

Д. Ф. РЕШЕТЮК

К ИСТОРИИ ВОПРОСА О ВКЛЮЧЕНИИ
ЭЛЕМЕНТОВ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ
В КУРС СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ

«Фраза: «Дифференциальное исчисление есть трансцендентный, или высший анализ, доступный весьма немногим», — повторяемая со времени Лейбница, должна же, наконец, устареть».

Академик М. В. ОСТРОГРАДСКИЙ.

Возникновение так называемой высшей математики тесно связано с историей XVII и XVIII веков. Бурное развитие производства, техники и естествознания потребовало изучения в математике переменных величин, связанных функциональной зависимостью.

«Поворотным пунктом в математике была декартова *переменная величина*. Благодаря этому в математику вошли *движение и диалектика* и благодаря этому же стало *немедленно необходимым дифференциальное и интегральное исчисление*, которое тотчас и возникает...» (Энгельс. «Диалектика природы», ОГИЗ, 1946 г., стр. 208).

Возникновение аналитической геометрии и связанного с ней дифференциального и интегрального исчисления имело колоссальнейшее историческое значение, как в развитии самой математической науки, так и ее бесчисленных применений.

«Из всех теоретических успехов знания вряд ли какой-нибудь считается столь высоким триумфом человеческого духа, как изобретение исчисления бесконечно малых во второй половине XVII века» (Энгельс. «Диалектика природы», ОГИЗ, 1946 г., стр. 216).

Немыслимо представление о современной культуре вне тех успехов человеческого знания, которые приобретены благодаря развитию математики.

«Лишь дифференциальное исчисление дает естествознанию возможность изображать математически не только *состояния*, но и *процессы: движение*» (Энгельс. «Диалектика природы» ОГИЗ, 1946 г., стр. 220).

Благодаря проникновению в математику движения и диалектики, она приобрела огромное значение в формировании диалектико-материалистического мировоззрения учащихся.

«Но для диалектического и вместе с тем материалистического понимания природы необходимо знакомство с математикой и естествознанием. Маркс был основательным знатоком математики...» (Энгельс, «Анти-Дюринг», ОГИЗ, 1945 г., стр. 10).

О том значении, которое придается изучению математики в советской средней школе, ярко свидетельствуют следующие слова М. И. Калинина, обращенные к учащимся средней школы:

«Какую бы науку вы ни изучали, в какой бы вуз ни поступали, в какой бы области ни работали, если вы хотите оставить там какой-нибудь след, то для этого везде необходимо знание математики... И потому, если вы хотите участвовать в большой жизни, то наполняйте свою голову математикой, пока к этому есть возможность. Она окажет вам огромную помощь во всей вашей работе» (М. И. Калинин, «О коммунистическом воспитании и обучении», 1948 г., стр. 128).

Под мудрым руководством партии Ленина—Сталина наш народ успешно решает великие задачи коммунистического строительства, осуществляет непрерывный рост и совершенствование социалистического производства на базе высшей техники, создает материально-техническую базу коммунизма. С каждым днем возрастает число передовиков и новаторов промышленности и сельского хозяйства, укрепляется творческое содружество людей науки и производства, неуклонно повышается культурно-технический уровень трудящихся. Могучим призывом звучат гениальные слова И. В. Сталина: «...уничтожения противоположности между трудом умственным и трудом физическим можно добиться лишь на базе подъема культурно-технического уровня рабочего класса до уровня работников инженерно-технического труда». Современная техника и естествознание (физика, химия и т. д.) глубоко пронизаны математическими понятиями и идеями. В связи с этим еще большее значение приобретает овладение нашей учащейся молодежью основами современной математики, столь необходимой для изучения и дальнейшего развития техники и естествознания. За последнее время проведен ряд правительственных мероприятий по повышению уровня преподавания математики в университетах и технических вузах. Повышение идейно-теоретического уровня преподавания математики в средней школе, воспитывающей непосредственных активных строителей коммунизма, является неотложной задачей, решение которой серьезно затрагивает вопрос о более глубоком включении элементов высшей математики в курс средней школы. Для нашей отечественной средней школы этот вопрос имеет также значительный исторический интерес.

Вопрос о включении в курс математики средних учебных заведений основных понятий аналитической геометрии, дифференциального и интегрального исчисления для ознакомления учащихся с выдающимися достижениями математической науки XVII—XVIII столетий и их применениями возник не сразу и имеет свою историю.

Основные проблемы школьного математического образования в прошлом, начиная с конца XVII века, были тесно связаны с борьбой двух направлений в школьном образовании: *реального* с преобладанием математики и естествознания и *классического*, основанного на изучении древних языков (греческого и латинского) и древней культуры.

Бурное развитие производства, техники и естествознания в XVII и XVIII веках требовало иного образования, чем то, которое давалось в классических гимназиях и рыцарских академиях того времени. Развивающаяся буржуазия нуждалась в таких учебных заведениях для юношества, в которых серьезно изучались бы такие учебные предметы, как математика, естествознание, география, черчение, новые иностранные языки. Эти обстоятельства привели к открытию реальных училищ. Реальное образование было прогрессивным явлением в школьном образовании; классическое образование отражало реакционные стремления феодалов.

Заслуга открытия первого в мире реального училища принадлежит России.

Петр I в 1699 году открыл в Москве *Школу математических и навигацких наук*. Это и было первое реальное училище в мире. Только в 1708 году было открыто подобного типа училище в Германии, которое просуществовало всего несколько лет при 10—12 учениках. Следующая попытка открытия реального училища в Германии была сделана в 1747 году. Следует отметить, что немецкие историки педагогики необоснованно считают Германию родоначальницей реального образования.

Смелые государственные реформы Петра Великого, «царя помещиков и купцов», требовали подготовки многочисленных кадров специалистов. Математическому образованию в школах Петра придается особое значение — «наука цифирная» объявляется обязательной и ставится на первый план. В 1703 году в Москве возникает частная гимназия реального типа пленного пастора Глюка. В 1712 году в Москве же по типу навигацкой были открыты еще две школы — *инженерная* и *артиллерийская*. С 1714 года во многих городах России открываются цифирные школы, в которых обучают грамоте, арифметике и геометрии. В 1716 году цифирные школы существовали в 16 городах, а в 1722 г. уже в 42. На Урале при горных заводах открываются училища по подготовке мастеров горного дела. Одно из таких училищ окончил знаменитый русский изобретатель Ползунов.

В 1715 году в Петербурге была открыта Морская академия.

Выдающимися деятелями реального образования в России в то время были Феофан Прокопович, Л. Ф. Магницкий, В. Н. Татищев и другие.

Представление об объеме математических знаний средних учебных заведений того времени дает «Арифметика» Л. Ф. Магницкого, изданная впервые в 1703 году. «Арифметика» по своему содержанию представляла энциклопедию математики в том ее состоянии, которое предшествовало ее новому развитию в XVIII веке. Известно, что М. В. Ломоносов считал «Арифметику» вратами учености, знал ее наизусть и ценил за то, что она открывала возможности познавать окружающий мир числом и мерою (известно, что М. В. Ломоносов своей книгой «Элементы математической химии» впервые проложил путь математике в химию).

Западная Европа в то время довольствовалась учебными заведениями классического типа, находившимися под прямым влиянием духовенства. Естественно, что математикой там мало интересовались. В немецких гимназиях того времени математика была «чуждым элементом», ее терпели только в форме числового счета.¹ В Итонском колледже (Англия) обязательный курс математики был введен впервые в 1851 году.

После смерти Петра I его просветительные начинания в значительной мере пришли в упадок. Усиление дворянства и рост сословных привилегий сказались отрицательно на развитии реального образования. Просветительная политика русских царей в дальнейшем принимала все более реакционный характер.

В 1804 году, в связи с рядом реформ в области народного образования (учреждение Министерства народного просвещения, издание

¹ См. М. Симон. Методика и дидактика математики в средней школе, Петроград, 1917 г., стр. 12.

устава университетов, подчинение университетам всех нижестоящих общеобразовательных учебных заведений университетского округа и др.), в программу русских гимназий были включены основы высшей математики. В 1819 году под давлением реакции из курса гимназий были исключены начала дифференциального и интегрального исчисления, естествознание и другие учебные предметы, а вместо них были введены закон божий, греческий язык и др. В 1845 году из курса гимназий были изъяты основы аналитической и начертательной геометрии.²

За введение элементов дифференциального и интегрального исчисления в курс математики средней школы впервые в мире с полными научными и методическими обоснованиями выступил наш известный ученый академик Михаил Васильевич Остроградский в первой половине прошлого века. Изложение его идей появилось в печати в 1848 году в «Журнале Министерства народного просвещения» (1848 г., ч. 59, отд. VI, стр. 117) и «Северном обозрении» (1848 г., № 1). В своей статье «Погрешности при вычислении процентов» М. В. Остроградский писал: «Рассмотрим же, какими формулами должно руководствоваться при вычислении сложных процентов. Вопрос этот можно решить на основании самых элементарных правил алгебры, но мы употребим дифференциальное исчисление, во-первых, для большей простоты, а во-вторых, чтобы оно мало-помалу распространялось на все классы читателей. Фраза: «Дифференциальное исчисление есть трансцендентный, или высший анализ, доступный весьма немногим», — повторяемая со времени Лейбница, должна же, наконец, устареть. Что может быть проще дифференциального исчисления для читателей, хотя бы несколько знакомых с математическими науками?»³

Известно,⁴ что М. В. Остроградский, преодолевая школьную рутину того времени, настойчиво доказывал необходимость и пользу введения элементов высшей математики в курс средней школы, доказывал необходимость введения элементов дифференциального и интегрального исчисления в курс элементарной геометрии, необходимость приблизить изложение элементарной математики к методам высшей математики. М. В. Остроградский многократно высказывал эти мысли на совещаниях преподавателей, а в своем конспекте по алгебре, хранящемся в настоящее время в Центральном государственном историческом архиве, поместил главу, посвященную методике преподавания элементов высшей математики в средней школе.⁵

М. В. Остроградский добился осуществления своих идей — в 1850 году во всех четвертых общих классах кадетских корпусов⁶ России были введены элементы высшей математики. Юноши 17—18 лет, как известно из воспоминаний учеников М. В. Остроградского, довольно бы-

стро вычисляли такие сложные интегралы, как например $\int_0^{\infty} \frac{\sin x \, dx}{x}$,

² См. проф. А. В. Ланков. К истории развития передовых идей в русской методике математики, Учпедгиз, 1951 г., стр. 139.

³ Цитируем по ст. И. А. Марон — Академик М. В. Остроградский как организатор преподавания математических наук в военно-учебных заведениях России. Сборник «Историко-математические исследования» под редакцией Г. Ф. Рыбкина и А. П. Юшкевича, вып. III, Гиттл, 1950 г., стр. 294.

⁴ См., например, ту же статью И. А. Марон.

⁵ ЦГИА, ф. 447, оп. 1, № 20.

⁶ Кадетские корпуса в 1863 году были преобразованы в военные гимназии.

что подтверждает, до какого высокого уровня поднял М. В. Остроградский уровень математической культуры в средней школе.

Борясь за научную строгость и против формализма в преподавании математики в средней школе, М. В. Остроградский добивался наглядности и конкретности преподавания, связи курса математики с естествознанием и практическими потребностями общества, прилагал много усилий в деле организации математических кабинетов, предлагал строить преподавание на активности учащихся, развивать у них жажду к знаниям и любовь к науке.

Идеи М. В. Остроградского о перестройке преподавания математики в средних учебных заведениях были довольно обстоятельно изложены одним из его учеников — преподавателем военных училищ Владимиром Николаевичем Шкляревичем (1835—1915).⁷ «Шкляревич главной задачей преподавания математики считал развитие у учащихся «функционального мышления». «Общий прием, — писал он, — графического выражения зависимости между двумя переменными не есть исключительная принадлежность аналитической геометрии». Шкляревич предлагал, чтобы в курсе алгебры учащиеся получали «ясное сознание о том, что всякое алгебраическое уравнение есть выражение некоторой зависимости между входящими в него величинами». Он предлагал уделять больше внимания вопросам анализа и исследования задач и уравнений, ввести специальные упражнения по изучению простейших функций, их графиков, составлению и анализу таблиц, знакомить учащихся с простейшими эмпирическими уравнениями и графическим интерполированием. Серьезно относился Шкляревич к вопросу о практических применениях математики в естествознании: «В старших классах математика должна служить пособием для понимания физики. Преподавателю следует брать преимущественно такие примеры для упражнений, которые служили бы пособием для изучения физики». Учет возрастных и психологических особенностей учащихся у Шкляревича выражен очень ярко в его предложениях о преподавании геометрии: в младших классах проводятся упражнения с целью «отделить в уме учащегося представление о формах и линейных размерах видимого предмета от представления о самом предмете», а затем в последующих классах изучается сначала «подготовительный», а потом «научный» курс геометрии. При изучении тригонометрии Шкляревич советовал обратить особое внимание на изучение тригонометрических функций.

М. В. Остроградский был крупнейшим русским и мировым ученым, за научные заслуги он был избран членом пяти академий, сыграл исключительную роль в создании отечественной математической литературы, но его идеи, так блестяще осуществленные в военных средних учебных заведениях, не смогли быть осуществлены в русских гимназиях из-за реакционности находившегося под иностранными влияниями царского правительства. Достаточно вспомнить, что на должность министра народного просвещения в 1854 году был назначен Норов, «один из преданнейших слуг мрака», как его характеризовал К. А. Тимирязев.⁸

В 1858 году, за три года до смерти М. В. Остроградского, великий

⁷ В. Н. Шкляревич. Некоторые соображения о методе преподавания начальной математики. «Педагогический сборник, издаваемый Главным управлением военных учебных заведений», 1865 г., кн. V.

⁸ К. Л. Тимирязев. Развитие естествознания в России в эпоху 60-х годов, Москва, 1920 г., стр. 7.

русский ученый П. Л. Чебышев внес на рассмотрение Ученого комитета Министерства народного просвещения «Программу преподавания математики для гимназий». По этой программе предполагалось включение в гимназический курс математики основ аналитической геометрии и основных понятий математического анализа (понятие функции, производная и т. д.).⁹ Программа П. Л. Чебышева дискутировалась в течение шести лет и не была принята в связи с победой «классического направления» в образовании над «реальным». Царская власть и стоявшие у власти представители феодально-помещичьих кругов и родовой аристократии избегали такого направления в образовании, которое, как выразился министр Уваров, могло бы «поколебать порядок гражданских сословий». Гимназический устав, введенный в 1864 г., не соответствовал стремлениям прогрессивной части русской интеллигенции; идеи реформы преподавания математики в средней школе не переставали занимать умы лучших представителей математической науки.

Программа по математике, составленная П. Л. Чебышевым для гимназий в 1858 году, в несколько сокращенном и измененном виде была положена в основу программы по математике для реальных училищ, утвержденной Министерством народного просвещения 12 мая 1873 года.

В 1891 году известный русский методист-математик С. И. Шохор-Троцкий в своей работе «Цель и средства преподавания низшей математики», которая печаталась в течение всего этого года в журнале «Русская школа», писал:

«...кроме того желательное внесение в алгебру термина «функция» и идеи, связанной с этим термином, а равно первоначального учения о Декартовых координатах и даже (*horribile dictu*) о кривой, которой ординаты изображаются данной функцией. Вот эта последняя идея особенно важна в образовательном отношении, и в настоящее время идея кривой, олицетворяющей ход изменения какой-либо функции, можно сказать, сделалась идеею, без которой почти невозможно обойтись образованному человеку вообще и ни в одной отрасли знания в частности» («Русская школа», 1891 г., № 3, стр. 127).

В 1892 году в Московском обществе распространения технических знаний состоялись оживленные прения в связи с предложением «произвести в курсе математики нашей средней школы целый ряд сокращений с целью очистить его от накопившегося веками мертвого груза». Прения закончились принятием постановления «о дополнении среднего учебного курса» элементами высшей математики, «причем сообщен был и набросок программ».¹⁰ В 1893 году с рефератом на тему о реформе преподавания математики выступил в Петербурге Сердобинский.¹¹

Еще при жизни П. Л. Чебышева вопрос о включении элементов высшей математики в курс средней школы приобрел характер массового движения передовых ученых и учителей за реформу преподавания математики.

Через несколько месяцев после смерти П. Л. Чебышева известный русский педагог и математик профессор В. П. Шереметевский выступил в печати с требованием реформы преподавания математики в средней школе. В статье «Математика как наука и ее школьные суррога-

⁹ В. Е. Прудников. П. Л. Чебышев, Учпедгиз, 1950 г., стр. 83.

¹⁰ Цитирую по ст. проф. А. В. Ланкова — К истории вопроса о реформе преподавания математики. «Математика в школе», 1949 г., № 6, стр. 3.

¹¹ Ст. «Знакомство с понятием функции», «Педагогический сборник», 1893 год.

ты», помещенной в майском номере «Русской мысли» за 1895 год, он писал:

«В то время, как спешат занести в учебники физики последние изобретения, иногда не оправдывающие возбужденных ими ожиданий, в географии следят за подробностями новейших открытий — по геометрии довольствуются сведениями из обихода Александрийской школы III в. до н. э., не идут дальше алгебры браминов VII и тригонометрии — ученых Самарканда XV в.».

«Молодые люди конца XIX века, готовые принять официальное удостоверение в умственной зрелости, искусственно задерживаются на средневековом уровне математической мысли...».

«Какое бы мировоззрение не лежало в основе наших отношений к природе, сущность процесса мировой жизни выразится основным понятием — изменения».

«Если вся математика есть, в сущности, учение о функциях, то ясно, что и элементарный курс должен группироваться вокруг основного понятия о функциональной зависимости».¹²

В 1898 году В. П. Шереметевский опубликовал большую работу «Очерк основных понятий, приемов и метода математики, как основы изучения природы»,¹³ в которой конкретно обосновал идеи реформы.

Выступление и работа В. П. Шереметевского выражали стремления прогрессивной части русской интеллигенции и явились новым стимулом движения за реформу преподавания математики. Вопросы реформы все чаще освещались в периодической печати («Журнал элементарной математики», «Вестник опытной физики и элементарной математики», «Русская мысль» и др.) и привлекали все большее внимание педагогической общественности. Вопросами реформы преподавания математики занимались в то время в Петербурге академик Н. Я. Сонин, профессор К. А. Поссе, профессор А. В. Васильев, С. И. Шохор-Троцкий, Ф. В. Филиппович и др., участвовавшие в работе отдела математики, созданного в 1885 году при Петербургском педагогическом музее военно-учебных заведений. В Московском обществе распространения технических знаний, как уже указано выше, вопрос о реформе преподавания математики был решен еще в 1892 году. В 1900 году при обществе был создан специальный кружок преподавателей математики, выросший позже в Московский математический кружок, в котором участвовало около 150 членов (в их числе профессор Б. К. Млодзеевский, И. И. Чистяков). Такие же кружки и объединения существовали и во многих других городах (Киеве, Одессе, Риге и др.). Движение за реформу преподавания нарастало и достигло наибольшего размаха непосредственно вслед за революцией 1905 года.

Первый Всероссийский съезд преподавателей математики, состоявшийся с 9 по 16 января 1912 года в Петербурге, заслушал несколько докладов, посвященных реформе преподавания математики в средней школе. В резолюции по этим докладам съезд признал «своевременным опустить из курса математики средней школы некоторые вопросы второстепенного значения, провести через курс и ярко осветить идею функциональной зависимости, а также — в целях сближения преподавания в средней школе с требованиями современной науки и жизни —

¹² «Русская мысль», 1895 г., № 5.

¹³ Сборник статей в помощь самообразованию по математике, физике, химии и астрономии, вып. I, 1898 г.

ознакомить учащихся с простейшими и несомненно доступными им идеями аналитической геометрии и анализа».¹⁴

На съезде в докладе о преподавании начал анализа Ф. В. Филиппович, опираясь на свой опыт, утверждал: «Еще с V класса при графическом изображении эмпирических функций мы должны готовить почву для дифференциального исчисления. А в VI и VII классах при проведении идеи функциональной зависимости на уроках алгебры следует знакомить учащихся с понятием производной, а на уроках геометрии — с понятием об интеграле. В VIII классе — связной обзор изученных в предыдущих классах функций и элементы дифференциального и интегрального исчисления». На съезде присутствовало свыше 1200 человек преподавателей математики и много представителей высшей школы (К. А. Поссе, Д. Д. Мордухай-Болтовской, В. Ф. Каган, В. Б. Струве, Д. М. Синцов, Н. А. Шапошников, К. Ф. Лебединцев, С. А. Богомолов, С. О. Шатуновский, В. И. Шифф и др.).

Второй Всероссийский съезд преподавателей математики, состоявшийся в Москве с 8 по 16 января 1915 года, подтвердил решение первого съезда о включении в программу средней школы основных понятий высшей математики. Профессор Б. К. Млодзеевский, открывая съезд, отметил, что «успехи естествознания и техники выдвинули вопрос о введении в среднюю школу вопросов, изучаемых теперь обыкновенно в высшей школе; стало очевидным, что в настоящее время основные понятия исчисления бесконечно малых, аналитической геометрии и теории вероятностей должны быть достоянием каждого образованного человека».¹⁵

Борьба русских ученых и передовой части русского учительства за реформу преподавания математики, начатая в середине прошлого века М. В. Остроградским и П. Л. Чебышевым и длившаяся до Великой Октябрьской революции, имела главной целью — сделать доступными широким слоям населения новые замечательные достижения математики, создать более передовую систему народного образования, устранить глубокий разрыв между школьной математикой и жизнью. Как известно, эта цель не была достигнута в условиях царской России. Классическая система образования с господствующим преобладанием древних языков и формализованным до крайности курсом элементарной математики — замкнутым в себе логическим предметом, игнорировавшим в угоду этой мнимой логичности практические применения и блестящие новые достижения науки — сошла в могилу только вместе с царской реакцией и буржуазно-помещичьим строем. Построенная на великом учении Маркса—Энгельса—Ленина—Сталина и унаследовавшая лучшие идеи и традиции русской школы советская педагогика создала самую передовую в мире систему народного образования, которая обеспечивает непрерывное совершенствование воспитания и обучения, непрерывное укрепление связи школьного обучения с наукой и жизнью трудящихся.

Идеи о реформе преподавания математики в средней школе, выдвинутые Остроградским и Чебышевым и осуществленные в средних учебных заведениях военного типа и реальных училищах, опередили более чем на полстолетия высказывания иностранных ученых по вопросам реформы преподавания математики. В 1904 г. в Бреславле высту-

¹⁴ Труды I-го Всероссийского съезда преподавателей математики, СПб, 1913 г., т. I—II.

¹⁵ Доклады, читанные на втором Всероссийском съезде преподавателей математики в Москве, М., 1915 г.

пил Ф. Клейн с докладом «О преподавании математики и физики». Вот основное содержание этого выступления:

«Вряд ли есть предмет, в преподавании которого царила бы такая рутина, как в преподавании математики. Курс элементарной математики вылился в определенные рамки и точно замер в раз навсегда установившихся пределах... Новые учебники алгебры представляют отпечаток алгебры Эйлера, как новые учебники геометрии, — отпечаток геометрии Лежандра. Можно подумать, что математика — мертвая наука, что в ней ничего не меняется.

Какое же понятие в современной математике доминирует? Это есть понятие о функции. Изучение функции составляет предмет, можно сказать, всей высшей математики; установление функциональной зависимости между различными факторами составляет задачу прикладной математики... Развить в юноше способность к функциональному мышлению составляет первую задачу реформы».¹⁶

Если сравнить выступление В. П. Шереметевского в 1895 г. с выступлением Ф. Клейна в 1904 г., как это уже сделал профессор А. В. Ланков в своей статье «К истории вопроса о реформе преподавания математики»,¹⁷ то не остается сомнения в том, что Ф. Клейн по сути только повторил через девять лет выступление В. П. Шереметевского.

Меранская программа, опубликованная в 1906 г., была далеко не первой программой, отражавшей идеи реформы, так как задолго до нее были известны программы Остроградского, Чебышева, Московского общества распространения технических знаний.

Приведенными данными вполне опровергаются довольно распространенные неправильные представления о роли Ф. Клейна и меранской программы в движении за реформу преподавания математики в России, подобные следующему:

«В девятисотые годы под влиянием идей известного математика Клейна и в России начало развиваться движение за реформу преподавания алгебры в средней школе».¹⁸

Итак, реальное образование, вопрос о включении основ высшей математики и связанное с ним движение за реформу преподавания математики в средней школе впервые возникли во всей их полноте в России и задолго до их возникновения на Западе. Эти обстоятельства говорят о больших заслугах нашей отечественной школы в развитии мировой культуры.

Дальнейшее повышение идейно-теоретического уровня курса математики в советской средней школе еще в большей мере приблизит этот курс к современной математике и явится большим вкладом в дело построения коммунизма.

¹⁶ Приведено в изложении В. Ф. Кагана «Реформа преподавания математики в средних учебных заведениях Франции и Германии», введение к русскому переводу книги Э. Бореля «Элементарная математика», т. I, 1911 г., стр. XIV.

¹⁷ «Математика в школе», 1949 г., № 6, стр. 1—4.

¹⁸ БСЭ, 1938 г., т. 38, стр. 403, слово «Математика в школе».