УДК 24.2.531.1.

Ч.Н.КОЙФМАН

КОЛИВАННЯ ПРЯМОКУТНОЇ В ПЛАНІ ПОЛОГОЇ ОРТОТРОПНОЇ ОБОЛОНКИ ПІД ДІЄЮ РУХОМОГО НАВАНТАЖЕННЯ

Розглянемо задачу про рух ортотропної оболонки подвійної кривизни під дією рухомого навантаження в середовищі з опором. Як відомо [2] , ця задача зводиться до інтегрування рівняння

$$\frac{1}{R^4}\Delta_1\Delta_2\Delta_3\Delta_4 F+\frac{Ehm_2}{Dn_2}\Delta_k\Delta_k F+\frac{\varepsilon_1}{Dn_2}\frac{\partial}{\partial t}\Delta_3\Delta_4 F+ \\ +\frac{\rho h}{Dn_2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\Delta_3\Delta_4 F=\frac{ZR^4}{Dn_2}, \qquad (1)$$

де

$$Z=q_0-m_q\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}+\frac{2v}{R}\frac{\partial^2}{\partial\xi\partial t}+\frac{v^2}{R^2}\frac{\partial^2}{\partial\xi^2}\right)\Delta_3\Delta_4 F. \qquad (2)$$

Всі позначення такі ж, як і в [2].

Припустимо, що прямокутна в плані полога оболонка оперта шарнірно по краях $\eta=0$ та $\eta=\eta_1$. На двох інших краях граничні умови довільні. Після виконання синус-перетворення Фур"є [3] за змінною η над рівнянням [1] з врахуванням /2/ одержуємо

$$\left[\frac{1}{R^4}\left(\frac{\partial^4}{\partial\xi^4}-\beta\frac{j^2\pi^2}{\eta_1^2}\frac{\partial^2}{\partial\xi^2}+n^2\frac{j^4\pi^4}{\eta_1^4}\right)+\frac{m_q+\rho h}{Dn_2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}+ \right. \\ \left. +\frac{\varepsilon_1}{Dn_2}\frac{\partial}{\partial t}+\frac{2m_q v}{Dn_2 R}\frac{\partial^2}{\partial\xi\partial t}+\frac{m_q v^2}{Dn_2 R^2}\frac{\partial^2}{\partial\xi^2}\right]\times \qquad (3) \\ \times\left(\frac{\partial^4}{\partial\xi^4}-\alpha\frac{j^2\pi^2}{\eta_1^2}\frac{\partial^2}{\partial\xi^2}+m^2\frac{j^4\pi^4}{\eta_1^4}\right)\overline{F}\;+$$

$$+\frac{Ehm_2}{Dn_2}\left(k_2^2\frac{\partial^4}{\partial\xi^4}-2k_1k_2\frac{j^2\pi^2}{\eta_1^2}\frac{\partial^2}{\partial\xi^2}+k_1^2\frac{j^4\pi^4}{\eta_1^4}\right)\bar{F}=\frac{R^4\bar{q}_0}{Dn_2}.$$

Тут

$$\bar{F}=\int_0^{\eta_1}F\sin\frac{j\pi\eta}{\eta_1}d\eta,\qquad \bar{q}_0=\int_0^{\eta_1}q\sin\frac{j\pi\eta}{\eta_1}d\eta. \tag{4}$$

Якщо шукати розв"язок рівняння /3/ у вигляді [1]

$$F(\xi,j,t)=\varphi(\xi)\cos\omega t+\psi(\xi)\sin\omega t+\chi, \tag{5}$$

де χ – відомий частковий розв"язок, ω – шукана частота коливань, то для комплексної функції $\Phi(\xi)=\varphi(\xi)+i\psi(\xi)$ дістанемо однорідне звичайне диференціальне рівняння восьмого порядку з комплексними коефіцієнтами, характеристичне рівняння якого має вигляд

$$\Big[\frac{1}{R^4}\Big(k^4-\beta\frac{j^2\pi^2}{\eta_1^2}k^2+n^2\frac{j^4\pi^4}{\eta_1^4}\Big)-\frac{m_2+\rho h}{Dn_2}\omega^2-\frac{B_1}{Dn_2}\omega i-$$
$$-\frac{m_2}{Dn_2}\cdot\frac{2v}{R}i\omega k+\frac{m_2v^2}{Dn_2\cdot R^2}k^2\Big]\Big(k^4-\alpha\frac{j^2\pi^2}{\eta_1^2}k^2+m^2\frac{j^4\pi^4}{\eta_1^4}\Big)+ \tag{6}$$
$$+\frac{Ehm_2}{Dn_2}\Big(k_2^2k^4-2k_1k_2\frac{j^2\pi^2}{\eta_1^2}k^2+k_1^2\frac{j^4\pi^4}{\eta_1^4}\Big)=0.$$

Остаточно маємо $\Phi(\xi)=\sum_{i=1}^{8}C_ie^{k_i\xi}$, де k_i – корені рівняння /6/. Після задовольняння умов на краях $\xi=0$ та $\xi=\xi_1$ прирівнюємо до нуля визначник одержаної системи алгебраїчних рівнянь і дістаємо частотне рівняння задачі.

Зокрема, для ортотропної пластинки жорстко затиснутої по краях $\xi=\xi_1$, $\xi=0$ при $B_1=0$ /немає опору середовища/, $\rho h=0$ /рухома стрічка/, $\beta=2n$ /пружні сталі матеріалу задовольняють умову $\sqrt{E_2'/E_1'}+\mu=E_2'/2G$, яка виконується, наприклад, у випадку ізотропної пластинки/ це частотне рівняння

$$\Big(\delta^2+n\frac{j^2\pi^2}{\eta_1^2}\Big)sh\beta_1\xi_1\cdot\sin\gamma_1\xi_1+\beta_1\gamma_1(\cos2\delta\xi_1-$$
$$-\cos\gamma_1\xi_1\,ch\beta_1\xi_1)=0, \tag{7}$$

Тут позначено

$$\beta_1=\sqrt{\lambda_1^2-\left(\delta^2-n\frac{i^2\pi^2}{l_1^2}\right)}\,,\quad \gamma_1=\sqrt{\lambda_1^2+\left(\delta^2-n\frac{i^2\pi^2}{l_1^2}\right)}\,,$$

$$\delta^2=R^2\frac{m_2 v^2}{Dn_2\cdot 4}\,,\qquad \lambda_1^2=R^2\omega\sqrt{\frac{m_2}{Dn_2}}\,.$$

Відзначимо, що у випадку ортотропної шарнірно-опертої по всіх краях пологої оболонки під дією навантаження /2/ /без врахування сил Коріоліса/ частота коливань визначається формулою

$$\omega^2=\left(K_{ij}^2-\frac{m_2}{\rho h}\cdot\frac{i^2\pi^2 v^2}{a^2}\right)\Big/\left(1+\frac{m_2}{\rho h}\right). \tag{8}$$

де K_{ij} – частота вільних коливань оболонки [2] .

Л і т е р а т у р а

1. Г о р о ш к о О.А., К и б а С.П. О собственных и сопровождающих колебаниях одномерной упругой конструкции с подвижной нагрузкой. – "Прикладная механика", 1972, т.8, вып.1.

2. К о й ф м а н Ч.Н. Колебания прямоугольной в плане пологой конструктивно ортотропной оболочки. – В сб.: Динамика и прочность машин, вып.8, Изд-во Харьковского ун-та, 1968.

3. С н е д д о н И. Преобразования Фурье. М., ИЛ, 1955.