

---

## И. Ф. ТЕСЛЕНКО

### АКАДЕМИК ДМИТРИЙ АЛЕКСАНДРОВИЧ ГРАВЕ

В декабре 1939 г., в Киеве умер действительный член Украинской Академии наук и почетный член Академии наук СССР Дмитрий Александрович Граве, талантливый математик, продолжатель дел славной «Петербургской школы», известный алгебраист и общественный деятель.

Д. А. Граве был одним из самых разносторонних русских математиков, автор многочисленных важных исследований в различных областях математики, большого количества книг и монографий; он был со-зодателем одной из крупнейших в Союзе математических школ — Ки-евской алгебраической школы, большинство учеников которой в насто-ящее время являются самостоятельными учеными и уже имеют соб-ственных учеников.

В числе учеников Граве были академик О. Ю. Шмидт, члены-кор-респонденты АН СССР Б. Н. Делоне, Н. Г. Чеботарев, такие крупные ученые как член-корреспондент АН УССР Н. И. Ахиезер, профессора Е. И. Жилинский, А. М. Островский и др.

Доминирующими положениями во всей работе «Петербургской школы», организатором и руководителем которой был знаменитый рус-ский математик П. Л. Чебышев, были: конкретность, четкость в поста-новке проблем и доведение их решений до конца.

Математические вкусы Дмитрия Александровича определились под влиянием «Петербургской школы» и выявились в решении ряда вопро-сов прикладной математики, которая не удовлетворяется доказатель-ствами существования решения, а всегда ищет алгорифмов.

Ученик П. Л. Чебышева, Д. А. Граве, постоянно руководствуясь в своей работе мыслью, что «надо заниматься не тем, что интересно и любопытно, а тем, что важно и необходимо», посвящал свой талант всегда важнейшим и актуальнейшим проблемам науки. При этом он обладал широкими математическими интересами. Так, наряду с первы-ми в России работами, посвященными труднейшим и абстрактнейшим вопросам алгебры, теории чисел и теории групп (теории Галуа), Дми-трий Александрович написал ряд работ по математическим основам картографии, по интегрированию дифференциальных уравнений в част-ных производных и другим вопросам.

Д. А. Граве родился в 1863 году в городе Кириллове, Новгород-ской губернии. Десяти лет поступил в С.-Петербургскую частную гим-назию О. Бычкова, автора известного сборника алгебраических задач, и окончил ее в 1881 году с золотой медалью. Осенью того же года Гра-ве поступил в число студентов физико-математического факультета Пе-

тербургского университета и успешно закончил его в 1885 году. В университете учителями его были П. Л. Чебышев, А. Н. Коркин, Е. Н. Золотарев, А. А. Марков.

Уже на студенческой скамье он начал научную работу, участвуя в издававшихся кружками студентов физико-математического факультета сборниках.<sup>1</sup>

По окончании университета Граве был оставлен при университете «для приготовления к профессорскому званию». Одновременно с прохождением, как мы сказали бы теперь, аспирантуры он работал преподавателем Института Путей Сообщения, а затем — Высших женских курсов (Бестужевских).

Двадцати шести лет он защитил магистерскую диссертацию «Об интегрировании частных дифференциальных уравнений первого порядка» (1889 г.). В этой диссертации были обобщены и существенно изменены известные до него методы решения уравнений подобного типа и решена задача о нахождении всех интегралов системы дифференциальных уравнений в проблеме трех тел, не зависящих от закона действия сил. При этом пришлось решать систему из четырех уравнений в частных производных, интегрирование которых представляло значительные трудности. При решении этой задачи Граве проявил необычайное искусство в алгебраических выкладках.

Через семь лет после защиты магистерской Д. А. защитил докторскую диссертацию «Об основных задачах математической теории построения географических карт». В ней был решен вопрос, которому неоднократно уделял свое внимание П. Л. Чебышев. До него этим вопросом интересовались среди прочих Эйлер и Лагранж, а позднее — А. Н. Коркин и А. А. Марков.

Д. А. Граве в своей диссертации дает решение ряда общих проблем дифференциальной геометрии, хотя по заглавию ее можно было бы подумать, что она посвящена узкому конкретному вопросу.

Д. А. Граве поставил себе задачу, предложенную А. Н. Коркиным, найти всевозможные эквивалентные (т. е. сохраняющие площади) проекции шара на плоскость, при которых меридианы и параллели изображаются прямыми или кругами.

Лагранж дал решение этой задачи, но лишь для случая, когда проекция одновременно и конформная.

Дмитрий Александрович дал полное решение задачи. Оказалось, что имеется 11 единственных возможных таких проекций,<sup>2</sup> из которых наивыгоднейшими автор считает те, при применении которых меридианы и параллели взаимно ортогональны; все понадобившиеся при этом исследовании трудные вычисления проведены Д. А. с необычайным алгебраическим мастерством. Практическое значение решенной Д. А. задачи связано в частности с тем, что вычерчивание карт, где меридианы и параллели имеют форму кривых, отличных от прямых и окружностей, технически весьма сложно.

Эта работа произвела громадное впечатление на математиков того времени.

Вторая часть диссертации решала вопрос, поставленный Чебышевым, о нахождении наивыгоднейших из всех проекций, сохраняющих подобие в бесконечно малых частях.

<sup>1</sup> «Записки Физико-Математического общества студентов С.-Петербургского Университета», т. I, 1884—1885 гг.

<sup>2</sup> См. приложение в конце статьи.

П. Л. Чебышев дал ответ на свой вопрос в 1853 году в виде теоремы без доказательства, полученной из приложения теории функций, наименее уклоняющихся от нуля к уравнениям с частными производными, в следующем виде:

«Окончательное решение задачи о наивыгоднейшей проекции карт очень просто: наивыгоднейшая проекция для изображения какой-нибудь части земной поверхности на карте есть та, в которой на границе изображения масштаб сохраняет одну и ту же величину».<sup>1</sup>

Д. А. в диссертации доказал эту замечательную теорему. В 1911 г. он снова вернулся к этой задаче и обобщил свое доказательство на любые поверхности, имеющие гауссову кривизну постоянного знака, и значительно упростил доказательство.

Кроме этого, Дмитрий Александрович дал в своей докторской диссертации новый способ решения задачи Дарихле для алгебраических контуров и решил ряд частных задач по картографии.

Подробное изложение содержания обеих диссертаций и их оценку можно найти в статье Н. Г. Чуботарева («Успехи математических наук», вып. III, 1937 г., стр. 222—228).

После нескольких лет преподавания математики в Петербурге Д. А. Граве получает кафедру в Харьковском университете. Там он печатает свою написанную также в духе чебышевской школы работу «Об основных предложениях теории функций двух вещественных переменных», в которой, между прочим, развивает теорию особых «полиэдральных» функций, предвосхищая некоторые методы Лебега. Понятие об этих функциях Д. А. Граве позднее сумел включить даже в свою популярную книгу «Энциклопедия математики».

В первые годы двадцатого века Д. А. почти ничего не писал. Продолжительная болезнь (туберкулез) оторвала его от работы. Переоборов болезнь, с 1908 года, когда он был уже профессором Киевского университета, Д. А. вступает во второй период подъема творческой деятельности. В этот период Д. А. направляет свои исследовательские интересы на вопросы алгебры и теории чисел, писательские — на составление большого числа руководств по общим и специальным разделам университетского курса, организационные — на создание школы алгебраистов. По всем этим линиям он достиг чрезвычайных результатов.

К этому периоду относится написание Д. А. большого количества курсов: «Теория групп», «Элементарный курс теории чисел», «Элементы теории эллиптических функций», «Основы аналитической геометрии», «Энциклопедия математики», «Математика страхового дела», «Элементы высшей алгебры» и др.

Как «элементарный» курс теории чисел, так и «элементы» высшей алгебры являлись самыми богатыми по содержанию и самыми свежими по своим идеям курсами, выходившими далеко за пределы дореволюционных университетских программ.

Выход в свет общих курсов Д. А. Граве были событиями в русской математической литературе; событиями исключительного значения были выходы его специальных курсов «Теория групп», «Математика страхового дела» и др. Эти книги пользовались большой популярностью среди учащейся молодежи, так как они отличались свежестью и новизной материала. Ученик Д. А. Граве, крупный математик

<sup>1</sup> См. статью П. Л. Чебышева «Черчение географических карт» (1856) в книге П. Л. Чебышева «Избранные труды» (Г. Т. Т. И., 1946).

нашего времени, Н. Г. Чеботарев выразил это такими словами: «А мой учитель Граве! Как он упорно и самоотверженно боролся с академическим средневековьем». (Успехи Математических Наук, 1948). В свои книги Д. А. умел вложить тот научный энтузиазм, которым он сам обладал в высокой степени. Можно без особого преувеличения сказать, что книги Д. А. воспитали и привили вкус к математике большинству современных математиков нашей страны.

Укажем на «Начала алгебры» (Классное руководство для гимназий и других средних учебных заведений, Петербург, 1915) как на единственный русский учебник алгебры для средней школы, стоящий на высоте современных научных требований. Изложенные в этом руководстве вопросы теории рациональных и иррациональных чисел весьма близки к их изложению в нашей средней школе, поэтому «Начала алгебры» полезны преподавателям математики средних школ и теперь.

В дополнение к этому учебнику Д. А. в 1915 г. выпустил брошюру, рассылавшуюся им преподавателям бесплатно: «Проф. Дмитрий Граве. О преподавании алгебры. Методические указания в книге того же автора «Начала алгебры» Д. Граве, изд. К. Л. Риккера, 1915 г.».

С этим полезно ознакомиться нашим учителям математики.

Особо нам хотелось отметить весьма интересно написанную «Энциклопедию математики» (изд. 1912 г., Киев, стр. 600). Она выгодно отличается по содержанию от раньше изданных сочинений такого же рода в русской и иностранной литературе. В ней помещены краткие обзоры всех отделов современной математики, причем обращено особое внимание на идейную сторону дела, указаны цели и основные методы математического исследования. А живое, увлекательное и связное изложение книги делают ее доступной и полезной широким кругам нашей советской интеллигенции, не занимающейся математикой. Здесь читатель может довольно обстоятельно познакомиться и с аналитической геометрией, и с дифференциальным и интегральным исчислением и с теорией чисел; получить понятие о невозможных задачах в математике, о наименее уклоняющихся от нуля полиномах, о черчении географических карт, о математической физике, о теории вероятностей и об устройстве и математических принципах рулетки и мн. др.

В предисловии к «Энциклопедии математики» Д. А. пишет: «Посвящаю свою книгу, главным образом, истинным любителям математики, особенно живущим в провинции, вдали от университетских центров, я также хотел бы, чтобы она помогла ученикам старших классов средних учебных заведений, имеющих склонность к математике, при окончательном выборе жизненной деятельности».

Учитель математики средней школы найдет в гл. XV, посвященной вопросам преподавания математики, ценные советы и положения, относящиеся к методике обучения элементарной математике.

Ученик Граве, крупный советский математик член-корреспондент АН СССР Б. Н. Делоне, пишет:

«Д. А. Граве был замечательным профессором, лекции его отличались глубиной мысли и необыкновенным блеском изложения. Д. А. считал, что и общеобразовательные курсы (аналитическая геометрия, высшая алгебра, теория чисел) должны давать широкую картину предмета, причем надо подчеркивать связи между отдельными математическими предметами».<sup>1</sup>

<sup>1</sup> «Известия АН СССР», т. 4, стр. 349—356.



Д. А. ГРАВЕ

Д. А., чуть ли не первым в России, ввел специальные курсы и семинары по математике, участниками которых были почти все алгебраисты старшего поколения нашей страны. Такие семинары проводились по теории групп, теории идеалов, теории Галуа, квадратичному полю, числам Бернулли, эллиптическим функциям и т. д. и привлекали молодежь с самых первых курсов университета. Все участники семинаров тщательно работали над современными авторами и реферирували всю текущую литературу по интересующим их вопросам и одновременно постоянно изучали работы классиков математики.

В 1918 году в Киеве была основана Украинская Академия наук, в которую Д. А. был приглашен как лучший математик Украины в качестве одного из первых действительных членов. С Академией наук УССР связан большой период деятельности Граве.

Далекий от революционного движения в прошлом, Д. А. с первых дней революции встал на путь сотрудничества с Советской властью, на путь создания науки. С этих пор начался третий период деятельности Д. А. Он характеризуется переключением интересов Д. А. и его энергии на механику и вообще на прикладную математику. В чисто математических работах, близких к математической физике, Д. А. решает весьма общую задачу нахождения линейных дифференциальных выражений, инвариантных относительно преобразований линейной группы. Задача решается посредством громадных выкладок, весьма остроумно расположенных. В другой работе Д. А. предложил изящный алгорифм для решения задачи покрытия шара сеткой, пользуясь формулами, выведенными при помощи сферической тригонометрии. Кроме того, Д. А. написал несколько работ по технической и небесной механике, где, вводя в рассмотрение электромагнитные силы, он дал качественное объяснение неравенства движения перигелиев планет, получив для них величины, пропорциональные наблюдаемым; по магнитным возмущениям; по коррозии металлов и т. д.

С последним периодом жизни Д. А. связано также составление его «Трактата по алгебраическому анализу», три тома которого Д. А. успел написать до смерти. Это сочинение вводит читателя, пользуясь элементарными средствами, в круг современных идей алгебры.

Отдавая научной работе много времени и энергии, Д. А. Граве находил время и для общественной работы. Так, в 1923 году он был избран членом Киевского Горсовета.

За научные заслуги Граве в 1929 году был избран почетным членом Академии наук СССР. В 1935 году математический мир и широкая советская общественность организовали торжественное празднование 50-летнего юбилея его научно-педагогической деятельности. Правительство тогда наградило его орденом Трудового Красного Знамени.

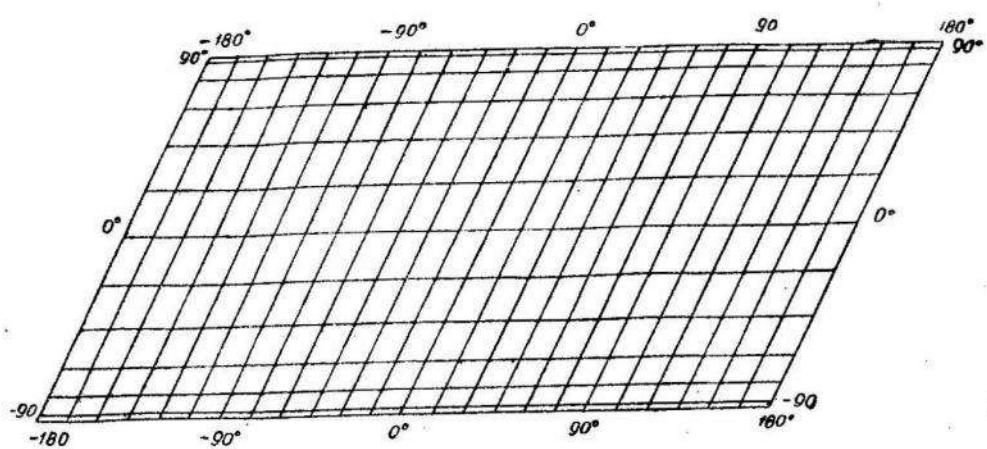
Д. А. Граве прожил 76 лет, до конца жизни не переставая работать на пользу нашей отечественной, советской науки.

Его жизнь будет долго служить примером для новых поколений советских ученых.

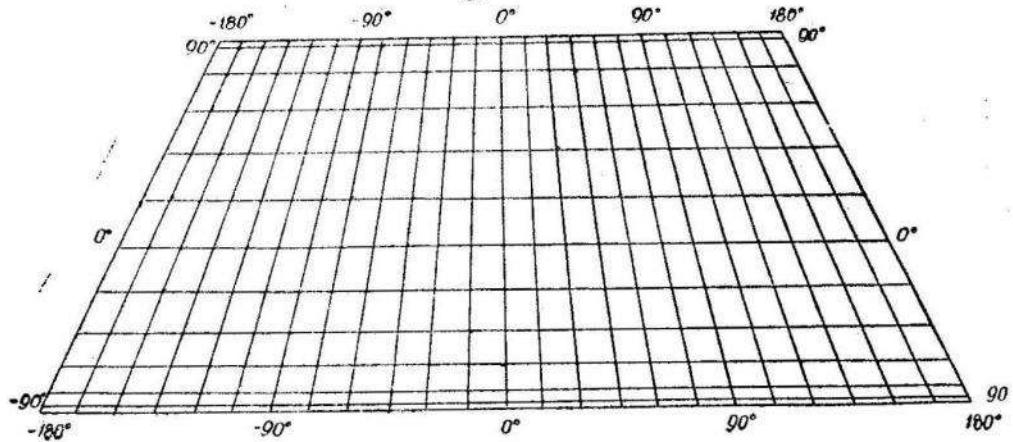
*Приложение*

ПРОЕКЦИИ И ЧЕРТЕЖИ ГЕОГРАФИЧЕСКИХ КАРТ, ДАННЫХ  
Д. А. ГРАВЕ

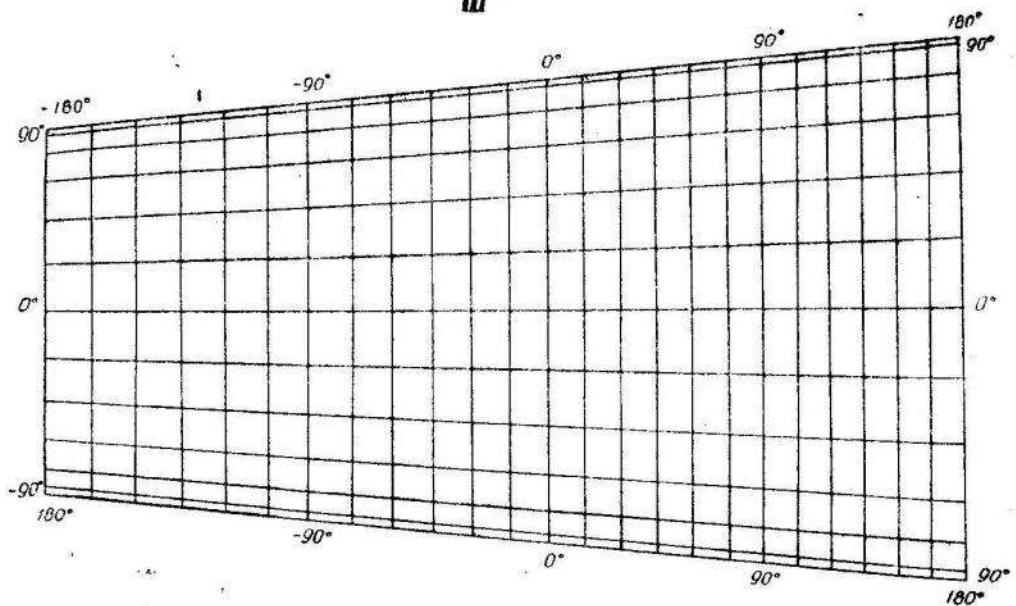
I



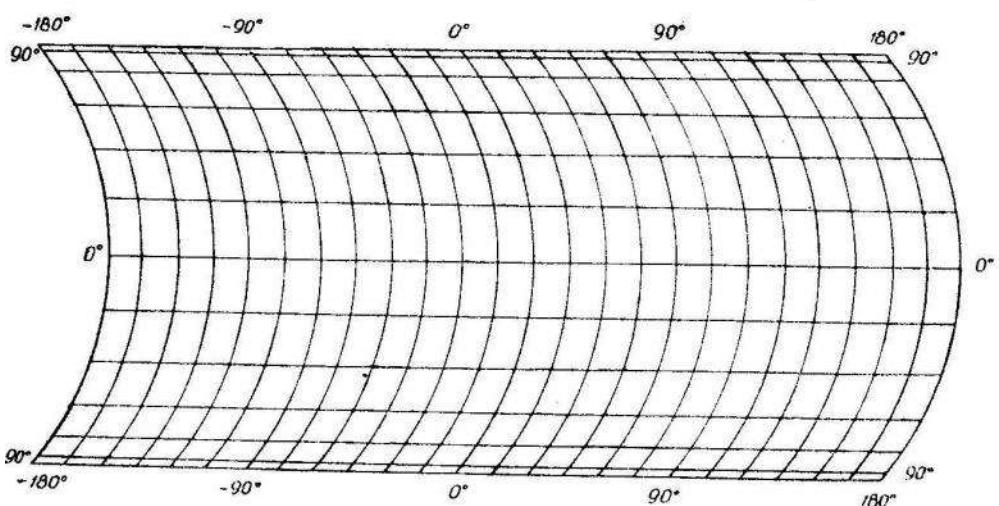
II



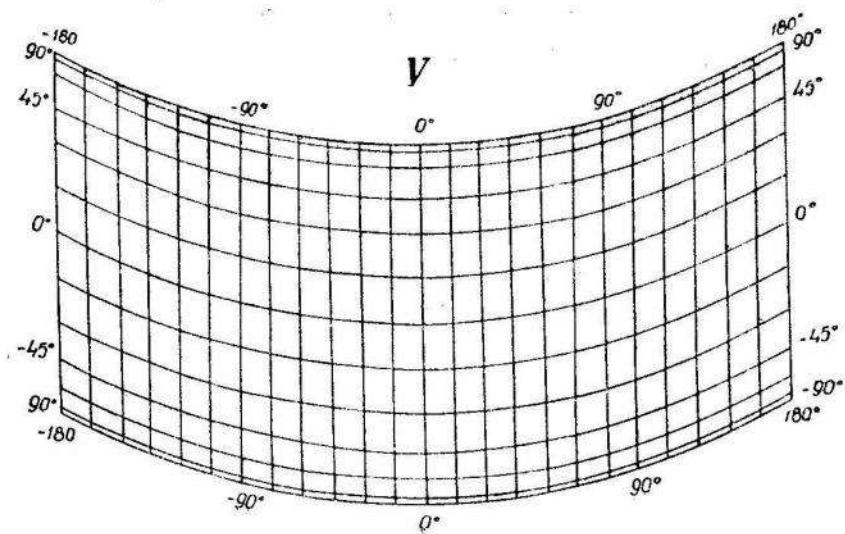
**III**



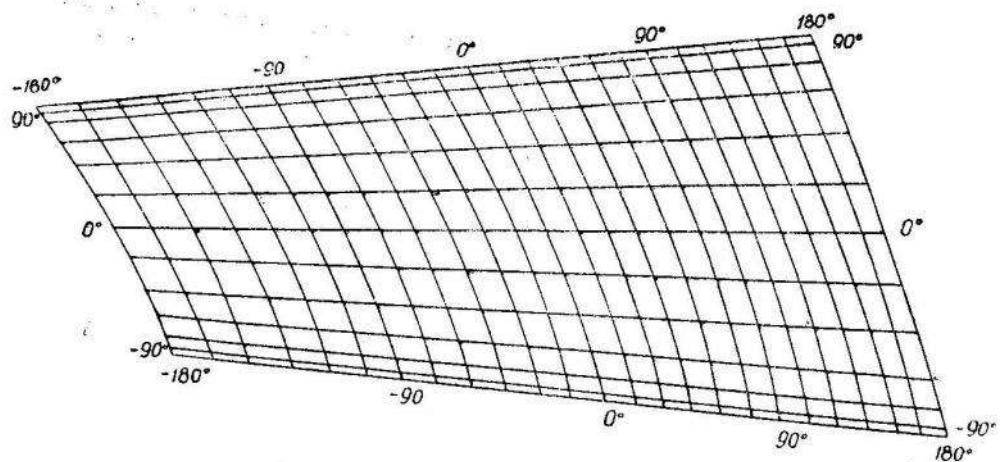
**IV**



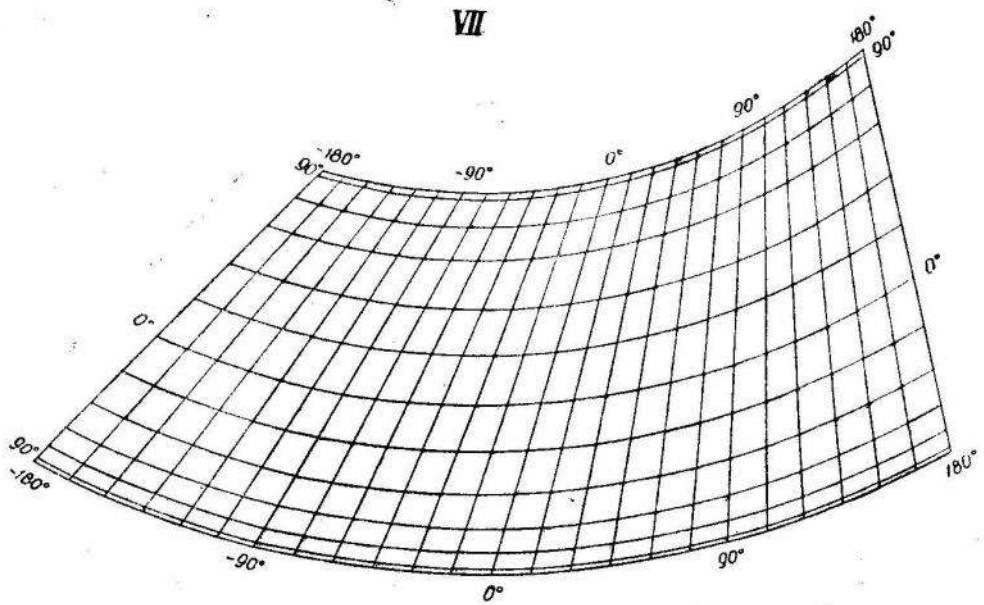
**V**



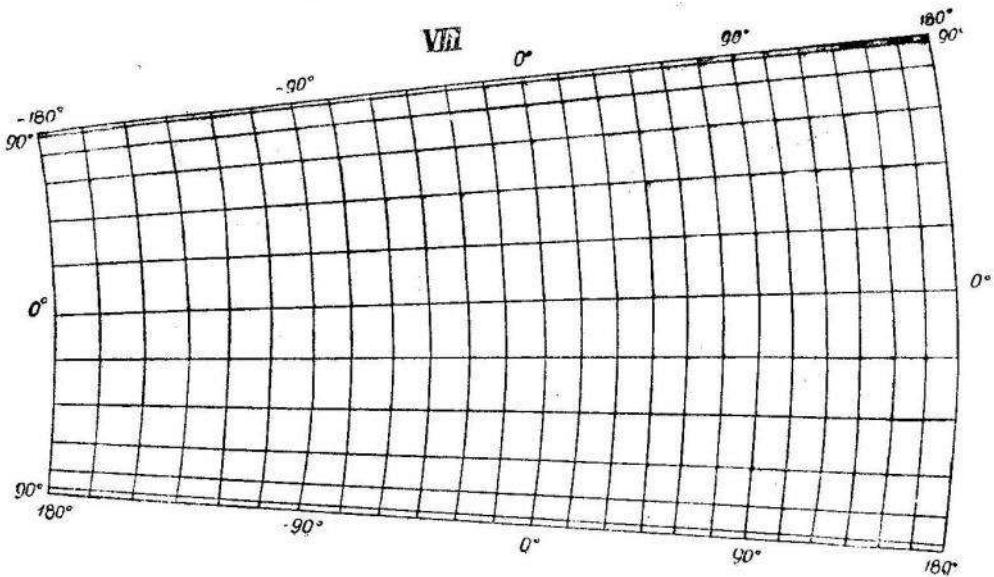
**V**

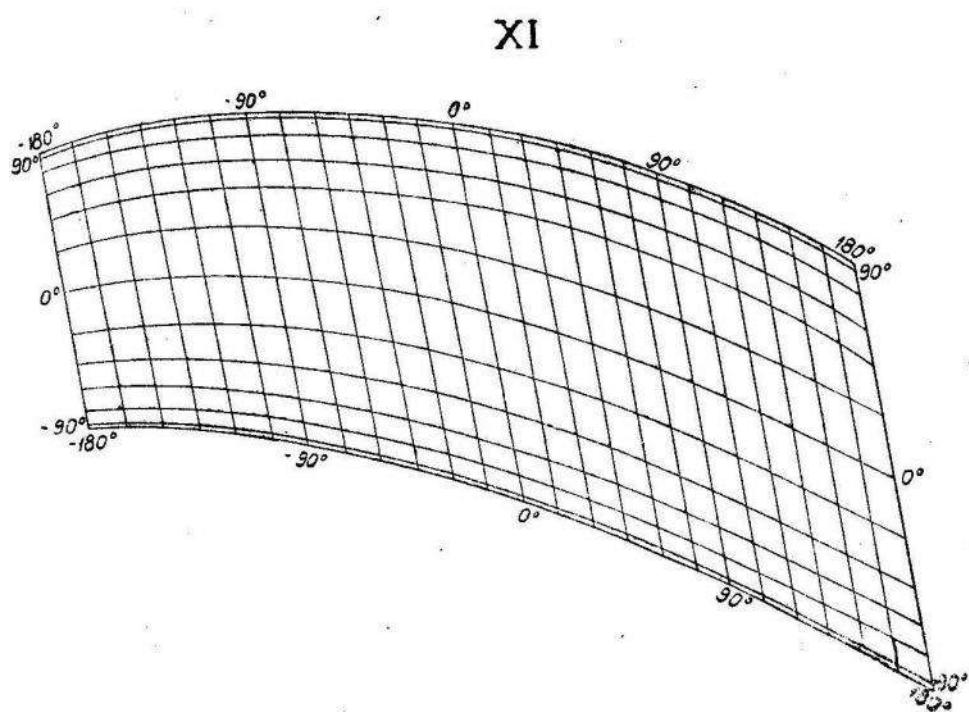
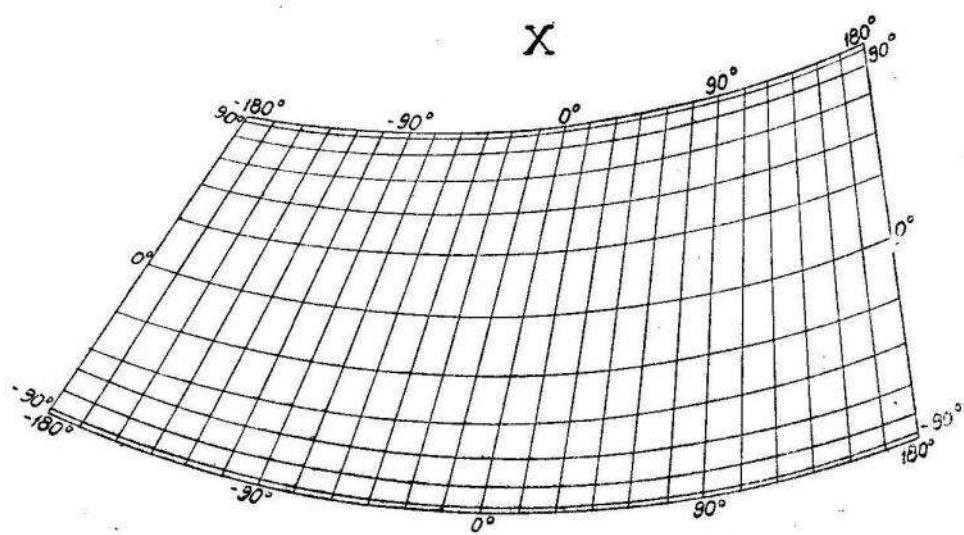
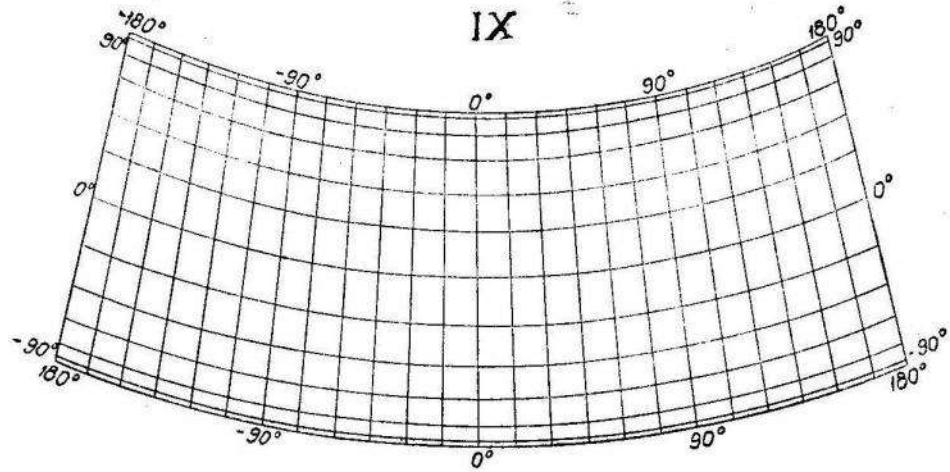


**VII**



**VIII**





- I.  $\begin{cases} x = au + \alpha v \\ y = bu + \beta v \end{cases} \quad \left. \begin{array}{l} a\beta - b\alpha = 1 \\ k(a\beta - a\beta) = 1 \end{array} \right\}$  a, b координаты огибающей  
меридианов
- II.  $\begin{cases} x = (\alpha v + b) \sqrt{2ku + l} \\ y = (\alpha v + \beta) \sqrt{2ku + l} \end{cases} \quad \left. \begin{array}{l} k(a\beta - a\beta) = 1 \\ k(b\alpha - a\beta) = 1 \end{array} \right\}$
- III.  $\begin{cases} x = (au + b) \sqrt{2kv + l} \\ y = (\alpha u + \beta) \sqrt{2kv + l} \end{cases} \quad \left. \begin{array}{l} k(b\alpha - a\beta) = 1 \\ k(b\alpha - a\beta) = 1 \end{array} \right\}$
- IV.  $x = a - \frac{u + w}{b}$   
 $y = y - bv + \beta + \frac{1}{b} \sqrt{b^2\varrho^2 - (u + w)^2}$   $\varrho$  зависит от v, y,  
 $w$  зависит от v
- V.  $x = a - \frac{v + w}{b}$   
 $y = bu + \beta + \frac{1}{b} \sqrt{b^2\varrho^2 - (v + w)^2}$
- VI.  $x = \delta \cos \frac{u + \varepsilon}{k} - \sin \frac{u + \varepsilon}{k} \sqrt{2kv + e}$   
 $y = \delta \sin \frac{u + \varepsilon}{k} - \cos \frac{u + \varepsilon}{k} \sqrt{2kv + e}$
- VII.  $x = \delta \cos \frac{v + \varepsilon}{k} - \sin \frac{v + \varepsilon}{k} \sqrt{2ku + e}$   
 $y = \delta \sin \frac{v + \varepsilon}{k} + \cos \frac{v + \varepsilon}{k} \sqrt{2ku + e}$
- VIII.  $x = \sqrt{2kv + e} \left( \frac{\lambda}{k} + \cos \varphi \right)$   
 $y = \sqrt{2kv + e} \left( \frac{\mu}{k} + \sin \varphi \right)$   $\lambda \sin \varphi - \mu \cos \varphi + k\varphi = u + \sigma$
- IX.  $x = \sqrt{2ku + e} \left( \frac{\lambda}{k} + \cos \varphi \right)$   
 $y = \sqrt{2ku + e} \left( \frac{\mu}{k} + \sin \varphi \right)$   $\lambda \sin \varphi - \mu \cos \varphi + k\varphi = v + \sigma$
- X.  $x = \cos \frac{u + \varepsilon}{k} \cdot \frac{\varrho^2 + A^2 - R^2}{2A} - \sin \frac{u + \varepsilon}{k} \cdot \frac{A}{2A}$   
 $y = \sin \frac{u + \varepsilon}{k} \cdot \frac{\varrho^2 + A^2 - R^2}{2A} + \cos \frac{u + \varepsilon}{k} \cdot \frac{A}{2A}$   $\varrho = \sqrt{2kv + e}$   
 $A = \sqrt{4A^2\varrho^2 - (\varrho^2 + A^2 - R^2)^2}$
- XI.  $x = \cos \frac{v + \varepsilon}{k} \cdot \frac{\varrho^2 + A^2 - R^2}{2A} - \sin \frac{v + \varepsilon}{k} \cdot \frac{A}{2A}$   
 $y = \sin \frac{v + \varepsilon}{k} \cdot \frac{\varrho^2 + A^2 - R^2}{2A} + \cos \frac{v + \varepsilon}{k} \cdot \frac{A}{2A}$   $\varrho = \sqrt{2ku + e}$   
 $A = \sqrt{4A^2\varrho^2 - (\varrho^2 + A^2 - R^2)^2}$