

ПІДСУМОВУВАННЯ РЯДІВ ФУР'Є РІВНОМІРНИХ
МАЙЖЕ ПЕРІОДИЧНИХ ФУНКЦІЙ МЕТОДОМ РІМАНА

Відомий метод Рімана [3] підсумовування рядів Фур'є неперервних періодичних функцій зводиться до множення членів ряду Фур'є на множники

$$\left(\frac{\sin nh}{nh}\right)^2 \quad (n=1, 2, \dots)$$

і до граничного переходу при $h \rightarrow 0$.

У цій роботі дається узагальнення цього методу на випадок підсумовування рядів Фур'є рівномірних майже періодичних функцій.

Т е о р е м а. Якщо $\sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{i\lambda_n x}$ є ряд Фур'є майже періодичної рівномірної функції $f(x)$, то

$$\lim_{h \rightarrow 0} \sup_x |f(x) - f(h, x)| = 0, \quad (1)$$

де

$$f(h, x) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\sin nh}{nh}\right)^2 A_n e^{i\lambda_n x} \quad (2)$$

Д о в е д е н н я. Числовий ряд $K \sum_{n=1}^{\infty} 1/n^2$, де $K \geq |A_n|$ є мажорантою тригонометричного ряду (2) при фіксованому $h > 0$. Тому ряд (2) збігається рівномірно і, як відомо, функція $f(h, x)$ є рівномірною майже періодичною функцією.

На основі теорем роботи [1] аналогічно, як це показано в роботі [2], одержуємо нерівність

$$\sup_x |f(x) - f(h, x)| < C_{f(h)} \sqrt{\max_n |A_n [1 - (\frac{\sin nh}{nh})^2]|}, \quad (3)$$

$$C_{f(h)} < C_1, \quad h > 0,$$

де C_1 - абсолютна стала,

$$C_{f(h)} = 2 \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \left| \frac{A_n^{(h)}}{\sqrt{\max_x |A_n^{(h)}|}} \right|^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{L(\Gamma_h/4)}{\delta(\Gamma_h/4)}} ,$$

$$A_n^{(h)} = \left(\frac{\sin nh}{nh} \right)^2 A_n .$$

З конструкції величин $C_{f(h)}$ і теореми єдиності для рівномірних майже періодичних функцій випливає, що

$$\lim_{h \rightarrow 0} C_{f(h)} = C_{f(0)} = C_f . \quad (5)$$

З нерівностей (4) і (5) одержуємо

$$C_{f(h)} < C \quad (6)$$

для $h \gg 0$, де C — абсолютна стала.

З нерівностей (3) і (6) одержуємо

$$\sup_x |f(x) - f(h, x)| < C \sqrt{\max_n |A_n| \left[1 - \left(\frac{\sin nh}{nh} \right)^2 \right]} .$$

Звідси випливає гранична рівність (1). Теорема доведена.

Доведена теорема переноситься на неперервні майже періодичні функції В.В.Степанова і В.М.Левітана для $|x| \leq A$.

Л і т е р а т у р а

1. Мишковець У. А. Про рівномірну збіжність рядів Фур'є майже періодичних функцій Борза. — ДАН УРСР, 1968, № 12.
2. Мишковець У. А. Сумування узагальнених рядів Фур'є методом Пуассона-Абеля. — Вісник Львівського ун-ту, серія механіко-математична, 1971, вип. 2.
3. З и х т о в и т з к Р. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. М., ГИИИЛ, 1963, т. 2.