УДК 517.948

С.П.ЛАВРЕНЮК

ЄДИНІСТЬ РОЗВ'ЯЗКУ ОБЕРНЕНОЇ ЗАДАЧІ ПОТЕНЦІАЛУ ПРОСТОГО ШАРУ

Нехай T_α ($\alpha = 1,2$) - скінченні області, обмежені поверхнями S_α і $\mu_\alpha(x)$ ($\alpha = 1,2$) функції, визначені у всьому просторі $E^n (n \geq 2)$;

$$V(x; S_\alpha; \mu_\alpha) = \int\limits_{S_\alpha} \mu_\alpha(y) K(x,y) d_y S$$

- потенціал простого шару. Тут $K(x,y)$ - фундаментальний розв'язок рівняння Лапласа. Потрібно знайти умови для поверхонь S_α і густин $\mu_\alpha(x)$ ($\alpha=1,2$), щоб з рівності зовнішніх потенціалів [1-3]

$$V(x; S_1; \mu_1) = V(x; S_2; \mu_2), \quad x \in E^n \setminus (\bar{T}_1 \cup \bar{T}_2)$$

випливала рівність

$$S_1 = S_2, \qquad \mu_1 = \mu_2 .$$

Нехай ρ, θ сферичні координати точки простору E^n.

Т е о р е м а 1. Нехай S_α ($\alpha = 1,2$) випуклі кусково-гладкі поверхні і μ обмежена сумована функція, постійна на кожному промені, який виходить з точки $O \in (\bar{T}_1 \cap \bar{T}_2)$, тобто $\mu = \mu(\theta)$. Якщо потенціали простого шару $V(x; S_\alpha; \mu)$ задовольняють умову

$$V(x; S_1; \mu) = V(x; S_2; \mu), \quad x \in E^n \setminus (\bar{T}_1 \cup \bar{T}_2),$$

то $S_1 = S_2$.

З а у в а ж е н н я 1. Якщо $V(x; S_1; \mu_1) = V(x; S_2; \mu_2)$ для $x \in E^n \setminus (\bar{T}_1 \cup \bar{T}_2)$, де S_α ($\alpha = 1,2$) поверхні класу $A^{(1,\lambda)}$, $\mu_\alpha(x)$ ($\alpha = 1,2$) довільні обмежені сумовані функції, то $T_1 \cap T_2 \neq \emptyset$.

Позначимо через S^e, S^i відповідно границі областей $T_1 \cup T_2$, $T_1 \cap T_2$, і, крім того,

$$S_\alpha^e = S^e \cap S_\alpha , \qquad S_\alpha^i = S^i \cap S_\alpha$$

Т е о р е м а 2. Нехай S_α $(\alpha = 1,2)$ – випуклі кусково-гладкі поверхні, μ_α $(\alpha = 1,2)$ – обмежені сумовані функції, постійні на кожному промені, який виходить з точки $O \in (\bar{T}_1 \cap \bar{T}_2)$, і задовольняють умову

$$\mu_1(\theta) > \mu_2(\theta) > 0.$$

Якщо потенціали простого шару $V(x; S_\alpha; \mu_\alpha)$ задовольняють умову

$$V = (x, S_1; \mu_1) = V(x; S_2; \mu_2), \quad x \in E^n \setminus (\bar{T}_1 \cup \bar{T}_2),$$

то $\bar{T}_2 \supset \bar{T}_1$.

Т е о р е м а 3. Нехай для поверхонь S_α $(\alpha = 1,2)$ класу $A^{(1,2)}$ і додатних обмежених сумованих функцій $\mu_\alpha(x)$ $(\alpha = 1,2)$ має місце хоча б одна з нерівностей

$$\int_{S_2^i} \mu_2 \, ds < \int_{S_1^e} \mu_1 \, ds,$$

$$\int_{S_1^i} \mu_1 \, ds < \int_{S_2^e} \mu_2 \, ds.$$

Тоді існує принаймні одна точка $\bar{x} \in E^n \setminus (\bar{T}_1 \cup \bar{T}_2)$, в якій

$$V(\bar{x}, S_1, \mu_1) \neq V(\bar{x}, S_2; \mu_2).$$

З а у в а ж е н н я 2. Нехай S_α $(\alpha = 1,2)$ поверхні класу $A^{(1,2)}$. Для того, щоб мала місце рівність $V(x; S_1; 1) = V(x; S_2; 1)$ для $x \in E^n \setminus (\bar{T}_1 \cup \bar{T}_2)$ необхідно, щоб $mes\, S_1 = mes\, S_2$.

Л і т е р а т у р а

1. П р и л е п к о А. И. О единственности решения обратных задач метагармонических потенциалов. "Дифференциальные уравнения", 2, 1966, № 2, 194-204.

2. П р и л е п к о А. И. Об единственности определения формы и плотности тела в обратных задачах теории потенциала. ДАН СССР, 193, 1970, № 2, 288-291.

3. П р и л е п к о А. И. Об устойчивости и единственности решения обратных задач обобщенных потенциалов простого слоя. СМЖ, XII, 1971, № 4, 828-836.