ВІСНИК ЛЬВІВ. УН-ТУ
Серія мех.-мат.2003.Вип.62.С.95–102

VISNYK LVIV UNIV.
Ser.Mech-Math.2003.Vol.62.P.95–102

УДК 539.3

НАПРУЖЕНИЙ СТАН ПЛАСТИНИ, ОСЛАБЛЕНОЇ СИСТЕМОЮ ПАРАЛЕЛЬНИХ ТРІЩИН З КОНТАКТУЮЧИМИ БЕРЕГАМИ

Віктор ОПАНАСОВИЧ, Роман СЕЛІВЕРСТОВ
Львівський національний університет імені Івана Франка,
вул. Університетська, 1 79000 Львів, Україна

Розглянуто задачу згину ізотропної пластини, послабленої системою паралельних тріщин, з урахуванням контакту їхніх берегів. За допомогою апарату теорії функцій комплексної змінної розв'язок задачі зведений до системи сингулярних інтегральних рівнянь, яка розв'язана чисельно методом механічних квадратур. Проведено числовий аналіз коефіцієнтів інтенсивності моментів і контактного тиску для періодичної системи паралельних тріщин. Запропонований підхід дає змогу дослідити вплив механічних і геометричних параметрів задачі на характеристики напружено-деформованого стану пластини.

Ключові слова: пластина, тріщина, коефіцієнти інтенсивності.

На підставі теорії Кірхгофа у статтях [1, 2] досліджено задачі згину пластин із тріщинами, береги яких контактують. У цій праці підхід з публікації [1] поширений на дослідження напружено-деформованого стану пластин з тріщинами з урахуванням уточненої теорії згину за І. О. Прусовим [3].

Розглянемо нескінченну ізотропну пластину завтовшки $2h$, яка містить N прямолінійних наскрізних розрізів (тріщин) довжиною $2l_j$, які лежать у паралельних площинах. Зауважимо, що тут і надалі індекс j набуває значення від 1 до N. Нехай на безмежності до пластини прикладено рівномірно розподілені згинальні моменти інтенсивністю M, площина дії яких перпендикулярна до розрізів. Припустимо, що під час деформування пластини береги тріщин контактують як у [1], тобто контакт відбувається по лінії, яка лежить на одній із основ пластини.

Зіставимо серединну площину пластини з площиною xOy декартової системи координат $Oxy\tilde{z}$ так, щоб береги розрізів були паралельними до осі Ox. У геометричних центрах розрізів O_j, які визначатимемо координатами $(x_j^0; y_j^0)$, виберемо локальні системи координат $O_jx_jy_j$ з осями O_jx_j уздовж ліній тріщин.

Розв'язок сформульованої задачі подамо у вигляді суперпозиції трьох розв'язків: а) задачі про згин суцільної пластини моментами M, прикладеними на безмежності; б) плоскої задачі теорії пружності з крайовими умовами

$$\sigma_y^{\pm} + i\tau_{xy}^{\pm} = -N_j/2h, \quad |x_j| < l_j; \tag{1}$$

в) задачі про згин пластини з тріщинами при крайових умовах

$$M_y^{\pm} - iH_{xy}^{\pm} = N_j h - M; \quad Q_y^{\pm} = 0, \quad |x_j| < l_j, \tag{2}$$

де $i = \sqrt{-1}$; σ_y, τ_{xy} – компоненти тензора напружень; M_y – згинальні моменти; H_{xy} – крутильні моменти; Q_y – поперечні сили; N_j – невідомі контактні зусилля (вважаємо, що $N_j > 0$); індекси '+' та '−' позначають граничні значення функцій при $y \to \pm 0$. Крім того, повинні виконуватись умови

$$[\partial v_j / \partial x_j]_n + [\partial v_j / \partial x_j]_з = 0. \tag{3}$$

Тут і надалі під виразом у квадратних дужках розумітимемо таке: $[f(x,y)] = f(x,+0) - f(x,-0)$; u_j, v_j – компоненти вектора переміщення в локальній системі координат; індекси "п" та "з" позначають відповідно величини пов'язані з плоскою задачею та задачею згину пластини.

Обмежимося лише розглядом задач *б* та *в*, оскільки розв'язок задачі *а* відомий [3].

Розв'язок плоскої задачі теорії пружності наведений у [4], на основі якого можемо знайти

$$N_k = -\frac{2h}{\pi} \sum_{j=1}^{N} \int_{-l_j}^{l_j} \left\{ K_{kj}(t,x) g_j(t) + L_{kj}(t,x) \overline{g_j(t)} \right\} dt, \ k = \overline{1,N}, \tag{4}$$

де $g_j(x) = g_{1j}(x) + i g_{2j}(x) = \frac{E}{4} \frac{\partial}{\partial x_j} [v_j - i u_j]$; E – модуль пружності матеріалу пластини;

$$L_{kj}(t,x) = r_{kj}^{-4} y_{kj} (2 y_{kj} (t - x_{kj}) + i (t - x_{kj})^2 - i y_{kj}^2);$$

$$K_{kj}(t,x) = r_{kj}^{-2} (t - x_{kj}); \quad r_{kj} = \sqrt{(t - x_{kj})^2 + y_{kj}^2};$$

$$x_{kj} = x + x_k^0 - x_j^0; \quad y_{kj} = y_k^0 - y_j^0.$$

Згин пластини досліджуємо в рамках теорії, запропонованої І. О. Прусовим [3], визначальні співвідношення якої запишемо так:

$$\begin{aligned} M_y - iH_{xy} &= \\ &= \sum_{j=1}^{N} \left\{ 2m \mathrm{Re}\, \Phi_j(z_j) + n\left(z_j \overline{\Phi_j'(z_j)} + \overline{\Psi_j(z_j)} \right) + \rho\left(2\overline{\Phi_j''(z_j)} + i \tfrac{\partial^2 \Omega_j(z_j,\bar z_j)}{\partial \bar z_j^2} \right) \right\}, \end{aligned} \tag{5}$$

$$Q_x - iQ_y = -2D \sum_{j=1}^{N} \left\{ 2\Phi_j'(z_j) - i \tfrac{\partial \Omega_j(z_j,\bar z_j)}{\partial z_j} \right\}, \tag{6}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x}(u + iv) = h \sum_{j=1}^{N} \Bigg\{ & 2\mathrm{Re}\, \Phi_j(z_j) + z_j \overline{\Phi_j'(z_j)} + \overline{\Psi_j(z_j)} + \\ & + \frac{\rho}{n} \left(2\overline{\Phi_j''(z_j)} + i \tfrac{\partial^2 \Omega_j(z_j,\bar z_j)}{\partial \bar z_j^2} + \tfrac{i}{4} k_*^2 \Omega_j(z_j,\bar z_j) \right) \Bigg\}, \end{aligned} \tag{7}$$

де $m = -D(1+\nu)$; $n = D(1-\nu)$; $\rho = 4d/k_*^2$; $k_* = \sqrt{3}/h$; $D = 2Eh^3/(3(1-\nu^2))$ – циліндрична жорсткість пластини; $z_j = x_j + iy_j$; $\partial/\partial z_j = 0,5\,(\partial/\partial x_j - i\partial/\partial y_j)$; $\partial/\partial \bar{z}_j = \overline{\partial/\partial z_j}$; ν – коефіцієнт Пуассона; $\Phi_j(z_j)$, $\Psi_j(z_j)$ – комплексні потенціали Колосова-Мусхелішвілі у локальній системі координат $O_jx_jy_j$; функція $\Omega_j(z_j,\bar{z}_j)$ задовольняє рівняння Гельмгольца $\frac{\partial^2\Omega_j}{\partial z_j\partial \bar{z}_j} = \frac{k_*^2}{4}\Omega_j$.

Подамо функції $\Phi_j(z_j)$ і $\Omega_j(z_j,\bar{z}_j)$ у вигляді

$$\Phi_j(z_j) = \frac{1}{2\pi i}\int_{-l_j}^{l_j}\frac{f_j(t)dt}{t-z_j};\quad \Omega_j(z_j,\bar{z}_j) = \frac{1}{\pi}\mathrm{Im}\int_{-l_j}^{l_j}\frac{w_jK_1(w_j)\omega_j(t)dt}{t-z_j}, \tag{8}$$

де $w_j = k_*\sqrt{(t-z_j)(t-\bar{z}_j)}$; $K_j(x)$ – функції Макдональда j-го порядку; $f_j(t) = f_{1j}(t) + if_{2j}(t)$; $\omega_j(t) = \gamma_j(t) - i\mu_j(t)$; $f_{1j}(t)$, $f_{2j}(t)$, $\gamma_j(t)$, $\mu_j(t)$ – дійсні функції.

Введемо до розгляду функції

$$V_j(z_j) = q\overline{\Phi}_j(z_j) + z_j\overline{\Phi'_j}(z_j) + \overline{\Psi}_j(z_j) + \frac{m_1}{k_*^2\pi i}\int_{-l_j}^{l_j}\frac{\overline{\delta_j(t)}dt}{(t-z_j)^3}, \tag{9}$$

де

$$q = -(1+\nu)/(1-\nu);\quad m_1 = 4/(1-\nu);\quad \overline{\Phi}(z) = \overline{\Phi(\bar{z})};$$
$$\delta_j(t) = \delta_{1j}(t) + i\delta_{2j}(t) = -2f_j(t) + i\omega_j(t);$$

$\delta_{1j}(t)$, $\delta_{2j}(t)$ – дійсні функції.

Враховуючи (8) та (9), залежності (5)–(7) можна подати у вигляді

$$M_y - iH_{xy} = n\sum_{j=1}^{N}\left\{q\Phi_j(z_j) + V_j(\bar{z}_j) + (z_j-\bar{z}_j)\overline{\Phi'_j(z_j)} + i\frac{m_1}{k_*^2}\overline{\Omega_{1j}(z_j,\bar{z}_j)}\right\}, \tag{10}$$

$$Q_x - iQ_y = -2iD\sum_{j=1}^{N}\left\{\Omega_{2j}(z_j,\bar{z}_j) - \frac{1}{2\pi}\int_{-l_j}^{l_j}\frac{\delta_j(t)dt}{(t-z_j)^2}\right\}, \tag{11}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial x}(u+iv) = h\sum_{j=1}^{N}\Big\{&\Phi_j(z_j) - q\overline{\Phi_j(z_j)} + V_j(\bar{z}_j) + (z_j-\bar{z}_j)\overline{\Phi'_j(z_j)} + \\ &+ i\frac{m_1}{k_*^2}\left(\overline{\Omega_{1j}(z_j,\bar{z}_j)} + \frac{k_*^2}{4}\Omega_j(z_j,\bar{z}_j)\right)\Big\}.\end{aligned} \tag{12}$$

Тут

$$\Omega_{1j} = \frac{\partial^2\Omega_j}{\partial z_j^2} - \frac{i}{\pi}\int_{-l_j}^{l_j}\frac{\omega_j(t)dt}{(t-z_j)^3};\qquad \Omega_{2j} = \frac{\partial\Omega_j}{\partial z_j} + \frac{i}{2\pi}\int_{-l_j}^{l_j}\frac{\omega_j(t)dt}{(t-z_j)^2}.$$

З умов самозрівноваженості навантаження на берегах тріщин (2) та з урахуванням співвідношень (10), (11) отримаємо задачі лінійного спряження, розв'язавши які, матимемо

$$V_j(z_j) = \frac{1}{2\pi i}\int_{-l_j}^{l_j} \frac{qf_{1j}(t) - in_9 f_{2j}(t)}{t - z_j}dt; \quad \delta_{2j}(t) = 0; \quad n_9 = \frac{5+\nu}{1-\nu}. \tag{13}$$

На підставі формули (12) та відповідних залежностей для плоскої задачі [4], з умови (3) знаходимо зв'язок між функціями $g_{1j}(x)$ та $f_{2j}(x)$

$$g_{1j}(x) = -\frac{Eh}{1-\nu}f_{2j}(x). \tag{14}$$

Задовольняючи крайові умови (2) та враховуючи (4), отримаємо систему сингулярних інтегральних рівнянь для знаходження невідомих функцій $f_{1j}(x)$, $f_{2j}(x)$, $\delta'_{1j}(x)$ і $g_{2j}(x)$

$$\left\{\begin{aligned}
&\sum_{j=1}^{N}\int_{-l_j}^{l_j}\big\{R_{3k-2,3j-2}(t,x)f_{1j}(t) + R_{3k-2,3j-1}(t,x)f_{2j}(t) + \\
&\qquad\qquad + R_{3k-2,3j}(t,x)\delta'_{1j}(t) + A_{kj}(t,x)g_{2j}(t)\big\}dt = \tfrac{2M\pi}{n};\\
&\sum_{j=1}^{N}\int_{-l_j}^{l_j}\big\{R_{3k-1,3j-2}(t,x)f_{1j}(t) + R_{3k-1,3j-1}(t,x)f_{2j}(t) + \\
&\qquad\qquad + R_{3k-1,3j}(t,x)\delta'_{1j}(t)\big\}dt = 0;\\
&\sum_{j=1}^{N}\int_{-l_j}^{l_j}\big\{R_{3k,3j-2}(t,x)f_{1j}(t) + R_{3k,3j-1}(t,x)f_{2j}(t) + \\
&\qquad\qquad + R_{3k,3j}(t,x)\delta'_{1j}(t)\big\}dt = 0;\\
&\sum_{j=1}^{N}\int_{-l_j}^{l_j}\big\{\tilde{K}_{kj}(t,x)f_{2j}(t) + \tilde{L}_{kj}(t,x)g_{2j}(t)\big\}dt = 0,
\end{aligned}\right. \tag{15}$$

де $|x| < l_k$, $k = \overline{1,N}$, а ядра мають вигляд

$$R_{3k-2,3j-2}(t,x) = -\tfrac{y_{kj}}{r_{kj}^2}\left\{n_1 - \left(3 - \tfrac{4y_{kj}^2}{r_{kj}^2}\right)F + 2m_1k_*\left(1 - \tfrac{y_{kj}^2}{r_{kj}^2}\right)r_{kj}K_1(k_*r_{kj})\right\};$$

$$R_{3k-2,3j-1}(t,x) = \tfrac{t-x_{kj}}{r_{kj}^2}\left\{n_2 - 12q\tfrac{y_{kj}^2}{r_{kj}^2} + \left(1 - \tfrac{4y_{kj}^2}{r_{kj}^2}\right)F - 2m_1k_*\tfrac{y_{kj}^2}{r_{kj}}K_1(k_*r_{kj})\right\};$$

$$R_{3k-2,3j}(t,x) = m_1y_{kj}\tfrac{t-x_{kj}}{r_{kj}^2}\tilde{K}_2(k_*r_{kj});$$

$$R_{3k-1,3j-2}(t,x) = \tfrac{x_{kj}-t}{r_{kj}^2}\left\{n_1 - \left(1 - \tfrac{4y_{kj}^2}{r_{kj}^2}\right)F - m_1k_*\left(1 - \tfrac{2y_{kj}^2}{r_{kj}^2}\right)r_{kj}K_1(k_*r_{kj})\right\};$$

$$R_{3k-1,3j-1}(t,x) = -\tfrac{y_{kj}}{r_{kj}^2}\left\{n_1 + \left(3 - \tfrac{4y_{kj}^2}{r_{kj}^2}\right)F + m_1k_*\left(1 - \tfrac{2y_{kj}^2}{r_{kj}^2}\right)r_{kj}K_1(k_*r_{kj})\right\};$$

$$
\begin{aligned}
R_{3k-1,3j}(t,x) &= m_1\left(\tfrac{1}{2}-\tfrac{y_{kj}^2}{r_{kj}^2}\right)\tilde K_2(k_*r_{kj});\\
R_{3k,3j-2}(t,x) &= \tfrac{4k_*}{r_{kj}^2}\left\{(r_{kj}^2-2y_{kj}^2)\tilde K_1'(k_*r_{kj})-y_{kj}^2K_0(k_*r_{kj})\right\};\\
R_{3k,3j-1}(t,x) &= \tfrac{4k_*}{r_{kj}^2}y_{kj}(t-x_{kj})\tilde K_2(k_*r_{kj});\\
R_{3k,3j}(t,x) &= -2r_{kj}^{-1}(t-x_{kj})K_1(k_*r_{kj});\\
A_{kj}(t,x) &= \tfrac{24}{nr_{kj}^2}qh^2y_{kj}\left(1-\tfrac{2y_{kj}^2}{r_{kj}^2}\right);\\
\tilde K_{kj}(t,x) &= -\tfrac{Ehy_{kj}}{r_{kj}^4(1-\nu)}(r_{kj}^2-2y_{kj}^2);\\
\tilde L_{kj}(t,x) &= -\tfrac{t-x_{kj}}{r_{kj}^4}(r_{kj}^2-2y_{kj}^2).
\end{aligned}
$$

Тут позначено $F=1+2m_1\tilde K_2(k_*r_{kj})$; $n_1=\frac{3+\nu}{1-\nu}$; $n_2=\frac{11+9\nu}{1-\nu}$; $\tilde K_1(x)=K_1(x)-1/x$; $\tilde K_2(x)=K_2(x)-2/x^2$.

Систему (15) доповнюємо додатковими умовами

$$
\int_{-l_j}^{l_j} f_{1j}(t)dt=\int_{-l_j}^{l_j} f_{2j}(t)dt=\int_{-l_j}^{l_j} g_{2j}(t)dt=\int_{-l_j}^{l_j}\left(tf_{1j}(t)-\frac{1}{k_*^2}\delta_{1j}'(t)\right)dt=0, \qquad (16)
$$

які є умовами однозначності переміщень та прогину [3, 4] при обході j-ї тріщини по замкнутому контуру.

Систему інтегральних рівнянь (15), (16) розв'язуватимемо чисельно за допомогою методу механічних квадратур [4]. Треба стежити, щоб контактні зусилля N_j були додатними. В іншому випадку варто змінити формулювання задачі.

Коефіцієнти інтенсивності напружень, моментів і поперечних сил визначимо за формулами

$$
\begin{gathered}
k_{1j}^{\pm}-ik_{2j}^{\pm}=\mp\sqrt{l_j}\tilde g_j(\pm1);\qquad K_{Qj}^{\pm}=\pm\frac{2M}{\sqrt{l_j}(1-\nu)}\tilde u_{3j}(\pm1);\\
K_{Mj}^{\pm}-iK_{Hj}^{\pm}=\pm2qM\sqrt{l_j}(\tilde u_{2j}(\pm1)-i\tilde u_{1j}(\pm1)),
\end{gathered}
\qquad (17)
$$

де

$$
\begin{gathered}
g_j(l_jx)=\frac{\tilde g_j(x)}{\sqrt{1-x^2}};\qquad f_{1j}(l_jx)=\frac{2M\tilde u_{1j}(x)}{n\sqrt{1-x^2}};\\
f_{2j}(l_jx)=\frac{2M\tilde u_{2j}(x)}{n\sqrt{1-x^2}};\qquad \delta'_{1j}(l_jx)=\frac{2M\tilde u_{3j}(x)}{nl_j\sqrt{1-x^2}}.
\end{gathered}
$$

Зроблено числовий аналіз задачі для випадку, коли пластина послаблена періодичною системою паралельних не зсунутих тріщин завдовжки $2l$ з відстанню d між сусідніми тріщинами. У цьому випадку система інтегральних рівнянь (15) набуде вигляду

$$\begin{cases} \int\limits_{-l}^{l} \tilde{R}_{12}(t,x) f_2(t)dt = \frac{2M\pi}{n}; \\ \int\limits_{-l}^{l} \left\{ \tilde{R}_{21}(t,x) f_1(t) + \tilde{R}_{23}(t,x)\delta_1'(t) \right\} dt = 0; \\ \int\limits_{-l}^{l} \left\{ \tilde{R}_{31}(t,x) f_1(t) + \tilde{R}_{33}(t,x)\delta_1'(t) \right\} dt = 0; \\ \int\limits_{-l}^{l} \tilde{R}_{44}(t,x) g_2(t)dt = 0, \end{cases}$$

тобто розпадається на три незалежні системи: перша – для визначення невідомої функції $f_2(t)$, друга – для $f_1(t)$ і $\delta_1'(t)$, третя – для $g_2(t)$, причому дві останні мають лише тривіальний розв'язок. Тут

$$\begin{aligned} \tilde{R}_{12}(t,x) =& \frac{2m_1}{t-x}\tilde{K}_2(k_*|t-x|) - 16\pi\frac{q}{d}\operatorname{cth}\frac{\pi(t-x)}{d} - n_3\pi^2\frac{t-x}{d^2\operatorname{sh}^2\frac{\pi(t-x)}{d}} + \\ & + 4m_1(t-x)\sum_{j=1}^{\infty}\frac{1}{r_j^2}\left\{\left(1-4\frac{d_j^2}{r_j^2}\right)\tilde{K}_2(k_*r_j) - k_*\frac{d_j^2}{r_j}K_1(k_*r_j)\right\}; \\ \tilde{R}_{21}(t,x) =& \frac{2\pi^2(t-x)}{d^2\operatorname{sh}^2\frac{\pi(t-x)}{d}} - \frac{\pi m_1}{d}\operatorname{cth}\frac{\pi(t-x)}{d} + 2m_1k_*\operatorname{sign}(t-x)\tilde{K}_2(k_*|t-x|) + \\ & + 4m_1(t-x)\sum_{j=1}^{\infty}\frac{1}{r_j^2}\left\{\left(1-4\frac{d_j^2}{r_j^2}\right)\tilde{K}_2(k_*r_j) - k_*\left(\frac{d_j^2}{r_j^2}-\frac{1}{2}\right)K_1(k_*r_j)\right\}; \\ \tilde{R}_{31}(t,x) =& 4k_*\left\{\tilde{K}_1(k_*|t-1|) + 2\sum_{j=1}^{\infty}\left(\left(1-2\frac{d_j^2}{r_j^2}\right)\tilde{K}_1'(k_*r_j) - K_0(k_*r_j)\frac{d_j^2}{r_j^2}\right)\right\}; \\ \tilde{R}_{33}(t,x) =& -2(t-x)\left\{\frac{K_1(k_*|t-1|)}{|t-x|} + 2\sum_{j=1}^{\infty}\frac{K_1(k_*r_j)}{r_j}\right\}; \\ \tilde{R}_{44}(t,x) =& \frac{\pi^2(t-x)}{d^2\operatorname{sh}^2\frac{\pi(t-x)}{d}}, \end{aligned}$$

де $d_j = jd$; $r_j = \sqrt{(t-x)^2 + d_j^2}$; $n_3 = 4\frac{1+2\nu}{1-\nu}$.

У табл. наведено значення зведених коефіцієнтів інтенсивності моментів $K_M^* = K_M/M\sqrt{l}$ для ізотропної пластини з коефіцієнтом Пуассона $\nu = 0,3$ при деяких значеннях відносної товщини пластини та відстані між тріщинами, а також зведений контактний тиск $N_* = hN/M$ посередині тріщини та у безпосередній близькості біля її вершини. У дужках наведено відповідні значення K_M^*, отримані без урахування контакту берегів тріщин [5]. Значення коефіцієнта k_1 не наводимо, оскільки, як випливає зі співвідношень (14) та (17), виконується залежність $k_1 = -1,5K_M/h^2$, а $k_2 = K_H = K_Q = 0$.

Як засвідчив числовий аналіз, товщина пластини незначно впливає на її напружено-деформований стан. Крім того, врахування контакту берегів тріщин призводить до значного зменшення величини K_M^*. Зауважимо, що значення K_M^* для згину пластини з періодичною системою паралельних тріщин менші від відповідних значень для задачі згину пластини з однією ізольованою тріщиною. Аналіз контактного зусилля засвідчив, що контакт відбувається по всій довжині тріщини для довільних геометричних і механічних параметрів задачі, причому контактний тиск набуває мінімального значення посередині тріщини і збільшується з наближенням до її вершини. В частковому випадку, коли $d \to \infty$ і $h/l \to 0$ результати узгоджуються з отриманими в [1] у рамках класичної теорії згину пластин.

	h/l	$d/l = 0,5$	$d/l = 1$	$d/l \to \infty$
K_M^*	$0,01$	$0,071\,(0,283)$	$0,100\,(0,397)$	$0,213\,(0,632)$
$N_*\vert_{x=0}$	$0,01$	$0,749$	$0,737$	$0,543$
$N_*\vert_{x=0,999l}$	$0,01$	$0,970$	$1,106$	$1,565$
K_M^*	$0,1$	$0,072\,(0,283)$	$0,101\,(0,399)$	$0,217\,(0,661)$
$N_*\vert_{x=0}$	$0,1$	$0,749$	$0,740$	$0,559$
$N_*\vert_{x=0,999l}$	$0,1$	$0,774$	$0,808$	$0,905$

1. *Шацький І. П.* Згин пластини, ослабленої розрізом з контактуючими берегами // Доп. АН УРСР. Сер. А. Фіз.-мат. та тех. науки. – 1988. – N 7. – С. 49-51.
2. *Шацкий И. П.* Взаимодействие коллинеарных разрезов с контактирующими кромками в изгибаемой пластине// Физ.-хим. механика материалов. – 1990. – Т. 26. – N 3. – С. 70-75.
3. *Прусов И. О.* Метод сопряжения в теории плит. – Минск, 1975.
4. *Панасюк В. В., Саврук М. П., Дацышин А. П.* Распределение напряжений около трещин в пластинах и оболочках. – К., 1976.
5. *Селіверстов Р. Г.* Згин пластини Рейснера з періодичною системою паралельних тріщин// Вісн. Львів. ун-ту. Сер. мех.-мат. – 2001. – Вип. 59. – С. 199-203.

THE STRESS STATE OF PLATE CONTAINING PARALLEL CRACKS WITH INTERACTING FACES

Victor Opanasovych, Roman Seliverstov

*Ivan Franko National University of Lviv,
Universitetska Str., 1, 79000 Lviv, Ukraine*

In the paper the problem about bending of constant thickness isotropic plate containing parallel cracks is considered at the assumption that crack faces are in contact. Using the methods of the theory of functions of complex variable solution of this problem is reduced to the system of singular integral equations which is numerically solved by mechanical quadratures method. Numerical analysis of stress intensity factors and contact force is realized, when the plate containing infinite row of parallel cracks. Proposed metod allows to investigate the influence of mechanical and geometrical parameters of the problem on stress-strain state characteristics.

Key words: plate, crack, stress intensity factors.

Стаття надійшла до редколегії 27.05.2002

Прийнята до друку 02.10.2003