ВІСНИК ЛЬВІВ. УН-ТУ
Серія мех.-мат. 2005. Вип.64. С.273–279

VISNYK LVIV UNIV.
Ser.Mech-Math.2005. Vol.64. P.273–279

УДК 515.12

ОПЕРАТОРИ ПРОДОВЖЕННЯ ЧАСТКОВИХ УЛЬТРАМЕТРИК, НЕПЕРЕРВНІ В ТОПОЛОГІЇ ПОТОЧКОВОЇ ЗБІЖНОСТІ

Ігор СТАСЮК

Львівський національний університет імені Івана Франка,
вул. Університетська, 1 79000 Львів, Україна

Розглянуто задачу продовження неперервних ультраметрик, заданих на замкненій підмножині сепарабельного нульвимірного метризовного простору. Побудовано однорідний оператор продовження ультраметрик, який зберігає операцію взяття поточкового максимуму і є неперервним у топології поточкової збіжності.

Ключові слова: нульвимірний простір, ультраметрика, оператор продовбreak ження, однорідність, топологія поточкової збіжності.

1. Задача продовження неперервних метрик із замкненого підпростору метризовного простору на весь простір має довгу історію, початок якій заклала класична праця Гаусдорфа [1]. Новий етап досліджень у цій тематиці пов'язано з задачею існування лінійного оператора продовження (псевдо)метрик, яку сформулював Ч. Бессага [2]. Повний розв'язок задачі Бессаги одержав Т. Банах [3] (див. також [4], [5]).

Е.Д. Тимчатин і М. Зарічний [7] розглядали оператори продовження ультраметрик, означених на замкнених підмножинах компактних метризовних нульвимірних просторів. Оскільки операція суми загалом виводить за межі множини ультраметрик, то не можна говорити про властивість лінійності одержаного оператора продовження. Натомість розглянуто оператори продовження, що зберігають операцію максимуму двох ультраметрик. Побудований у [7] оператор продовження не є однорідним. Однорідний оператор одночасного продовження ультраметрик, що зберігає операцію максимуму і є неперервним в топології рівномірної збіжності, побудовано у [8].

Ми розглядаємо аналогічну задачу в іншій топології на просторі ультра(псевдо)-метрик, а саме в топології поточкової збіжності. Зауважимо, що існування оператора продовження метрик, неперервного в топології поточкової збіжності, доведено Банахом і Бессагою [6].

2. Попередні відомості. Метрика ρ на множині Y називається *ультраметрикою,* якщо

$$\rho(x,y) \leq \max\{\rho(x,z), \rho(y,z)\}$$

для довільних $x, y, z \in Y$. Відомо, що метризовний простір X допускає ультраметрику, що породжує його топологію, тоді і лише тоді, коли $\dim X = 0$. Нагадаємо, що воно означає існування в просторі X бази топології з відкрито-замкнених множин.

Всюди далі фіксуємо нульвимірний сепарабельний метризовний простір X і нехай d – метрика на X, обмежена числом 1. Зафіксуємо довільну замкнену підмножину A простору X таку, що $|A| \geq 2$, і нехай $\mathcal{UM}(A)$ та $\mathcal{UM}(X)$ – множини всіх неперервних ультраметрик, заданих відповідно на A та X. Множини $\mathcal{UM}(A)$ та $\mathcal{UM}(X)$ замкнені стосовно операції поточкового максимуму, яку позначаємо через $\vee$ і щодо множення на невід'ємні числа.

Якщо M, N – множини, то через N^M позначаємо множину всіх відображень з M в N.

3. Продовження ультраметрик. Доведемо таку теорему.

Теорема 1. *Існує оператор* $v\colon \mathcal{UM}(A) \to \mathcal{UM}(X)$, *який для довільних* $\rho, \sigma \in \mathcal{UM}(A)$ *задовольняє такі властивості:*

1) $v(\rho)$ – *продовження* ρ;

2) $v(\rho \vee \sigma) = v(\rho) \vee v(\sigma)$ *і* $v(c\rho) = cv(\rho)$ *для кожного* $c > 0$;

3) v *неперервний стосовно топології поточкової збіжності на* $\mathcal{UM}(A)$.

Для простору X можна вибрати відкрите покриття $\mathcal{W}$ множини $X \setminus A$, яке задовольняє такі умови [9].

1. Покриття $\mathcal{W}$ диз'юнктне, тобто для довільних $W, W' \in \mathcal{W}$ таких, що $W \neq W'$ маємо $W \cap W' = \emptyset$.

2. Для кожної точки $x \in A$ і довільного околу U_x точки x в X існує окіл V_x точки x в X такий: якщо $W \cap V_x \neq \emptyset$ для деякого $W \in \mathcal{W}$, то $W \subset U_x$.

З властивості 2 можна вивести таку умову: якщо x належить межі множини A, то будь-який окіл точки x містить нескінченну кількість елементів покриття $\mathcal{W}$. Зокрема, покриття $\mathcal{W}$ можна отримати, вибравши диз'юнктне покриття, вписане у покриття

$$\{B(x, d(x,A)/2) \mid x \in X \setminus A\}$$

множини $X \setminus A$, де $B(x,\varepsilon)$ — відкрита куля радіуса ε з центром в $x \in X$. Тепер для кожного $W \in \mathcal{W}$ зафіксуємо точки $w \in W$ та $\lambda(w) \in A$ так, щоб $d(w, \lambda(w)) \leq 2d(w, A)$. Означимо відображення $s : X \to A$ так:

$$s(x) = \begin{cases} \lambda(w), & \text{якщо } x \in W \in \mathcal{W}; \\ x, & \text{якщо } x \in A. \end{cases}$$

Оскільки покриття $\mathcal{W}$ диз'юнктне, очевидно, що відображення s означене коректно. Нескладно перевірити, що відображення s – неперервне. Для довільного $n \in \mathbb{N}$ виберемо диз'юнктне відкрите покриття $\mathcal{U}_n$ простору X таке, що $\mathrm{diam}_d(U) < 2^{-n}$ для будь-якого $U \in \mathcal{U}_n$. Розглядатимемо кожну множину $\mathcal{U}_n$ як дискретний топологічний простір, і нехай $s_n : X \to \mathcal{U}_n$ — відображення, означене так:

$$s_n(x) = U, \text{ якщо } x \in U \in \mathcal{U}_n \text{ для кожного } x \in X.$$

Тепер нехай $A \sqcup \mathcal{U} = A \sqcup \mathcal{U}_1 \sqcup \mathcal{U}_2 \sqcup \ldots$. Для кожного $n \in \mathbb{N}$ позначимо через $B\left(A, \frac{1}{n}\right)$ об'єднання всіх куль радіуса $1/n$ з центрами в множині A, тобто

$$B\left(A, \frac{1}{n}\right) = \left\{x \in X \mid d(x, A) < \frac{1}{n}\right\}.$$

Відомо, що для кожної пари неперетинних замкнених підмножин B і C сепарабельного нульвимірного метричного простору Y порожня множина є перегородкою між B і C, тобто існує відкрито-замкнена множина $V \subset Y$ така, що $B \subset V$ і $C \subset Y \setminus V$, [10]. Тому для кожного $n \in \mathbb{N}$ існує відкрито-замкнена множина $L_n \subset B\left(A, \frac{1}{n}\right)$ така, що $A \subset L_n$. Означимо тепер відображення $g_n : X \to A \sqcup \mathcal{U}$ для $n \in \mathbb{N}$ формулою

$$g_n(x) = \begin{cases} s_n(x), & \text{якщо } x \in X \setminus L_n, \\ s(x), & \text{якщо } x \in L_n. \end{cases}$$

Нескладно переконатися, що кожна з функцій g_n є неперервною. Візьмемо дві довільні різні точки $a, b \in A$ і розглянемо оператор $H : \mathbb{R}^{A\times A} \to \mathbb{R}^{(A\sqcup\mathcal{U})\times(A\sqcup\mathcal{U})}$, означений так:

$$H(\rho)(x,y) = \begin{cases} \rho(x,y), & \text{якщо } x, y \in A; \\ \max\{\rho(x,a), \rho(x,b)\}, & \text{якщо } x \in A,\ y \in \mathcal{U}; \\ \max\{\rho(a,y), \rho(b,y)\}, & \text{якщо } x \in \mathcal{U},\ y \in A; \\ \rho(a,b), & \text{якщо } x, y \in \mathcal{U} \text{ і } x \neq y; \\ 0, & \text{якщо } x = y \end{cases}$$

для довільних $x, y \in A \sqcup \mathcal{U}$ і $\rho \in \mathbb{R}^{A\times A}$.

Твердження 1. *Відображення H є оператором продовження, який зберігає неперервні ультраметрики, задані на A.*

Доведення. Легко бачити, що H продовжує функції з $\mathbb{R}^{A\times A}$ на $(A \sqcup \mathcal{U}) \times (A \sqcup \mathcal{U})$ і що H зберігає неперервні функції та (псевдо)метрики. Доведемо, що H зберігає ультраметрики. Візьмемо довільну ультраметрику $\rho \in \mathcal{UM}(A)$ і зафіксуємо точки $x, y, z \in A \sqcup \mathcal{U}$. Для перевірки виконання нерівності ультраметрики для $H(\rho)$ розглянемо кілька випадків. Спочатку припустимо, що всі точки x, y та z різні. Тоді отримаємо такі випадки:

1) $x, y, z, \in A$. Тоді $H(\rho)(x,y) = \rho(x,y)$, $H(\rho)(x,z) = \rho(x,z)$ і $H(\rho)(y,z) = \rho(y,z)$ і, отже, нерівність очевидна;

2) $x, y \in A$, $z \in \mathcal{U}$. Тоді $H(\rho)(x,y) = \rho(x,y)$, $H(\rho)(x,z) = \max\{\rho(x,a), \rho(x,b)\}$ і $H(\rho)(y,z) = \max\{\rho(y,a), \rho(y,b)\}$. Оскільки $\rho(x,y) \leq \max\{\rho(x,a), \rho(y,a)\}$ і $\rho(x,y) \leq$ $\leq \max\{\rho(x,b), \rho(y,b)\}$, то отримаємо

$$H(\rho)(x,y) \leq \max\{\rho(x,a), \rho(y,a), \rho(x,b), \rho(y,b)\} =$$

$$= \max\{H(\rho)(x,z), H(\rho)(y,z)\};$$

3) $x \in A$, $y, z \in \mathcal{U}$. Маємо $H(\rho)(x,y) = H(\rho)(x,z) = \max\{\rho(x,a), \rho(x,b)\}$, тому нерівність ультраметрики очевидна;
4) $y \in A$, $x, z \in \mathcal{U}$. Тоді $H(\rho)(x,y) = H(\rho)(y,z) = \max\{\rho(a,y), \rho(b,y)\}$ і бажана нерівність знову очевидно виконується;
5) $z \in A$, $x, y \in \mathcal{U}$. Отримуємо $H(\rho)(x,z) = H(\rho)(y,z) = \max\{\rho(z,a), \rho(z,b)\}$ і $H(\rho)(x,y) = \rho(a,b)$. Оскільки $\rho(a,b) \leq \max\{\rho(a,z), \rho(b,z)\}$, ми одержимо

$$H(\rho)(x,y) \leq \max\{H(\rho)(x,z), H(\rho)(y,z)\};$$

6) $x, y, z \in \mathcal{U}$. Цей випадок тривіальний, оскільки $H(\rho)(x,y) = H(\rho)(x,z) =$ $= H(\rho)(y,z) = \rho(a,b)$. Припустимо, що не всі точки x, y, z різні. Якщо $x = y$ або $x = y = z$, то нерівність ультраметрики очевидна. Якщо $y = z$, то $H(\rho)(x,y) = H(\rho)(x,z)$. Зрештою, якщо $x \neq y$, то $H(\rho)(x,y) = H(\rho)(x,z)$ або $H(\rho)(x,y) = H(\rho)(y,z)$. Отже, $H(\rho)$ – ультраметрика на $A \sqcup \mathcal{U}$. Оскільки H зберігає неперервні функції, то бачимо, що $H(\rho)$ – неперервна ультраметрика на $A \sqcup \mathcal{U}$.

Означимо відображення $v : \mathbb{R}^{A \times A} \to \mathbb{R}^{X \times X}$ такою формулою:

$$v(\rho)(x,y) = \max\{H(\rho)(g_n(x), g_n(y)) \mid n \in \mathbb{N}\}$$

для всіх $x, y \in X$ і $\rho \in \mathbb{R}^{A \times A}$. Якщо $x, y \in X \setminus A$, то існує натуральне число m таке, що $d(x, A) \geq 1/m$ і $d(y, A) \geq 1/m$ і, отже, $x, y \in X \setminus L_m$. Тоді для всіх $n \geq m$ отримаємо $g_n(x), g_n(y) \in \mathcal{U}$, тому

$$H(\rho)(g_n(x), g_n(y)) \leq \rho(a,b).$$

Якщо $x \in A$ і $y \in X \setminus A$, то матимемо

$$H(\rho)(g_n(x), g_n(y)) = \max\{\rho(x,a), \rho(x,b)\}$$

для всіх n, більших від деякого натурального числа $m' \in \mathbb{N}$. Нарешті, якщо $x, y \in A$, то отримаємо $H(\rho)(g_n(x), g_n(y)) = H(\rho)(s(x), s(y)) = H(\rho)(x,y) = \rho(x,y)$ для всіх $n \in \mathbb{N}$. Отож, відображення v визначене коректно і є оператором продовження.

Твердження 2. *Оператор v зберігає неперервні ультраметрики.*

Доведення. Нехай ρ — неперервна ультраметрика на A. Очевидно, що умова симетрії правильна для $v(\rho)$. Візьмемо довільні точки x, y, z з X. Використовуючи твердження 1, одержимо

$$v(\rho)(x,y) = \max\{H(\rho)(g_n(x), g_n(y)) \mid n \in \mathbb{N}\} \leq$$

$$\leq \max\{\max\{H(\rho)(g_n(x), g_n(z)), H(\rho)(g_n(y), g_n(z))\} \mid n \in \mathbb{N}\} =$$
$$= \max\{\max\{H(\rho)(g_n(x), g_n(z)) \mid n \in \mathbb{N}\}, \max\{H(\rho)(g_n(y), g_n(z)) \mid n \in \mathbb{N}\}\} =$$
$$= \max\{v(\rho)(x,z), v(\rho)(y,z)\}.$$

Залишається довести, що $v(\rho)(x,y) > 0$ при $x \neq y$. Для цього зафіксуємо довільні $x, y \in X$ такі, що $x \neq y$.

Якщо $x, y \in A$ то $v(\rho)(x,y) = \rho(x,y) > 0$, бо ρ – метрика на A. Тепер розглянемо випадок, коли $x \in A$ і $y \notin A$. Існує натуральне число m таке, що $d(y, A) > 1/m$, тому $y \notin L_m$. Тоді $g_m(x) = x$ і $g_m(y) = s_m(y) \in \mathcal{U}_m$. Отримаємо $H(\rho)(x, s_m(y)) = \max\{\rho(x,a), \rho(x,b)\} \geq \rho(a,b) > 0$. Звідси випливає $v(\rho)(x,y) > 0$.

Нарешті припустимо, що $x, y \in X \setminus A$. Тоді існує число $m \in \mathbb{N}$ таке, що $d(x, A) > 1/m$, $d(y, A) > 1/m$ і тому $x, y \in X \setminus L_m$. Можна вибрати число m достатньо великим, щоб $d(x,y) > 2^{-m+1}$. За означенням функції g_m отримаємо $g_m(x) = s_m(x)$ і $g_m(y) = s_m(y)$. Оскільки $\mathrm{diam}(U) < 2^{-m}$ для будь-якого $U \in \mathcal{U}_m$, то бачимо, що точки x та y не можуть міститися в одному елементі покриття $\mathcal{U}_m$, бо $d(x,y) > 2^{-m}$. Тому одержимо $g_m(x) \neq g_m(y)$ і як наслідок $H(\rho)(g_m(x), g_m(y)) = \rho(a,b) > 0$. Звідси випливає, що $v(\rho)(x,y) > 0$. Отже, оператор v зберігає ультраметрики. За неперервністю функцій $\{g_n \mid n \in \mathbb{N}\}$, операції взяття поточкового максимуму та за властивостями оператора H отримуємо неперервність ультраметрики $v(\rho)$ на X.

Твердження 3. *Оператор v неперервний щодо топології поточкової збіжності на $\mathcal{UM}(A)$.*

Доведення. Нехай $\{\rho_\lambda\}_{\lambda \in \Lambda}$ – напрямленість в $\mathcal{UM}(A)$, що збігається поточково до $\rho \in \mathcal{UM}(A)$ на $A \times A$. Візьмемо довільну точку $(x,y) \in X \times X$ і розглянемо кілька випадків.

1. $(x,y) \in (X \setminus A) \times (X \setminus A)$. Існує $m \in \mathbb{N}$ таке, що $g_n(x) \in \mathcal{U}$ і $g_n(y) \in \mathcal{U}$ для кожного $n \geq m$. Тоді одержимо $H(\rho)(g_n(x), g_n(y)) \leq \rho(a,b)$ і $H(\rho_\lambda)(g_n(x), g_n(y)) \leq \rho_\lambda(a,b)$ для всіх $n \geq m$ і $\lambda \in \Lambda$. Тому маємо

$$v(\rho)(x,y) = \max\{H(\rho)(g_n(x), g_n(y)) \mid n \in \{1, \ldots, m\}\}$$

і

$$v(\rho_\lambda)(x,y) = \max\{H(\rho_\lambda)(g_n(x), g_n(y)) \mid n \in \{1, \ldots, m\}\}$$

для всіх $\lambda \in \Lambda$. Виберемо довільне $\varepsilon > 0$. За умовою існує індекс $\lambda_0 \in \Lambda$ такий, що для всіх $\lambda \geq \lambda_0$ виконуються такі нерівності: $|\rho(s(x), s(y)) - \rho_\lambda(s(x), s(y))| < \varepsilon$, $|\rho(s(x), a) - \rho_\lambda(s(x), a)| < \varepsilon$, $|\rho(s(x), b) - \rho_\lambda(s(x), b)| < \varepsilon$, $|\rho(a, s(y)) - \rho_\lambda(a, s(y))| < \varepsilon$, $|\rho(b, s(y)) - \rho_\lambda(b, s(y))| < \varepsilon$ і $|\rho(a,b) - \rho_\lambda(a,b)| < \varepsilon$. Візьмемо довільне $\lambda \geq \lambda_0$. Тоді для кожного $n \in \{1, \ldots, m\}$ спочатку припустимо, що $g_n(x) \neq g_n(y)$ і розглянемо кілька випадків:

(i) $g_n(x), g_n(y) \in A$. Тоді

$$|H(\rho)(g_n(x), g_n(y)) - H(\rho_\lambda)(g_n(x), g_n(y))| = |\rho(s(x), s(y)) - \rho_\lambda(s(x), s(y))| < \varepsilon.$$

(ii) $g_n(x) \in A, g_n(y) \in \mathcal{U}$. Тоді

$$|H(\rho)(g_n(x), g_n(y)) - H(\rho_\lambda)(g_n(x), g_n(y))| =$$

$$= |\max\{\rho(s(x),a),\rho(s(x),b)\} - \max\{\rho_\lambda(s(x),a),\rho_\lambda(s(x),b)\}| < \varepsilon.$$

(iii) $g_n(x) \in \mathcal{U}, g_n(y) \in A$. Отримаємо

$$|H(\rho)(g_n(x),g_n(y)) - H(\rho_\lambda)(g_n(x),g_n(y))| =$$

$$= |\max\{\rho(a,s(y)),\rho(b,s(y))\} - \max\{\rho_\lambda(a,s(y)),\rho_\lambda(b,s(y))\}| < \varepsilon.$$

(iv) $g_n(x), g_n(y) \in \mathcal{U}$. Матимемо

$$|H(\rho)(g_n(x),g_n(y)) - H(\rho_\lambda)(g_n(x),g_n(y))| = |\rho(a,b) - \rho_\lambda(a,b)| < \varepsilon.$$

Очевидно, що отримаємо потрібну нерівність, якщо $g_n(x) = g_n(y)$ для деякого $n \in \{1,\dots,m\}$. Отже,

$$|H(\rho)(g_n(x),g_n(y)) - H(\rho_\lambda)(g_n(x),g_n(y))| < \varepsilon$$

для кожного $\lambda \geq \lambda_0$ і всіх $n \in \{1,\dots,m\}$. Звідси, $|v(\rho)(x,y) - v(\rho_\lambda)(x,y)| < \varepsilon$ для всіх $\lambda \geq \lambda_0$.

2. $x \in A$, $y \in X \setminus A$. Подібно до попереднього випадку, існує натуральне число m_1 таке, що $H(\rho)(g_n(x),g_n(y)) \leq \rho(a,b)$ і $H(\rho_\lambda)(g_n(x),g_n(y)) \leq \rho_\lambda(a,b)$ для всіх $n \geq m_1$ і $\lambda \in \Lambda$. Нехай $\varepsilon > 0$ — довільне. Тоді існує $\lambda_1 \in \Lambda$ таке, що для всіх $\lambda \geq \lambda_1$ матимемо $|\rho(x,s(y)) - \rho_\lambda(x,s(y))| < \varepsilon$, $|\rho(x,a) - \rho_\lambda(x,a)| < \varepsilon$, і $|\rho(x,b) - \rho_\lambda(x,b)| < \varepsilon$. Візьмемо довільні індекс $\lambda \geq \lambda_1$ і число $n \in \{1,\dots,m_1\}$. Оскільки $x \in A$, то одержимо $g_n(x) = x$. Якщо $g_n(y) \in A$, то

$$|H(\rho)(x,g_n(y)) - H(\rho_\lambda)(x,g_n(y))| = |\rho(x,s(y)) - \rho_\lambda(x,s(y))| < \varepsilon.$$

Якщо $g_n(y) \in \mathcal{U}$, то отримаємо

$$|H(\rho)(x,g_n(y)) - H(\rho_\lambda)(x,g_n(y))| =$$

$$= |\max\{\rho(x,a),\rho(x,b)\} - \max\{\rho_\lambda(x,a),\rho_\lambda(x,b)\}| < \varepsilon.$$

Отож, $|v(\rho)(x,y) - v(\rho_\lambda)(x,y)| < \varepsilon$ для всіх $\lambda \geq \lambda_1$.

3. $y \in A$, $x \in X \setminus A$. Доведення таке саме, як у випадку **2**.

4. $x,y \in A$. Оскільки $v(\rho)(x,y) = \rho(x,y)$ і $v(\rho_\lambda)(x,y) = \rho_\lambda(x,y)$ для всіх $\lambda \in \Lambda$, то одержимо $v(\rho_\lambda)(x,y) \to v(\rho)(x,y)$ і доведення завершено.

Твердження 4. *Для довільних* $\rho, \sigma \in \mathcal{UM}(A)$ *і* $c > 0$ *маємо* $v(\rho \vee \sigma) = v(\rho) \vee v(\sigma)$ *і* $v(c\rho) = cv(\rho)$.

Доведення цього твердження очевидне. Разом твердження 1–4 становлять доведення теореми 1.

---

1. *Hausdorff F.* Erweiterung einer Homöomorphie // Fund. Math. – 1930. – Vol. 16. – P. 353-360.

2. *Bessaga C.* Functional analytic aspects of geometry. Linear extending of metrics and related problems // Progress in functional analysis (Peñíscola). – 1990. – P. 247-257; North-Holland Math. Stud (North-Holland, Amsterdam). – 1992. – Vol. 170.
3. *Banakh T.* AE(0)-spaces and regular operators extending (averaging) pseudometrics // Bull. Polon. Acad. Sci. Ser. Sci. Math. – 1994. – Vol. 42. – P. 197-206.
4. *Pikhurko Oleg.* Extending metrics in compact pairs // Mat. Stud. – 1994. – Vol. 3. – P. 103-106.
5. *Zarichnyi M.* Regular linear operators extending metrics: a short proof // Bull. Polish. Acad. Sci. – 1996. – Vol. 44. – N 3. – P. 268-269.
6. *Banakh T., Bessaga C.* On linear operators extending pseudo]metrics // Bull. Polish Acad. Sci. Math. – 2000. – Vol. 48. – N 1. – P. 35-49.
7. *Tymchatyn E. D., Zarichnyi M.* A note on operators extending partial ultrametrics.– Preprint.
8. *Stasyuk I. Z.* On a homogeneous operator extending partial ultrametrics // Mat. Stud. – 2004. – Vol. 22. – N 1. – P. 73-78.
9. *Borsuk K.* Theory of Retracts. – Warszawa, 1967.
10. *Engelking R.* Dimension Theory. – Math. Library, North-Holland, 1978.

OPERATORS OF EXTENSION OF PARTIAL CONTINUOUS ULTRAMETRICS IN POINTWISE CONVERGENCE TOPOLOGY

Ihor Stasyuk

Ivan Franko National University of Lviv,
Universitetska Str., 1 79000 Lviv, Ukraine

We consider the problem of extension of continuous ultrametrics defined on a closed subset of a separable zero-dimensional metrizable space. We construct a homogeneous extension operator which preserves the operation of pointwise maximum and is continuous with respect to the topology of pointwise convergence.

Key words: zero-dimensional space, ultrametric, extension operator, homogeneity, pointwise convergence topology.

Стаття надійшла до редколегії 24.09.2004

Прийнята до друку 19.10.2005