}{\partial t} - a\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)\right]\left\{\frac{\exp\left[\lambda t + \nu \cdot x\right]}{\lambda - a(\nu)}\right\}\Bigg|_{\substack{\lambda=0\\ \nu=\mathbb{O}}} =$$

$$= f\left(\frac{\partial}{\partial \lambda}, \frac{\partial}{\partial \nu}\right)\left\{\exp\left[\lambda t + \nu \cdot x\right]\right\}\Bigg|_{\substack{\lambda=0\\ \nu=\mathbb{O}}} = f(t,x)\exp\left[\lambda t + \nu \cdot x\right]\Bigg|_{\substack{\lambda=0\\ \nu=\mathbb{O}}} = f(t,x).$$

Зрозуміло, що частинний розв'язок (5) рівняння (1) знаходимо з точністю до розв'язків рівняння (3). Підберемо такі розв'язки рівняння (3), що в комбінації з розв'язком (5) утворюють формальний розв'язок рівняння (1), який задовольняє умову (4).

Позначимо $\eta(\nu) = 1 + \mu \exp[a(\nu)h]$.

Лема 1. *Формальний розв'язок задачі (1), (4) має вигляд*

$$U\,(t,x) = f\left(\frac{\partial}{\partial\lambda},\frac{\partial}{\partial\nu}\right)\left\{\Phi(\lambda,\nu,t)\exp\,[\nu\cdot x]\right\}\Big|_{\substack{\lambda=0\\ \nu=\mathbb{O}}}, \tag{6}$$

де

$$\Phi(\lambda,\nu,t) = \frac{\eta(\nu)\exp[\lambda t] - (1+\mu\exp[\lambda h])\exp[a(\nu)t]}{(\lambda - a(\nu))\eta(\nu)}. \tag{7}$$

Доведення. Безпосередньою перевіркою можна показати, що

$$\left[\frac{d}{dt} - a(\nu)\right]\Phi(\lambda,\nu,t) = \exp[\lambda t], \tag{8}$$

$$\Phi(\lambda,\nu,0) + \mu\Phi(\lambda,\nu,h) = 0. \tag{9}$$

З рівняння (8) одержимо

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} - a\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)\right]U(t,x) =$$

$$= f\left(\frac{\partial}{\partial\lambda},\frac{\partial}{\partial\nu}\right)\left[\frac{\partial}{\partial t} - a\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)\right]\left\{\Phi(\lambda,\nu,t)\exp\,[\nu\cdot x]\right\}\Big|_{\substack{\lambda=0\\ \nu=\mathbb{O}}} =$$

$$= f\left(\frac{\partial}{\partial\lambda},\frac{\partial}{\partial\nu}\right)\left\{\exp\,[\nu\cdot x]\left[\frac{d}{dt} - a(\nu)\right]\Phi(\lambda,\nu,t)\right\}\Big|_{\substack{\lambda=0\\ \nu=\mathbb{O}}} =$$

$$= f\left(\frac{\partial}{\partial\lambda},\frac{\partial}{\partial\nu}\right)\left\{\exp\,[\lambda t + \nu\cdot x]\right\}\Big|_{\substack{\lambda=0\\ \nu=\mathbb{O}}} = f(t,x).$$

З умови (9) випливає, що $U(t,x)$ вигляду (6) задовольняє умову (4). Лему доведено.

Лема 2. *Функція (7) є цілою стосовно λ та аналітичною стосовно ν в області $\mathbb{C}^s\backslash P$, де*

$$P = \{\nu\in\mathbb{C}^s:\ \ \eta(\nu) = 0\}. \tag{10}$$

Доведення. Зробимо перетворення над функцією $\Phi(\lambda,\nu,t)$

$$\Phi(\lambda,\nu,t) = \frac{(1+\mu\exp[a(\nu)h])\exp[\lambda t] - (1+\mu\exp[\lambda h])\exp[a(\nu)t]}{(\lambda - a(\nu))\eta(\nu)} =$$

$$= \frac{\exp[\lambda t] - \exp[a(\nu)t] + \mu(\exp[a(\nu)h]\exp[\lambda t] - \exp[\lambda h]\exp[a(\nu)t])}{(\lambda - a(\nu))\eta(\nu)} =$$

$$= \frac{\exp[\lambda t] - \exp[a(\nu)t] + \mu\exp[a(\nu)h]\exp[\lambda h](\exp[\lambda(t-h)] - \exp[a(\nu)(t-h)])}{(\lambda - a(\nu))\eta(\nu)} =$$

$$= \frac{F(\lambda,\nu,t) + \mu\exp[(a(\nu)+\lambda)h]F(\lambda,\nu,t-h)}{\eta(\nu)}, \tag{7'}$$

де

$$F(\lambda,\nu,t)=\frac{\exp[\lambda t]-\exp[a(\nu)t]}{\lambda-a(\nu)}. \tag{11}$$

Функція $F(\lambda,\nu,t)$, очевидно є цілою стосовно λ та ν. Звідси випливає твердження леми. Лему доведено.

Зауваження 1. Якщо в задачі (1), (4) прийняти $\mu=0$, то матимемо задачу Коші. З формули (6) для $\mu=0$ одержимо формулу розв'язку задачі Коші, одержану в [6].

Введемо до розгляду клас $K_{M,L}$ квазіполіномів від багатьох змінних вигляду

$$f(t,x)=\sum_{j=1}^{m}\exp\left[\beta_j t+\alpha_j\cdot x\right]Q_{n_j}(t,x), \tag{12}$$

де $t\in\mathbb{R}$, $x\in\mathbb{R}^s$, $m\in\mathbb{N}$, $\beta_j\in M\subseteq\mathbb{C}$, $\alpha_j\in L\subseteq\mathbb{C}^s$, $Q_{n_j}(t,x)$ – поліноми змінних $t,x_1,x_2,\dots,x_s$ степеня $n_j\in\mathbb{Z}_+$ за сукупністю змінних.

Теорема 1. *Якщо $f(t,x)\in K_{\mathbb{C},\mathbb{C}^s\setminus P}$, де P – множина (10), то у класі функцій $K_{\mathbb{C},\mathbb{C}^s\setminus P}$ існує єдиний розв'язок задачі (1), (4), який можна зобразити у вигляді (6).*

Доведення. Нехай $f(t,x)\in K_{\mathbb{C},\mathbb{C}^s\setminus P}$, тобто $f(t,x)$ має вигляд (12), де $\beta_j\in\mathbb{C}$, $\alpha_j\in\mathbb{C}^s\setminus P$.

За формулою (6) знаходимо

$$U(t,x)=\sum_{j=0}^{m}\exp\left[\beta_j\frac{\partial}{\partial\lambda}+\alpha_j\cdot\frac{\partial}{\partial\nu}\right]Q_{n_j}\left(\frac{\partial}{\partial\lambda},\frac{\partial}{\partial\nu}\right)\left\{\Phi(\lambda,\nu,t)\exp\left[\nu\cdot x\right]\right\}\Bigg|_{\substack{\lambda=0\\ \nu=0}}=$$

$$=\sum_{j=0}^{m}Q_{n_j}\left(\frac{\partial}{\partial\lambda},\frac{\partial}{\partial\nu}\right)\left\{\Phi(\lambda,\nu,t)\exp\left[\nu\cdot x\right]\right\}\Bigg|_{\substack{\lambda=\beta_j\\ \nu=\alpha_j}}.$$

Функція $\Phi(\lambda,\nu,t)$ та її частинні похідні в точках (β_j,α_j), $j=\overline{1,m}$ згідно з лемою 2 є визначеними. Тому умова $f(t,x)\in K_{\mathbb{C},\mathbb{C}^s\setminus P}$ забезпечує існування розв'язку задачі (1), (4). Крім того, знайдений за поданою формулою розв'язок $U(t,x)$ є квазіполіномом з класу $K_{\mathbb{C},\mathbb{C}^s\setminus P}$, якщо $f(t,x)\in K_{\mathbb{C},\mathbb{C}^s\setminus P}$. Отже, доведено існування розв'язку задачі (1), (4) у класі $K_{\mathbb{C},\mathbb{C}^s\setminus P}$.

Єдиність розв'язку задачі (1), (4) доведемо від супротивного. Нехай у $K_{\mathbb{C},\mathbb{C}^s\setminus P}$ існують розв'язки $U_1(t,x)$, $U_2(t,x)$ задачі (1), (4), причому $U_1(t,x)\neq U_2(t,x)$. Тоді їхня різниця $U(t,x)=U_1(t,x)-U_2(t,x)$ належить до класу $K_{\mathbb{C},\mathbb{C}^s\setminus P}$ і є розв'язком задачі (3), (4). Однак квазіполіномного вигляду елементи ядра задачі (1), (4) можуть міститися лише в $K_{\mathbb{C},P}$ [7]. Одержали протиріччя. Теорему доведено.

Приклад 1. Знайти розв'язок нелокальної крайової задачі

$$\begin{gathered}\left[\frac{\partial}{\partial t}-\frac{\partial^2}{\partial x^2}-\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right]U(t,x,y)=t\exp[x+2y],\quad t\in(0,1),\quad x,y\in\mathbb{R},\\ U(0,x,y)-U(1,x,y)=0.\end{gathered} \tag{13}$$

∇ Для цієї задачі маємо $a\left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}\right) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$, $f(t,x,y) = t\exp[x+2y]$, $h=1$, $\mu = -1$, $P = \{\nu \in \mathbb{C}^2 : \ \nu_1^2 + \nu_2^2 = 2\pi k i, k \in \mathbb{Z}\}$.

Згідно з теоремою 1 множина $K_{\mathbb{C},\mathbb{C}^2\setminus P}$ є класом однозначної розв'язності задачі (13). Функція (7) набуває вигляду

$$\Phi(\lambda,\nu_1,\nu_2,t) = \frac{(1-\exp[\nu_1^2+\nu_2^2])\exp[\lambda t] - (1-\exp[\lambda])\exp[(\nu_1^2+\nu_2^2)t]}{(\lambda - \nu_1^2 - \nu_2^2)(1-\exp[(\nu_1^2+\nu_2^2)])}.$$

За формулою (6) знаходимо розв'язок задачі (13)

$$U(t,x) = \frac{\partial}{\partial \lambda}\exp\left[\frac{\partial}{\partial \nu_1} + 2\frac{\partial}{\partial \nu_2}\right]\left\{\Phi(\lambda,\nu_1,\nu_2,t)\exp[\nu_1 x + \nu_2 y]\right\}\Bigg|_{\substack{\lambda=0\\ \nu_1=0\\ \nu_2=0}} =$$

$$= \Phi'_\lambda(0,1,2,t)\exp[x+2y] = -\frac{1}{5}\left(t + \frac{1}{5} - \frac{\exp[5t]}{\exp[5]-1}\right)\exp[x+2y]. \ \triangle$$

Виявимо ще один клас існування й єдиності розв'язку (6) задачі (1), (4) для випадку $s=1$. Позначимо через $A_{1,a}$ клас аналітичних на $\mathbb{R}$ функцій $g(x)$, однозначне аналітичне продовження яких у $\mathbb{C}$ є цілими функціями нижче першого порядку, а також першого порядку, але у цьому випадку типу, меншого за a. Крім того, нехай $A(M,G)$ – клас аналітичних на $\mathbb{R}^2$ функцій $f(t,x)$, однозначне аналітичне продовження яких у $\mathbb{C}^2$ є цілими функціями, причому $\forall t \in M \subseteq \mathbb{R} \quad f(t,x) \in G$.

Теорема 2. *Нехай $b = \inf\limits_{\nu\in P}|\nu|$, де P – множина (10), $b \neq 0$. Якщо $f(t,x) \in A(\mathbb{R}, A_{1,b})$, то у класі $A((0,h),A_{1,b})$ існує єдиний розв'язок задачі (1), (4), який можна знайти за формулою (6), у якій $s=1$.*

Доведення. Нехай виконуються умови теореми. Визначимо $f\left(\frac{\partial}{\partial\lambda}, \frac{\partial}{\partial\nu}\right)$ як диференціальний вираз загалом безмежного порядку, який одержуємо з розвинення $f(t,x)$ у ряд Маклорена заміною t на $\frac{\partial}{\partial\lambda}$ та x на $\frac{\partial}{\partial\nu}$. Функція $\Phi(\lambda,\nu,t)\exp[\nu\cdot x]$ є цілою стосовно λ й аналітичною стосовно ν у крузі $|\nu|<b$ (див. лему 2). Тому дія $f\left(\frac{\partial}{\partial\lambda}, \frac{\partial}{\partial\nu}\right)$ на $\Phi(\lambda,\nu,t)\exp[\nu\cdot x]$ буде коректною [8].

Покажемо таке: як тільки $f(t,x) \in A(\mathbb{R}, A_{1,b})$, то $U(t,x) \in A((0,h),A_{1,b})$. Для цього запишемо спочатку рівність

$$f\left(\frac{\partial}{\partial\lambda}, \frac{\partial}{\partial\nu}\right)\left\{\exp[\lambda\tau + \nu x]\right\}\Bigg|_{\substack{\lambda=0\\ \nu=0}} = f(\tau,x). \tag{14}$$

Для $\Phi(\lambda,\nu,t)$, визначеного рівністю (7), поставимо у відповідність диференціальний вираз безмежного порядку $\Phi\left(\frac{\partial}{\partial\tau}, \frac{\partial}{\partial x}, t\right)$ заміною λ на $\frac{\partial}{\partial\tau}$ і ν на $\frac{\partial}{\partial x}$ у розвиненні $\Phi(\lambda,\nu,t)$ у ряд Маклорена і подіємо цим виразом на праву та ліву частини рівності (14). Маємо

$$\Phi\left(\frac{\partial}{\partial\tau}, \frac{\partial}{\partial x}, t\right) f\left(\frac{\partial}{\partial\lambda}, \frac{\partial}{\partial\nu}\right)\left\{\exp[\lambda\tau+\nu x]\right\}\Bigg|_{\substack{\lambda=0\\ \nu=0}} = \Phi\left(\frac{\partial}{\partial\tau}, \frac{\partial}{\partial x}, t\right) f(\tau,x).$$

Використовуючи неперервність $\Phi(\lambda,\nu,t)$ як функції змінних λ і ν в околі точки $(0,0,t)$, одержимо

$$f\left(\frac{\partial}{\partial\lambda},\frac{\partial}{\partial\nu}\right)\left\{\Phi\left(\frac{\partial}{\partial\tau},\frac{\partial}{\partial x},t\right)\exp[\lambda\tau+\nu x]\right\}\Bigg|_{\substack{\lambda=0\\ \nu=0}}=\Phi\left(\frac{\partial}{\partial\tau},\frac{\partial}{\partial x},t\right)f(\tau,x),$$

або

$$f\left(\frac{\partial}{\partial\lambda},\frac{\partial}{\partial\nu}\right)\left\{\Phi\left(\lambda,\nu,t\right)\exp[\lambda\tau+\nu x]\right\}\Bigg|_{\substack{\lambda=0\\ \nu=0}}=\Phi\left(\frac{\partial}{\partial\tau},\frac{\partial}{\partial x},t\right)f(\tau,x).$$

Приймаючи $\tau=0$, маємо

$$f\left(\frac{\partial}{\partial\lambda},\frac{\partial}{\partial\nu}\right)\left\{\Phi\left(\lambda,\nu,t\right)\exp[\nu x]\right\}\Bigg|_{\substack{\lambda=0\\ \nu=0}}=\Phi\left(\frac{\partial}{\partial\tau},\frac{\partial}{\partial x},t\right)f(\tau,x)\Bigg|_{\tau=0}.$$

З останнього зображення, властивостей $\Phi(\lambda,\nu,t)$ і того, що $f(\tau,x)\in A(\mathbb{R},A_{1,b})$, на підставі [8] випливає, що $U(t,x)\in A((0,h),A_{1,b})$.

Такий факт, що знайдений розв'язок задачі (1), (4) єдиний у виділеному класі, доводиться подібно як у теоремі 1 (див. також [7]). Теорему доведено.

Приклад 2. Знайти розв'язок нелокальної крайової задачі

$$\begin{aligned}&\left[\frac{\partial}{\partial t}-\frac{\partial^2}{\partial x^2}-1\right]U(t,x)=t^2\exp[t-2x],\quad t\in(0,1),x\in\mathbb{R},\\ &U(0,x)-U(1,x)=0.\end{aligned}\tag{15}$$

∇ Для цієї задачі маємо $a\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+1$, $h=1$, $\mu=-1$, $f(t,x)=t^2\exp[t-2x]$, $P=\left\{\nu\in\mathbb{C}:\ \nu^2+1=2\pi ki, k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Очевидно, $b=\inf\limits_{\nu\in P}|\nu|=1$. Класом однозначної розв'язності задачі (15) згідно з теоремою 2 є $A((0,h),A_{1,1})$. Функція (7) набуває вигляду

$$\Phi(\lambda,\nu,t)=\frac{(1-\exp[\nu^2+1])\exp[\lambda t]-(1-\exp[\lambda])\exp[(\nu^2+1)t]}{(\lambda-\nu^2-1)(1-\exp[\nu^2+1])}.$$

За формулою (6) знаходимо розв'язок задачі (15)

$$U(t,x)=\frac{\partial^2}{\partial\lambda^2}\exp\left[\frac{\partial}{\partial\lambda}-2\frac{\partial}{\partial\nu}\right]\left\{\Phi(\lambda,\nu,t)\exp[\nu x]\right\}\Bigg|_{\substack{\lambda=0\\ \nu=0}}=$$

$$=\Phi''_{\lambda\lambda}(1,-2,t)\exp[x]=-\frac{\exp[-2x]}{32}\left[(8t^2+4t+1)\exp[t]-\frac{\exp[5t]}{\exp[5]-1}(13e-1)\right].\ \triangle$$

1. *Бицадзе А. В., Самарский А. А.* О некоторых простейших обобщениях линейных эллиптических краевых задач // Докл. АН СССР. – 1969. – Т. 185. – N 4. – С. 739-740.

2. *Нахушев А. М.* Об одном приближенном методе решения краевых задач для дифференциальных уравнений и его приложениях к динамике почвенной влаги и грунтовых вод // Дифференциальные уравнения. – 1982. – Т. 18. – N 1. – С. 72-81.

3. *Дезин А. А.* Общие вопросы теории граничных задач. – М., 1980.
4. *Борок В. М., Перельман М. А.* О классах единственности решений краевой задачи в бесконечном слое // Изв. вузов. Математика. – 1973. – N 8. – С. 29-34.
5. *Пташник Б. И.* Некорректные граничные задачи для дифференциальных уравнений с частными производными. – К., 1984.
6. *Каленюк П. И., Баранецкий Я. Е., Нитребич З. Н.* Обобщенный метод разделения переменных. – К., 1993.
7. *Каленюк П. І., Когут І. В., Нитребич З. М.* Диференціально-символьний метод розв'язування нелокальної крайової задачі для рівняння із частинними похідними // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2002. – Т. 45. – N 2. – С. 7-15.
8. *Леонтьев А. Ф.* Обобщения рядов экспонент. – М., 1981.

DIFFERENTIAL-SYMBOL METHOD OF SOLVING THE NONLOCAL BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR INHOMOGENEOUS PDE

Petro Kalenyuk[1,2], Ihor Kohut[1], Zinoviy Nytrebych[1]

[1]*Lviv Polytechnic National University,*
Bandery Str., 12, 79013 Lviv. Ukraine
[2]*University of Rzeszów,*
Rejtana Str., 16 A, 35310 Rzeszów, Poland

We propose the method of solving the nonlocal boundary value problem for inhomogeneous partial differential equation of the first order by time and generally infinite order by spatial variables. We select the classes of univalent solvability of the problem. Also we indicate the formulas for the solution of the problem in the class of univalent solvability.

Key words: nonlocal boundary value problem, PDE, differential-symbol method.

Стаття надійшла до редколегії 28.02.2003
Прийнята до друку 02.10.2003