ВІСНИК ЛЬВІВ. УН-ТУ *VISNYK LVIV UNIV.*
Серія мех.-мат. 2005. Вип.64. С.266–272 *Ser.Mech-Math.2005. Vol.64. P.266–272*

УДК 517.982

ОПЕРАТОРНЕ ЗОБРАЖЕННЯ ФУР'Є-ОБРАЗУ ЗГОРТКОВОЇ АЛГЕБРИ РОЗПОДІЛІВ НА КОНУСІ

Андрій СОЛОМКО

Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника, вул. Шевченка, 57 76025 Івано-Франківськ, Україна

Досліджено алгебричні властивості перетворення Фур'є згорткової алгебри D'_Γ розподілів Шварца з носіями в конусі $\Gamma \subset \mathbb{R}^n$. Доведено теорему про операторне зображення Фур'є-образу $\widehat{D}'_\Gamma$ алгебри D'_Γ у вигляді комутанта n-параметричної (C_o)-напівгрупи зсувів вздовж конуса Γ.

Ключові слова: розподіли Шварца, перетворення Фур'є, (C_o)-напівгрупа.

1. Позначення та термінологія. Користуємося стандартною термінологією і позначеннями з [1], [2], [3]. Далі $\mathbb{C}^n$ – n-вимірний комплексний простір із скалярним добутком $(z, w) = z_1\overline{w}_1 + \dots + z_n\overline{w}_n$, де $z = (z_1, \dots, z_n)$, $w = (w_1, \dots, w_n) \in \mathbb{C}^n$, $\mathbb{R}^n$ – його дійсний підпростір. Для будь-яких елемента $z = (z_1, \dots, z_n)$ та мультиіндекса $k = (k_1, \dots, k_n) \in \mathbb{Z}^n_+$ приймаємо $z^k = z_1^{k_1} \dots z_n^{k_n}$. Простір $D(\mathbb{R}^n)$ – нескінченно-гладких функцій $\varphi\colon \mathbb{R}^n \ni t = (t_1, \dots, t_n) \to \varphi(t) \in \mathbb{C}$ з компактними носіями $\operatorname{supp}\varphi$, як звичайно, наділяємо локально опуклою топологією індуктивної границі $D(\mathbb{R}^n) = \liminf\limits_{r\to\infty} D(\mathbb{B}^n_r)$ своїх підпросторів $D(\mathbb{B}^n_r) \equiv \{\varphi \in D(\mathbb{R}^n)\colon \operatorname{supp}\varphi \subseteq \mathbb{B}^n_r\}$ з півнормами $\|\varphi\|_{r,m} = \sum\limits_{|k|\leqslant m} \frac{1}{k!} \sup\limits_{t\in\mathbb{B}^n_r} |\partial^k\varphi(t)|$, в яких $\mathbb{B}^n_r$ – це замкнена куля в $\mathbb{R}^n$ радіуса $r > 0$. Вище $\partial^k\varphi(t) = \frac{\partial^{|k|}\varphi(t)}{\partial t_1^{k_1}\dots\partial t_n^{k_n}}$, $|k| = k_1 + \dots + k_n$, $k! = k_1!\dots k_n!$. При $r < s$ маємо $D(\mathbb{B}^n_r) \subset D(\mathbb{B}^n_s)$ і $\|\varphi\|_{r,m} = \|\varphi\|_{s,m}$ для всіх $\varphi \in D(\mathbb{B}^n_r)$. Тобто, індуктивна границя $\liminf\limits_{r\to\infty} D(\mathbb{B}^n_r)$ – строга.

Нехай Γ – замкнений опуклий гострий тілесний конус в $\mathbb{R}^n$, D'_Γ – згорткова алгебра розподілів Шварца f з носіями $\operatorname{supp} f \subset \Gamma$, наділена топологією Маккі стосовно білінійної форми $\langle f, \varphi\rangle$, де $\varphi \in D(\mathbb{R}^n)$ [1, Гл.I, §4.5]. За означенням алгебра D'_Γ є підпростором в просторі $D'(\mathbb{R}^n)$ – всіх розподілів Шварца на $\mathbb{R}^n$. Тому поляра алгебри D'_Γ стосовно двоїстості $\langle D'(\mathbb{R}^n), D(\mathbb{R}^n)\rangle$ визначається співвідношенням $(D'_\Gamma)^\circ = \{\varphi \in D(\mathbb{R}^n) : \operatorname{supp}\varphi \subset \mathbb{R}^n \setminus \Gamma\}$ і їй відповідає фактор-простір $D_\Gamma = D(\mathbb{R}^n)/(D'_\Gamma)^\circ$ з відповідною фактор-топологією. Через $\varphi_\Gamma \in D_\Gamma$ позначаємо клас еквівалентності з представником $\varphi \in D(\mathbb{R}^n)$. Якщо відповідно

$$\lambda_\Gamma(t) = \begin{cases} 1: t \in \Gamma \\ 0: t \notin \Gamma \end{cases}, \qquad \varrho : \varphi \to \lambda_\Gamma \cdot \varphi := \varphi_\Gamma$$

є характеристичною функцією конуса Γ і оператором множення на неї, то фактор-відображення $D(\mathbb{R}^n) \to D_\Gamma$ реалізується формулою

$$\varrho\colon D(\mathbb{R}^n) \ni \varphi \to \varphi_\Gamma \in D_\Gamma$$

і клас еквівалентності φ_Γ є функцією змінної $t \in \Gamma$. Тоді обернене відображення $\varrho^{-1}\colon D_\Gamma \ni \varphi_\Gamma \longrightarrow \varphi \in D(\mathbb{R}^n)$ є багатозначним лінійним відображенням у сенсі праці [4].

2. Перетворення Фур'є алгебри D'_Γ. Перетворення Фур'є простору $D(\mathbb{R}^n)$ визначаємо за формулою

$$\mathcal{F}\colon D(\mathbb{R}^n) \ni \varphi \longrightarrow \widehat{\varphi}, \qquad \widehat{\varphi}(\xi) = \int_{\mathbb{R}^n} \varphi(t) e^{-i(t,\xi)}\,dt, \qquad \xi \in \mathbb{R}^n.$$

Фур'є-образ простору $D(\mathbb{R}^n)$ позначаємо

$$\widehat{D}(\mathbb{R}^n) = \{\widehat{\varphi}\colon \varphi \in D(\mathbb{R}^n)\}.$$

Зазначимо, що з теореми Пелі-Вінера [5, Гл.VI, п.4] випливає, що довільну функцію $\widehat{\varphi}(\xi) \in \widehat{D}(\mathbb{R}^n)$ можна однозначно зобразити як звуження на дійсний підпростір $\mathbb{R}^n$ цілої функції експоненціального типу багатьох комплексних змінних $z = \xi + i\eta \in \mathbb{C}^n$, $\xi, \eta \in \mathbb{R}^n$, вигляду

$$\widehat{\varphi}(z) = \int_{\mathbb{R}^n} \varphi(t) e^{-i(t,z)} dt, \qquad \varphi \in D(\mathbb{R}^n).$$

Визначимо фактор-відображення

$$\widehat{\varrho}\, :\, \widehat{D}(\mathbb{R}^n) \ni \widehat{\varphi} \longrightarrow \widehat{\varphi}_\Gamma \in \widehat{D}_\Gamma, \qquad \widehat{D}_\Gamma = \widehat{D}(\mathbb{R}^n)/\widehat{\operatorname{Ker}\varrho},$$

в якому прийнято $\widehat{\operatorname{Ker}\varrho} := \mathcal{F}((D'_\Gamma)^\circ)$. Для визначеного фактор-відображення $\widehat{\varrho}$ правильна така лема.

Лема 1. *Діаграма*

$$\begin{array}{ccc} D_\Gamma & \xrightarrow{F} & \widehat{D}_\Gamma \\ \varrho^{-1}\downarrow & & \widehat{\varrho}\uparrow \\ D(\mathbb{R}^n) & \xrightarrow{\mathcal{F}} & \widehat{D}(\mathbb{R}^n) \end{array}$$

комутативна й однозначно визначає перетворення Фур'є $F = \widehat{\varrho}\circ\mathcal{F}\circ\varrho^{-1}$ як лінійний оборотний оператор з простору D_Γ на простір $\widehat{D}_\Gamma$ вигляду

$$F[\varphi_\Gamma](\xi) = \widehat{\varphi}_\Gamma(\xi) = \int_\Gamma \varphi_\Gamma(s)e^{-i(s,\xi)}\,ds, \qquad \varphi_\Gamma \in D_\Gamma, \quad \xi \in \mathbb{R}^n, \quad s \in \Gamma.$$

Доведення. За означенням $\mathcal{F}\colon \operatorname{Ker}\varrho \to \widehat{\operatorname{Ker}\varrho}$. Довільний елемент φ_Γ в D_Γ однозначно визначається множиною елементів $\{\varphi+\psi : \psi \in \operatorname{Ker}\varrho\}$, де $\varphi \in D(\mathbb{R}^n)$. Звідки одержуємо $\widehat{\varrho}\circ\mathcal{F}(\varphi+\psi) = \widehat{\varrho}\circ\mathcal{F}\varphi + \widehat{\varrho}\circ\mathcal{F}\psi = \widehat{\varrho}\circ\mathcal{F}\varphi = F[\varphi_\Gamma] \in \widehat{D}_\Gamma$. Отже, діаграма комутативна і відображення F є визначеним для будь-якого $s \in \Gamma$. Далі очевидно. □

Оскільки (див. [6]) D_Γ має вигляд індуктивної границі $D_\Gamma = \liminf\limits_{r\to\infty} D_{\Gamma_r}$ своїх підпросторів $D_{\Gamma_r} := \{\varphi \in D(\mathbb{R}^n)\colon \operatorname{supp}\varphi \subseteq \Gamma_r\}$ з півнормами $\|\varphi\|_{r,m} = \sum\limits_{|k|\leqslant m} \frac{1}{k!}\sup\limits_{t\in\Gamma_r}|\partial^k\varphi(t)|$, в яких Γ_r – це перетин конуса Γ з кулею $\mathbb{B}^n_r$ радіуса $r > 0$, то використовуючи ін'єктивність відображення F, можемо ввести на Фур'є-образі $\widehat{D}_{\Gamma_r} = \{\widehat{\varphi}_\Gamma : \varphi_\Gamma \in D_{\Gamma_r}\}$ кожного з підпросторів D_{Γ_r} топологію за допомогою зліченного набору півнорм $\|\widehat{\varphi}_\Gamma\|_{r,m} = \|\varphi_\Gamma\|_{r,m}$. Тоді $\widehat{D}_\Gamma = \bigcup\limits_{r>0}\widehat{D}_{\Gamma_r}$, причому вкладення $\widehat{D}_{\Gamma_r} \subset \widehat{D}_{\Gamma_l}$ при $r < l$ є неперервними. Отже, на просторі $\widehat{D}_\Gamma$ можна ввести локально-опуклу топологію індуктивної границі

$$\widehat{D}_\Gamma = \liminf_{r\to\infty}\widehat{D}_{\Gamma_r},$$

як видно, ця індуктивна границя знову є строгою.

Твердження 1. *Фур'є-образ $\widehat{D}_\Gamma$ простору D_Γ є монтелевим, бочковим і борнологічним (LF)-простором.*

Доведення. Правильність цього твердження випливає з того, що на $\widehat{D}_\Gamma$ введено індуктивну топологію стосовно відображення F, тому на цей простір переносяться основні властивості простору D_Γ. Як відомо з [6], D_Γ – бочковий, монтелевий і борнологічний (LF)-простір. □

Лема 2. *Обернене перетворення Фур'є на просторі $\widehat{D}_\Gamma$ існує і зображається у вигляді $F^{-1} = \varrho\circ\mathcal{F}^{-1}\circ\widehat{\varrho}^{-1}$, де $\mathcal{F}^{-1} : \widehat{D}(\mathbb{R}^n) \to D(\mathbb{R}^n)$ – обернене відображення до $\mathcal{F}$.*

Доведення. Доведення існування оберненого перетворення Фур'є $\mathcal{F}^{-1}$ в просторі $D(\mathbb{R}^n)$ можна знайти в [5, Гл.VI, п.1, теор.1]. Тому достатньо довести комутативність діаграми

$$\begin{array}{ccc} \widehat{D}_\Gamma & \xrightarrow{F^{-1}} & D_\Gamma \\ \widehat{\varrho}^{-1}\downarrow & & \varrho\uparrow \\ \widehat{D}(\mathbb{R}^n) & \xrightarrow{\mathcal{F}^{-1}} & D(\mathbb{R}^n). \end{array}$$

З того, що $\mathcal{F}^{-1} : \widehat{\operatorname{Ker}\varrho} = \mathcal{F}((D'_\Gamma)^o) \to \operatorname{Ker}\varrho$, випливає $\operatorname{supp}\mathcal{F}^{-1}\widehat{\psi} \subset \operatorname{Ker}\varrho$ для довільної функції $\widehat{\psi} \in \widehat{\operatorname{Ker}\varrho}$. Довільний елемент $\widehat{\varphi}_\Gamma$ в $\widehat{D}_\Gamma$ однозначно визначається множиною вигляду $\{\widehat{\varphi} + \widehat{\psi} : \widehat{\psi} \in \widehat{\mathrm{Ker}\,\varrho}\}$, де $\widehat{\varphi} \in D(\mathbb{R}^n)$ – деяка фіксована функція. З вище доведеного випливає, що $\varrho \circ \mathcal{F}^{-1}(\widehat{\varphi} + \widehat{\psi}) = \varrho(\varphi + \psi) = \varrho\varphi = \varphi_\Gamma \in D_\Gamma$. Отже, діаграма комутативна й обернене перетворення Фур'є є лінійним оператором визначеним для довільного $s \in \Gamma$. □

Означення 1. *Спряжене до оберненого перетворення Фур'є*

$$F^* = (2\pi)^n (F^{-1})' : D'_\Gamma \ni f \longrightarrow \widehat{f} \in \widehat{D}'_\Gamma, \tag{1}$$

де через $\widehat{D}'_\Gamma$ позначено його образ з відповідною індукованою топологією простору D'_Γ, визначаємо співвідношенням

$$\left\langle \widehat{f}(\xi), \widehat{\varphi}_\Gamma(\xi) \right\rangle = (2\pi)^n \langle f(s), \varphi_\Gamma(s) \rangle, \quad \varphi_\Gamma \in D_\Gamma, \quad s \in \Gamma, \quad \xi \in \mathbb{R}^n. \tag{2}$$

Зазначимо, що формула (2) разом із відображенням (1) визначає нову дуальну пару $\langle \widehat{D}'_\Gamma, \widehat{D}_\Gamma \rangle$.

3. Теорема про операторне зображення. Нехай $L(\widehat{D}_\Gamma)$ – алгебра лінійних неперервних операторів над простором $\widehat{D}_\Gamma$ з топологією рівномірної збіжності на компактах. Композицію операторів в $L(\widehat{D}_\Gamma)$ позначатимемо через "$\circ$". Для довільної функції $\varphi \in D(\mathbb{R}^n)$ задаємо n-параметричну напівгрупу зсувів вздовж конуса Γ за формулою

$$\mathcal{T}_s : D(\mathbb{R}^n) \ni \varphi(t) \longrightarrow \varphi(t+s) \in D(\mathbb{R}^n), \quad s \in \Gamma, \quad t \in \mathbb{R}^n.$$

У [6] доведено, що (C_o)-напівгрупа $T_s = \varrho \circ \mathcal{T}_s \circ \varrho^{-1}$ належить алгебрі лінійних неперервних відображень над простором D_Γ і є одностайно неперервною. Визначимо оператор вигляду $\widehat{T}_s = F \circ T_s \circ F^{-1}$. Очевидно, що $\widehat{T}_s \in L(\widehat{D}_\Gamma)$.

Теорема 1. *Нехай задано відображення*

$$\Phi : D'_\Gamma \ni f \longrightarrow \widehat{M}_f \in L(\widehat{D}_\Gamma),$$

де оператор $\widehat{M}_f$ діє на функцію $\widehat{\varphi}_\Gamma(\zeta)$ за формулою

$$(\widehat{M}_f \widehat{\varphi}_\Gamma)(\zeta) = \int_\Gamma (M_f \varphi_\Gamma)(t) e^{-(t,\zeta)} dt \tag{3}$$

і M_f – операція крос-кореляції розподілу з основною функцією, яка визначається рівністю

$$(M_f \varphi_\Gamma)(t) = \langle f(s), T_s \varphi_\Gamma(t) \rangle, \quad \varphi_\Gamma \in D_\Gamma, \quad f \in D'_\Gamma.$$

Перетворення $\widehat{M}_f$ робить топологічний ізоморфізм згорткової алгебри D'_Γ на підалгебру $\Phi(D'_\Gamma)$ алгебри $L(\widehat{D}_\Gamma)$ операторів, які комутують з оператором $\widehat{T}_s$. Зокрема, для всіх $f, g \in D'_\Gamma$ виконується рівність

$$\Phi(f * g) = \widehat{M}_f \circ \widehat{M}_g \tag{4}$$

і операція "$\circ$" в підалгебрі $\Phi(D'_\Gamma)$ неперервна.

Доведення. Згідно з твердженням 1 простір $\widehat{D}_\Gamma$ – монтелевий, тому топології рівномірної збіжності в $L(\widehat{D}_\Gamma)$ на компактах і обмежених множинах збігаються. Оскільки $\langle D'_\Gamma, D_\Gamma\rangle$ – відокремлювана дуальна пара, а оператор T_s належить $L(D_\Gamma)$, то білінійне відображення $D'_\Gamma \times D_\Gamma \ni (f, \varphi_\Gamma) \longrightarrow M_f\varphi_\Gamma = \langle f, T_s\varphi_\Gamma\rangle$, а також відображення $D'_\Gamma \times D_\Gamma \ni (f, \varphi_\Gamma) \longrightarrow \widehat{M}_f\widehat{\varphi}_\Gamma$ є нарізно неперервними. Перетворення Фур'є $F : D_\Gamma \to \widehat{D}_\Gamma$ виконує топологічний ізоморфізм, тому нарізно неперервним є відображення

$$\sigma : D'_\Gamma \times \widehat{D}_\Gamma \ni (f, \widehat{\varphi}_\Gamma) \longrightarrow \widehat{M}_f\widehat{\varphi}_\Gamma \in \widehat{D}_\Gamma.$$

На підставі бочковості просторів D'_Γ і $\widehat{D}_\Gamma$ до відображення σ можемо застосувати теорему Банаха-Штейнгауза [3, Гл.IV, теор. 3]. Вона встановлює одностайну неперервність сімей відображень $\{\sigma(f, \widehat{\varphi}_\Gamma)\}_{\widehat{\varphi}\in B}$, де B пробігає множину обмежених підмножин простору $\widehat{D}_\Gamma$. Отже, Φ – неперервний з D'_Γ в алгебру $L(\widehat{D}_\Gamma)$ з топологією рівномірної збіжності на компактах. Простір $\widehat{D}_\Gamma$ – борнологічний, тому кожне неперервне лінійне відображення з $\widehat{D}_\Gamma$ в $\widehat{D}_\Gamma$ – обмежене, тобто $L(\widehat{D}_\Gamma)$ збігається з простором всіх обмежених лінійних операторів, який є повним в топології рівномірної збіжності на обмежених множинах на підставі повноти $\widehat{D}_\Gamma$. Із теореми з [6] про топологічний ізоморфізм алгебри розподілів з носіями в конусі комутанту напівгрупи зсувів випливає, що образ $\Phi(D'_\Gamma)$ є максимальною комутативною підалгеброю елемента $\widehat{T}_s$. Властивість максимальності забезпечує замкненість $\Phi(D'_\Gamma)$ в алгебрі $L(\widehat{D}_\Gamma)$. Звідси випливає, що $\Phi(D'_\Gamma)$ – повний простір. Оскільки для довільного $\nu > 0$ підпростори $\widehat{D}_{\Gamma_\nu}$ є інваріантними стосовно дії операторів підалгебри $\Phi(D'_\Gamma)$, то $\Phi(D'_\Gamma)$ належить проективній границі $\lim\limits_{\nu\to\infty}\mathrm{pr}\, L(\widehat{D}_{\Gamma_\nu})$, де в просторах $L(\widehat{D}_{\Gamma_\nu})$ задані топології рівномірної збіжності на компактах. Проективна границя $\lim\limits_{\nu\to\infty}\mathrm{pr}\, L(\widehat{D}_{\Gamma_\nu})$ ізоморфно вкладається в $L(\widehat{D}_\Gamma)$, тому до Φ можна застосувати теорему про відкрите відображення з [4]. Тобто Φ – лінійний топологічний ізоморфізм. Властивість (4) випливає з властивостей операції крос-кореляції, які доведено в [6]. Неперервність операції "$\circ$" випливає з неперервності згортки в D'_Γ і того, що Φ – топологічний ізоморфізм. □

Наслідок 1. *Алгебра $\widehat{D}'_\Gamma$ топологічно ізоморфна згортковій алгебрі D'_Γ і алгебрі операторів $[T_s]^c$ з операцією композиції замість множення.*

Доведення. Доведення випливає з попередніх викладень. Теорема про топологічний ізоморфізм [6] встановлює ізоморфізм алгебр D'_Γ та $[T_s]^c$. З іншого боку, перетворення Фур'є реалізовує ізоморфізм $D'_\Gamma \overset{F^*}{\simeq} \widehat{D}'_\Gamma$. Тому правильним є топологічний ізоморфізм $\widehat{D}'_\Gamma \overset{M_f\circ(F^*)^{-1}}{\simeq} [T_s]^c$. □

Наведемо приклади деяких функцій з побудованої алгебри $\widehat{D}'_\Gamma$.

Приклад 1. Якщо δ – функція Дірака з $D'(\mathbb{R}^n)$, то $\widehat{\delta} = 1$ – одиниця в алгебрі $\widehat{D}'_\Gamma$. Справді, $\langle\widehat{\delta}, \widehat{\varphi}_\Gamma\rangle = (2\pi)^n\langle\delta, \varphi_\Gamma\rangle = \int_\Gamma e^{i(t,\xi)}|_{t=0}\,\widehat{\varphi}_\Gamma(\xi)\,d\xi = \langle 1, \widehat{\varphi}_\Gamma\rangle$, тобто $\widehat{\delta} = 1$ – тотожно одинична функція.

Приклад 2. Алгебра $\widehat{D}'_\Gamma$ також містить функцію δ_Γ типу Дірака, визначену рівністю $\langle\delta_\Gamma, \widehat{\varphi}_\Gamma\rangle := \widehat{\varphi}_\Gamma(0)$, $(\widehat{\varphi}_\Gamma \in \widehat{D}_\Gamma)$, а саме функцію $\delta_\Gamma = \frac{1}{(2\pi)^n}\widehat{\lambda}_\Gamma$.

Справді, для довільної функції $\widehat{\varphi}_\Gamma \in \widehat{D}_\Gamma$ маємо

$$\langle\delta_\Gamma, \widehat{\varphi}_\Gamma\rangle = \int_\Gamma e^{-i(t,\xi)}\,|_{\xi=0}\,\varphi_\Gamma(t)\,dt = \langle\lambda_\Gamma, \varphi_\Gamma\rangle = \frac{1}{(2\pi)^n}\langle\widehat{\lambda}_\Gamma, \widehat{\varphi}_\Gamma\rangle,$$

де λ_Γ – характеристична функція конуса Γ.

Приклад 3. Для узагальнених частинних похідних функції Дірака правильна формула

$$\partial^k\delta_\Gamma = \frac{1}{(2\pi)^n}\widehat{(it)^k\lambda_\Gamma}(t), \qquad k = (k_1, \ldots, k_n) \in \mathbb{Z}_+^n.$$

Насправді, для довільних $n \in \mathbb{Z}_+$ та $k \in \mathbb{Z}_+^n$ маємо

$$\langle\partial^k\delta_\Gamma, \widehat{\varphi}_\Gamma\rangle = (-1)^{|k|}\langle\delta_\Gamma, \partial^k\widehat{\varphi}_\Gamma\rangle = \langle\delta(t), \widehat{(it)^k\varphi_\Gamma}(t)\rangle =$$

$$= \frac{1}{(2\pi)^n}\langle\widehat{\lambda_\Gamma(t)}, \widehat{(it)^k\varphi_\Gamma}(t)\rangle = \langle\lambda_\Gamma(t), (it)^k\varphi_\Gamma(t)\rangle =$$

$$= \langle(it)^k\lambda_\Gamma(t), \varphi_\Gamma(t)\rangle = \frac{1}{(2\pi)^n}\langle\widehat{(it)^k\lambda_\Gamma}(t), \widehat{\varphi_\Gamma(t)}\rangle.$$

---

1. *Владимиров В. С.* Обобщенные функции в математической физике. – М., 1976.
2. *Робертсон А., Робертсон В.* Топологические векторные пространства. – М., 1967.
3. *Шефер Х.* Топологические векторные пространства. – М., 1971.
4. *Райков Д.* Двусторонняя теорема о замкнутом графике для топологических линейных пространств // Сибирский матем. журн. – 1966. – Т.7. – №2. – С. 353-372.
5. *Иосида К.* Функциональный анализ. – М., 1967.
6. *Лопушанський О. В., Соломко А. В., Шарин С. В.* Про топологічний ізоморфізм алгебри розподілів з носіями в конусі комутанту напівгрупи зсувів // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2004. – Т.47. – №2. – С. 95-99.

OPERATOR REPRESENTATION OF CONVOLUTION ALGEBRA FOURIER-IMAGE ON CONE

Andriy Solomko

Vasyl' Stefanyk Precarpathian National University,
Shevchenko str., 57 76025, Ivano-Frankivsk, Ukraine

Algebraic properties of Fourier transformation for convolution algebra of Schwartz distributions $\widehat{D}'_{\Gamma}$ with supports in a cone $\Gamma \subset \mathbb{R}^n$ are investigated. A theorem about operator representation of its Fourier-image as commutant for n-parametrical (C_o)-semigroup of shifts along Γ is proved.

Key words: Schwartz distributions, Fourier transformation, (C_o)-semigroup.

Стаття надійшла до редколегії 30.06.2005

Прийнята до друку 19.10.2005