не міститиме змінної x і його можна буде проінтегрувати в квадратурах. Якщо $a=0$, то коефіцієнти A, B, C будуть сталими, $(U_1, U_2)f=0$ і канонічними змінними в цьому випадку будуть

$$\zeta = x + \int \frac{y\,dy}{y^3+Ay^2+By+C}, \qquad x = -\int \frac{dy}{y^3+Ay^2+By+C} \tag{27}$$

Аналогічно можна розглянути деякі інші випадки задавання функцій $\xi_1(x)$ і $\xi_2(x)$, які приводять до рівняння виду (15), що інтегруються в квадратурах.

Література

1. К а м к е Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. ГИФМЛ, М., 1961.
2. О в с я н н и к о в Л. В. Групповые свойства дифференциальных уравнений. Изд-во Сибирского отделения АН СССР, 1962.
3. S. L i e. Vorlesungen über Differentialgleichungen mit bekannten infinitesimalen Transformationen. Leipzig, 1891.

УДК 517.55

І.І.ЧУЛИК

ПРО ОБЛАСТЬ ЗБІЖНОСТІ РЯДУ ДІРІХЛЕ ВІД ДВОХ КОМПЛЕКСНИХ ЗМІННИХ

Нехай ряд Діріхле

$$f(z,w) = \sum_{k,l=0}^{\infty} a_{kl}\, e^{\mu_k z + \nu_l w} \tag{1}$$

збігається в повній трубчастій області T_B [1,4], де $\{\mu_k\}$ та $\{\nu_l\}$ - послідовності чисел, що задовольняють умови

$$0 \le \mu_0 < \mu_1 < \ldots ; \qquad 0 \le \nu_0 < \nu_1 < \ldots ,$$

$$\lim_{k\to\infty} \mu_k = \infty , \qquad \lim_{l\to\infty} \nu_l = \infty ,$$

$$\lim_{k\to\infty} \frac{\ln k}{\mu_k} = \lim_{l\to\infty} \frac{\ln l}{\nu_l} = 0 .$$

Позначимо: E - евклідів простір змінних μ, ν, λ; E_f - множина точок (μ_k, ν_l) площини $\mu\nu$, для яких $a_{kl} \ne 0$; $\bar{Q}_f$ - опукла оболонка множини E_f. Для кожної точки $(\mu_k, \nu_l) \in E_f$ побудуємо в E точку $P_{kl}(\mu_k, \nu_l, -\ln|a_{kl}|)$. Множину всіх точок P_{kl} позначимо через Φ_0, а опуклу оболонку множини Φ_0 – через $\bar{\Phi}_f$ [2].

Нехай

$$\varkappa(\mu,\nu) = \inf_{(\mu,\nu,\lambda)\in\bar{\Phi}_f} \lambda ,$$

тоді поверхню, яка описується в E рівнянням

$$\lambda = \varkappa(\mu,\nu), \qquad (\mu,\nu) \in \bar{Q}_f , \tag{2}$$

назвемо діаграмою Ньютона ϑ_f ряду (1).

Т е о р е м а 1. Функція $\varkappa(\mu,\nu)$ опукла на множині $\bar{Q}_f$.

Введемо функцію $T(\mu,\nu) = exp(-\varkappa(\mu,\nu))$, визначену і неперервну на $\bar{Q}_f$. Ряд

$$\mathfrak{M}_f(z,w) = \sum_{k,l=0}^{\infty} T_{kl}\, e^{\mu_k z + \nu_l w} , \tag{3}$$

де $T_{kl} = T(\mu_k, \nu_l)$, назвемо мажорантою Ньютона ряду (1). Очевидно, що $|a_{kl}| \le T_{kl}$. Позначимо через c_1 і c_2 абсциси збіжності рядів $\mathfrak{M}_f(z, -\infty)$ та $\mathfrak{M}_f(-\infty, w)$ відповідно [3].

Т е о р е м а 2. Якщо c_1, c_2 – скінченні, то для будь-яких $q \in [0,1]$ існує опукла функція

$$F(1-q,q) = \lim_{t\to\infty} \frac{\varkappa[(1-q)t,\ qt]}{t} .$$

Т е о р е м а 3. Поверхня $\lambda = F(\mu,\nu)$ є асимптотичним конусом множини ϑ_f.

Позначимо через M інтервал (0,1), а через m множину точок розриву похідної функції $F(1-q,q)$ на $(0,1)$. Множина m скінченна або зчисленна, причому похідна $F_q=\frac{dF}{dq}$ допускає лише розриви першого роду. У кожній точці інтервалу (0,1) існують скінченні ліва F_q^- та права F_q^+ похідні, ліва похідна в точці q не перевищує правої, а обидві похідні зростають разом з q.

Кожній точці $q \in M \setminus m$ зіставимо в площині $xy\left(x=Re\,z,\ y=Re\,w\right)$ точку

$$x=F-qF_q\ ;\qquad y=F+(1-q)F_q\,, \tag{4}$$

зокрема точку $(b,\ a+b)$ у випадку, якщо $F(1-q,q)=aq+b$ на проміжку $[q_1,q_2]\in M\setminus m$, де a, b – сталі.

Кожній точці $q\in m$ зіставимо пряму

$$(1-q)x+qy=F\,, \tag{5}$$

$$\begin{cases} F-qF_q^+\le x\le F-qF_q^-\,,\\ F+(1-q)F_q^-\le y\le F+(1-q)F_q^+\,, \end{cases} \tag{6}$$

У випадку $q=0,\ q=1$ та скінченних F_0^+ та F_1^- одержимо відповідні промені

$$x=C_1\,,\qquad y\le C_1+F_0^+\,, \tag{7}$$

$$y=C_2\,,\qquad x\le C_2-F_1^-\,. \tag{8}$$

Якщо $\lim\limits_{q\to+0}F_q=-\infty$, $\lim\limits_{q\to1-0}F_q=+\infty$, то промені (7), (8) вироджуються в нескінченно віддалені точки із скінченною абсцисою та ординатою.

Рівняння (4)-(8) описують криву

$$\psi(x,y)=0. \tag{9}$$

Крива (9) неперервна та опукла.

Т е о р е м а 4. Числа x, y, які задовольняють (9), є спряженими абсцисами збіжності ряду (3).

Л і т е р а т у р а

1. Г р о м о в В. П. Кратные ряды полиномов Дирихле. Сибирский математический журнал, X, № 3, 1969.

2. К а р д а ш А. І., К о с т о в с ь к и й О. М., Ч у л и к І. І. Мажоранти та діаграми Ньютона функцій багатьох змінних. Вісник Львівського ун-ту, сер. мех.-мат., вип. 3, 1967.

3. Ц е г е л и к Г. Г. Теория мажорант и диаграмм Ньютона рядов Дирихле и ее приложения. Тезисы докладов Всесоюзной конференции по теории функций комплексного переменного. Харьков, 1971.

4. A r t e m i a d e s N i c o l a s. Sur les séries de Dirichlet a deux variables. Bull. sci. math., 77, mars-avril, 1953.

УДК 518:512.39

Ю.М.ЩЕРБИНА

ОДИН ІТЕРАЦІЙНИЙ МЕТОД ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ НЕЛІНІЙНИХ АЛГЕБРАЇЧНИХ І ТРАНСЦЕНДЕНТНИХ РІВНЯНЬ

Для розв'язування нелінійного алгебраїчного або трансцендентного рівняння

$$f(x)=0 \tag{1}$$

пропонується обчислювальний алгоритм

$$x_{n+1}=x_n-\frac{f(x_n)}{(1-\beta)f'(x_n)+\beta f'\left(x_n-\frac{1}{2\beta}\,\frac{f(x_n)}{f'(x_n)}\right)}, \tag{2}$$

де β - дійсне число, $n=0,1,2,\ldots$

Т е о р е м а 1. Нехай виконуються умови:

1) на відрізку $R=\left\{x:|x-x_0|\le\left(\frac{1}{1-h^2}+\frac{1}{2|\beta|}\right)\eta_0\right\}$

$$|f'(x)|\ge b,\qquad |f''(x)|\le q,\qquad |f'''(x)|\le k;$$