де ε_{ij} – дискримінантний тензор [1]. Підставляючи (14) в (13), дістаємо тотожність

$$e^2 e_1 (1 + \varepsilon_{21} \varepsilon'^{12}) = 0,$$

оскільки $\varepsilon_{21} \varepsilon'^{12} = -1$.

Таким чином, згідно з (12), на поверхні S координатна сітка, яка є сіткою Тіссо відображення $\sum'$, містить в собі прямолінійні твірні цієї поверхні.

До такого ж висновку приходимо, досліджуючи умови (11).

Теорему доведено.

Література

1. Норден А. П. Теория поверхностей. Гостехиздат, М., 1956.

УДК 517.512

Г.П.ГУБАНОВ, Б.В.КОВАЛЬЧУК

ОЦІНКА ЗАЛИШКУ ПРИ НАБЛИЖЕННІ НЕПЕРІОДИЧНИХ ФУНКЦІЙ КЛАСУ ЛІПШИЦЯ ПОЛІНОМАМИ, ЯКІ ПОБУДОВАНІ НА ОСНОВІ ПОЛІНОМІВ, НАЙКРАЩИХ У ЗАДАНІЙ СИСТЕМІ ТОЧОК

Нехай $MH^{\alpha}(-1,1)\ (0<\alpha<1)$ позначає клас функцій $f(x)$, що задовольняють умову Ліпшиця степеня α з константою M на відрізку $[-1,1]$, а $P_n(f;x)$ – поліном степеня $(n-1)$, що наближає функцію $f(x)$ найкращим способом в системі точок $x_k = \cos\frac{k\pi}{n}$.

Розглянемо зрізані середні арифметичні суми від поліномів $P_n(f;x)$, які мають вигляд

$$\bar{g}_{n,p}(f,x)=\frac{1}{2n(p+1)}\sum_{k=1}^{2n} f(x_k)\left[D_{n,p}(x-x_k)+D_{n,p}(x+x_k)\right],$$

де

$$D_{n,p}(u)=\sin\frac{2n-p-1}{2}u\sin\frac{p+1}{2}u\operatorname{cosec}^2\frac{1}{2}u, \qquad 0<p<n,$$

та лінійний процес наближення

$$\bar{V}_n(f;x;\Lambda)=\frac{c_0}{2}+\sum_{k=1}^{n-1} c_k\lambda_k^{(n-1)}\cos k\arccos x,$$

побудований на основі полінома $P_n(f;x)$ за допомогою трикутної матриці чисел $\Lambda=\left\{\lambda_k^{(n-1)}\right\}$, $k=0,1,2,\ldots,n$; $\lambda_0^{(n-1)}=1$; $\lambda_n^{(n-1)}=0$, $n=1,2,\ldots$

Нами вивчається асимптотична поведінка величин

$$E_{n,p}(MH^\alpha(-1,1);x)=\sup_{f\in MH^\alpha(-1,1)}\left|f(x)-\bar{g}_{n,p}(f,x)\right|,$$

$$E_n(MH^\alpha(-1,1);x;\Lambda)=\sup_{f\in MH^\alpha(-1,1)}\left|f(x)-\bar{V}_n(f,x;\Lambda)\right|.$$

Т е о р е м а 1. При $0<\alpha<1$ і $n\to\infty$ має місце асимптотична рівність

$$E_{n,p}(MH^\alpha(-1,1);x)=\frac{M|\sin n\arccos x|}{\pi^{1-\alpha}}\left(\frac{\sqrt{1-x^2}}{n}\right)^\alpha \ln\frac{n}{p+1}+O(n^{-\alpha}),$$

$$x\neq\cos\frac{k\pi}{n},$$

рівномірно відносно всіх p $(0\le p\le n)$, $n=1,2,\ldots$ і $x\in[-1,1]$,

причому

$$E_{n,p}\left(MH^\alpha(-1,1);\cos\frac{k\pi}{n}\right)=O(n^{-\alpha}).$$

Т е о р е м а 2. Якщо матриця $\lambda_k^{(n-1)}$ $(k=0,1,2,\ldots,n;\ \lambda_0^{(n-1)}=1,\ \lambda_n^{(n-1)}=0,\ n=1,2,\ldots)$ при всіх n опукла відносно k, тобто $\Delta^2\lambda_k^{(n-1)}\le 0$, а $1-\lambda_1^{(n-1)}=O(n^{-1})$, то при $0<\alpha<1$ рівномірно відносно всіх $x\in[-1,1]$ і p $(0<p<n)$ справедлива асимптотична рівність

$$E_n(MH^\alpha(-1,1);x;\Lambda)=\frac{M|\sin n\arccos x|}{\pi^{1-\alpha}}\left(\frac{\sqrt{1-x^2}}{n}\right)^\alpha\sum_{k=1}^{n-1}\frac{\lambda_k^{(n-1)}}{n-k}+O(n^{-\alpha}),$$

$$x\neq\cos\frac{k\pi}{n},$$

причому

$$E_n\left(MH^{\alpha}(-1,1);\ \cos\frac{k\pi}{n};\ \Lambda\right)=O(n^{-\alpha}).$$

З а у в а ж е н н я I. У періодичному випадку теореми I,2 доведені нами раніше [2,3].

З а у в а ж е н н я 2. Для інтерполяційних поліномів аналогічні результати були одержані в роботі [I]. Для класу функцій, що задовольняють умову $|f(x'')-f(x')|\leq M|x''-x'|$ теорема I (при p=o) і теорема 2 (при $\lambda_k^{(n-1)}=1$) були доведені в [4].

Під час доведення теорем I,2 спираємося на деякі результати, одержані в [4], а також використовуємо метод, застосований у [I].

Л і т е р а т у р а

I. Г а н з б у р г И. М. Распространение одной асимптотической формулы А.Ф.Тимана на классы функций с заданным модулем непрерывности. Изв. АН СССР, серия матем., 27, 1963.

2. Г у б а н о в Г. П., К о в а л ь ч у к Б. В. Про лінійні процеси наближення класів функцій тригонометричними поліномами, найкращими в заданій системі точок. Вісник Львівського ун-ту, серія мех.-мат., вип. 4, 1969.

3. К о в а л ь ч у к Б. В., Г у б а н о в Г. П. Оцінка залишку при наближенні періодичних функцій зрізаними середніми від поліномів, найкращих в заданій системі точок. Вісник Львівського ун-ту, серія мех.-мат., вип. I, 1965.

4. О л о в я н и ш н и к о в В. М. Оценка остатка при приближении периодических функций, удовлетворяющих условию Липшица, полиномами, наилучшими в заданной системе точок. ДАН СССР, 71, 1950, № 4.