Д. Г. ХЛЄБНІКОВ

РОЗРАХУНОК НЕСКІНЧЕННО ДОВГОЇ ПРУЖНОЇ СМУГИ З ПІДКРІПЛЕНИМИ КРАЯМИ

(плоска задача)

Розглянемо пружну ізотропну смугу висотою $2h$ $(-\infty < x < \infty, -h \leqslant y \leqslant h)$, краї якої $y = \pm h$ підкріплені пружними тонкими стержнями однакової жорсткості, сталої по довжині стержня. Будемо вважати, що одна з головних осей інерції кожного поперечного перерізу обох стержнів лежить в площині смуги. Завдяки незначній висоті підкріплюючих стержнів припускаємо, що спай кожного з них із смугою має місце вздовж їх осьових ліній, тобто при $y = \pm h$. Смуга знаходиться під дією прикладеного вздовж підкріплених країв поперечного і поздовжнього навантаження, інтенсивність якого відповідно $q^+(x)$ і $n^+(x)$ на верхній стороні $(y=h)$ та $q^-(x)$ і $n^-(x)$ на нижній стороні $(y=-h)$ смуги (рис. 1).

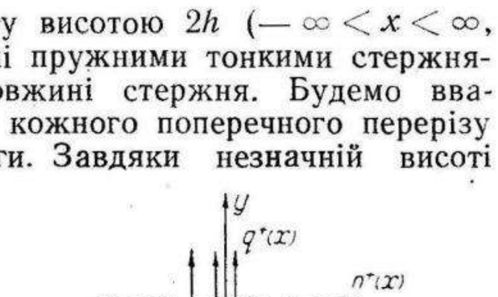

Рис. 1.

При розв'язанні задачі найбільший інтерес становить визначення контактних напружень на контурі спаю, нормальний і дотичний компоненти яких позначимо через $f^+(x)$ і $g^+(x)$ при $y=h$ та $f^-(x)$ і $g^-(x)$ при $y=-h$. Очевидно, всюди на контурі спаю $y = \pm h$ крім рівності напружень повинна виконуватись також умова рівності переміщень:

$$u = u_0, \quad v = v_0,$$

де u, v — компоненти переміщення точок смуги, u_0, v_0 — компоненти точок стержня.

Зв'язок між переміщеннями точок стержня і діючим на нього навантаженням дається формулами опору матеріалів [1] (див. також [4]):

$$\frac{d^2u_0}{dx^2} = \frac{1}{G_1}\left[\pm g(x) - n(x)\right],$$
$$\frac{d^4v_0}{dx^4} = -\frac{1}{G_2}\left[\pm f(x) - q(x)\right], \tag{2}$$

де G_1 і G_2 — жорсткості стержня на розтяг та згин, віднесені до товщини смуги. При цьому для верхнього стержня, тобто при $y=h$, замісць подвійного знаку в формулах (2) і всюди надалі повинен бути взятий плюс, крім того, величинам $q(x)$, $n(x)$, $f(x)$, $g(x)$ повинен бути приписаний індекс $+$, для нижнього ($y=-h$) — відповідно $-$.

Для встановлення зв'язку між переміщеннями країв смуги і напруженнями на контурі спаю необхідно мати розв'язок допоміжної задачі про пружну рівновагу непідкріпленої смуги під дією довільного навантаження, прикладеного до її країв. Розв'язок подібної задачі, взагалі кажучи, є в літературі. Зокрема, розв'язок методом інтегральних перетворень Фур'є, яким ми надалі скористуємось для розв'язання поставленої задачі, наведений в монографії [2]. Однак замість перетворення розв'язків інших авторів до зручної для наших цілей форми простіше дати ще раз розв'язок цієї допоміжної задачі.

Необхідно розв'язати систему рівнянь плоскої задачі теорії пружності

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial X_x}{\partial x}+\frac{\partial X_y}{\partial y}=0,\\ &\frac{\partial X_y}{\partial x}+\frac{\partial Y_y}{\partial y}=0,\\ &\frac{\partial^2 X_x}{\partial y^2}-2\frac{\partial^2 X_y}{\partial x\partial y}+\frac{\partial^2 Y_y}{\partial x^2}=0 \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

при граничних умовах

$$\begin{aligned} &(Y_y)_{y=h}=f^+(x),\ (X_y)_{y=h}=g^+(x),\\ &(Y_y)_{y=-h}=f^-(x),\ (X_y)_{y=-h}=g^-(x). \end{aligned} \tag{4}$$

Припускаємо, що напруження разом із своїми першими і другими похідними прямують до нуля при $|x|\to\infty$.

Умовимось надалі позначати трансформанту Фур'є деякої функції $F(x)$ через $\overline{F}$, тобто

$$\overline{F}=\int_{-\infty}^{\infty}Fe^{i\lambda x}\,dx. \tag{5}$$

При відомих припущеннях досить загального характеру відносно функції $F(x)$ справедлива також формула обернення:

$$F=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\overline{F}e^{-i\lambda x}\,d\lambda. \tag{6}$$

Помноживши кожне з рівнянь (3) на ядро $e^{i\lambda x}$, інтегруючи по x від $-\infty$ до ∞ і враховуючи поведінку напружень в нескінченності, одержимо

$$\left.\begin{aligned} &-i\lambda\overline{X}_x+\frac{d\overline{X}_y}{dy}=0,\\ &-i\lambda\overline{X}_y+\frac{d\overline{Y}_y}{dy}=0,\\ &\frac{d^2\overline{X}_x}{dy^2}=2i\lambda\frac{dX_y}{dy}-\lambda^2\overline{Y}_y=0, \end{aligned}\right\}$$

звідки випливає

$$\overline{X}_y = \frac{1}{i\lambda}\frac{d\overline{Y}_y}{dy}, \tag{7}$$

$$\overline{X}_x = -\frac{1}{\lambda^2}\frac{d^2\overline{Y}_y}{dy^2}, \tag{8}$$

$$\frac{d^4\overline{Y}_y}{dy^4} - \lambda^2\frac{d^2\overline{Y}_y}{dy^2} + \lambda^4\overline{Y}_y = 0. \tag{9}$$

Загальний розв'язок рівняння (9) записується

$$\overline{Y}_y = (A_1 + A_2 y)\operatorname{ch}\lambda y + (A_3 + A_4 y)\operatorname{sh}\lambda y, \tag{10}$$

де A_i $(i = 1, 2, 3, 4)$ — довільні постійні, які залежать від λ.

Розглянемо окремо випадки, коли краї смуги завантажені симетрично або антисиметрично по відношенню до її поздовжньої осі, тобто осі X. У випадку симетричного навантаження

$$f^+(x) = f^-(x) = f_1(x),\ g^+(x) = -g^-(x) = g_1(x), \tag{11}$$

і граничні умови (4) після перетворення (5) запишуться

$$(\overline{Y}_y)_{y=\pm h} = \overline{f}_1,\ (\overline{X}_y)_{y=\pm h} = \pm\overline{g}_1. \tag{12}$$

В цьому випадку

$$A_2 = A_3 = 0, \tag{13}$$

а для визначення постійних A_1 і A_4 одержимо систему рівнянь

$$\left.\begin{aligned} &A_1\operatorname{ch}\lambda h + A_4 h\operatorname{sh}\lambda h = \overline{f}_1,\\ &A_1\lambda\operatorname{sh}\lambda h + A_4(\operatorname{sh}\lambda h + \lambda h\operatorname{ch}\lambda h) = i\lambda\overline{g}_1 \end{aligned}\right\}$$

звідки

$$A_1 = \frac{2\left[(\operatorname{sh}\lambda h + \lambda h\operatorname{ch}\lambda h)\overline{f}_1 - \lambda h\operatorname{sh}\lambda h\cdot i\,\overline{g}_1\right]}{\operatorname{sh}2\lambda h + 2\lambda h},$$

$$A_4 = \frac{2\lambda\left(-\operatorname{sh}\lambda h\cdot\overline{f}_1 + \operatorname{ch}\lambda h\cdot i\,\overline{g}_1\right)}{\operatorname{sh}2\lambda h + 2\lambda h}. \tag{14}$$

Підставляючи значення постійних (13), (14) в формули (10), а далі в (7), (8), знаходимо вирази трансформант компонентів напруження в смузі через трансформанти напружень на контурі спаю $\overline{f}_1$ і $\overline{g}_1$ при симетричному навантаженні смуги

$$\overline{Y}_y = \frac{2}{\operatorname{sh}2\lambda h + 2\lambda h}\{[(\operatorname{sh}\lambda h + \lambda h\operatorname{ch}\lambda h)\operatorname{ch}\lambda y - \lambda y\operatorname{sh}\lambda h\operatorname{sh}\lambda y]\overline{f}_1 +$$

$$+ (-\lambda h\operatorname{sh}\lambda h\operatorname{ch}\lambda y + \lambda y\operatorname{ch}\lambda h\operatorname{sh}\lambda y)\,i\,\overline{g}_1\},$$

$$\overline{X}_y = \frac{2}{\operatorname{sh}2\lambda h + 2\lambda h}\{(\lambda y\operatorname{sh}\lambda h\operatorname{ch}\lambda y - \lambda h\operatorname{ch}\lambda h\operatorname{sh}\lambda y)\,i\,\overline{f}_1 +$$

$$+ [\lambda y\operatorname{ch}\lambda h\operatorname{ch}\lambda y + [\operatorname{ch}\lambda h - \lambda h\operatorname{sh}\lambda h)\operatorname{sh}\lambda y]\,\overline{g}_1\}, \tag{15}$$

$$\overline{X}_x = \frac{2}{\operatorname{sh} 2\lambda h + 2\lambda h} \{[(\operatorname{sh} \lambda h - \lambda h \operatorname{ch} \lambda h) \operatorname{ch} \lambda y + \lambda y \operatorname{sh} \lambda h \operatorname{sh} \lambda y] \overline{f}_1 +$$

$$+ [(\lambda h \operatorname{sh} \lambda h - 2 \operatorname{ch} \lambda h) \operatorname{ch} \lambda y - \lambda y \operatorname{ch} \lambda h \operatorname{sh} \lambda y] i \overline{g}_1\}.$$

Значення компонентів напруження одержуються звідси на підставі формули обернення (6).

Випишемо необхідні надалі значення $\overline{X}_x$ і $\frac{d\overline{X}_x}{dy}$ на краях смуги:

$$(\overline{X}_x)_{y=\pm h} = \frac{(\operatorname{sh} 2\lambda h - 2\lambda h) \overline{f}_1 - 4 \operatorname{ch}^2 \lambda h \cdot i \overline{g}_1}{\operatorname{sh} 2\lambda h + 2\lambda h},$$

$$\left(\frac{d\overline{X}_x}{dy}\right)_{y=\pm h} = \pm \frac{4\lambda \operatorname{sh}^2 \lambda h \cdot \overline{f}_1 - \lambda (2\lambda h + 3 \operatorname{sh} 2\lambda h) i \overline{g}_1}{\operatorname{sh} 2\lambda h + 2\lambda h}. \qquad (16)$$

При антисиметричному навантаженні смуги

$$f^+(x) = -f^-(x) = f_2(x), \quad g^+(x) = g^-(x) = g_2(x), \qquad (17)$$

тому граничні умови (4) в перетвореній формі запишуться

$$(\overline{Y}_y)_{y=\pm h} = \pm \overline{f}_2, \quad (\overline{X}_y)_{y=\pm h} = \overline{g}_2. \qquad (18)$$

Діючи аналогічно попередньому, будемо мати слідуючі формули:

$$\overline{Y}_y = \frac{2}{\operatorname{sh} 2\lambda h - 2\lambda h} \{[-\lambda y \operatorname{ch} \lambda h \operatorname{ch} \lambda y + (\operatorname{ch} \lambda h + \lambda h \operatorname{sh} \lambda h) \operatorname{sh} \lambda y] \overline{f}_2 +$$

$$+ (\lambda y \operatorname{sh} \lambda h \operatorname{ch} \lambda y - \lambda h \operatorname{ch} \lambda h \operatorname{sh} \lambda y)\, i \overline{g}_2\},$$

$$\overline{X}_y = \frac{2}{\operatorname{sh} 2\lambda h - 2\lambda h} \{(-\lambda h \operatorname{sh} \lambda h \operatorname{ch} \lambda y + \lambda y \operatorname{ch} \lambda h \operatorname{sh} \lambda y) i \overline{f}_2 +$$

$$+ [(\operatorname{sh} \lambda h - \lambda h \operatorname{ch} \lambda h) \operatorname{ch} \lambda y + \lambda y \operatorname{sh} \lambda h \operatorname{sh} \lambda y] \overline{g}_2\}, \qquad (19)$$

$$\overline{X}_x = \frac{2}{\operatorname{sh} 2\lambda h - 2\lambda h} \{[\lambda y \operatorname{ch} \lambda h \operatorname{ch} \lambda y + (\operatorname{ch} \lambda h - \lambda h \operatorname{sh} \lambda h) \operatorname{sh} \lambda y] \overline{f}_2 +$$

$$+ [-\lambda y \operatorname{sh} \lambda h \operatorname{ch} \lambda y + (\lambda h \operatorname{ch} \lambda h - 2 \operatorname{sh} \lambda h) \operatorname{sh} \lambda y] i \overline{g}_2\},$$

а також

$$(\overline{X}_x)_{y=\pm h} = \pm \frac{(\operatorname{sh} 2\lambda h + 2\lambda h) \overline{f}_2 - 4 \operatorname{sh}^2 \lambda h \cdot i \overline{g}_2}{\operatorname{sh} 2\lambda h - 2\lambda h},$$

$$\left(\frac{d\overline{X}_x}{dy}\right)_{y=\pm h} = \frac{4\lambda \operatorname{ch}^2 \lambda h \cdot \overline{f}_2 - \lambda (3 \operatorname{sh} 2\lambda h - 2\lambda h) i \overline{g}_2}{\operatorname{sh} 2\lambda h - 2\lambda h}. \qquad (20)$$

Перейдемо тепер до розв'язання поставленої задачі визначення контактних напружень $f(x)$ і $g(x)$.

З формул закону Гука

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{E} (X_x - \nu Y_y),$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{2(1+\nu)}{E} X_y \qquad (21)$$

з врахуванням другого рівняння (3) випливає

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}=\frac{2+\nu}{E}\frac{\partial X_y}{\partial x}-\frac{1}{E}\frac{\partial X_x}{\partial y}, \tag{22}$$

де E і ν означають у випадку плоского напруженого стану модуль пружності і коефіцієнт Пуассона матеріалу смуги. Диференціюючи по x перше з співвідношень (21) один раз, а вираз (22) двічі та покладаючи $y=\pm h$, в силу (1) і (2) будемо мати

$$\left.\begin{aligned}&\frac{1}{E}\left(\frac{\partial X_x}{\partial x}\right)_{y=\pm h}-\frac{\nu}{E}\left(\frac{\partial Y_y}{\partial x}\right)_{y=\pm h}=\frac{1}{G_1}\left[\pm g(x)-n(x)\right],\\&\frac{2+\nu}{E}\left(\frac{\partial^3 X_y}{\partial x^3}\right)_{y=\pm h}-\frac{1}{E}\left(\frac{\partial^3 X_x}{\partial x^2\partial y}\right)_{y=\pm h}=-\frac{1}{G_2}\left[\pm f(x)-q(x)\right].\end{aligned}\right\} \tag{23}$$

Система рівнянь (23) є вихідною для визначення $f(x)$ і $g(x)$. При цьому в залежності від характеру навантаження значення напружень в лівих частинах рівностей даються формулами (6), (12), (16) або формулами (6), (18), (20).

Нехай до підкріплених країв смуги прикладено симетричне навантаження

$$q^+(x)=-q^-(x)=q_1(x),\quad n^+(x)=n^-(x)=n_1(x). \tag{24}$$

Застосовуючи перетворення Фур'є (5) до системи (23) і враховуючи позначення (11), (24), а також поведінку напружень в нескінченності, одержимо

$$\left.\begin{aligned}&-\frac{i\lambda}{E}(\bar{X}_x)_{y=\pm h}+\frac{i\lambda\nu}{E}(\bar{Y}_y)_{y=\pm h}=\frac{1}{G_1}(\bar{g}_1-\bar{n}_1),\\&\frac{(-i\lambda)^3(2+\nu)}{E}(\bar{X}_y)_{y=\pm h}-\frac{(-i\lambda)^2}{E}\left(\frac{d\bar{X}_x}{dy}\right)_{y=\pm h}=\pm\frac{1}{G_2}(\bar{q}_1-\bar{f}_1),\end{aligned}\right\}$$

звідки на основі (12), (16) приходимо до системи двох рівнянь для визначення $\bar{f}_1$ і $\bar{g}_1$

$$\left.\begin{aligned}&G_1 i\lambda(\alpha\,\mathrm{sh}\,2\lambda h-2\gamma\lambda h)\bar{f}_1+(2G_1\beta\lambda\,\mathrm{ch}^2\lambda h+\mathrm{sh}\,2\lambda h+2\lambda h)\bar{g}_1=\\&\qquad=(\mathrm{sh}\,2\lambda h+2\lambda h)\bar{n}_1,\\&(2G_2\beta\lambda^3\,\mathrm{sh}^2\lambda h+\mathrm{sh}\,2\lambda h+2\lambda h)\bar{f}_1-G_2 i\lambda^3(\alpha\,\mathrm{sh}\,2\lambda h-2\gamma\lambda h)\bar{g}_1=\\&\qquad=(\mathrm{sh}\,2\lambda h+2\lambda h)\bar{q}_1,\end{aligned}\right\} \tag{25}$$

де позначено

$$\alpha=\frac{1-\nu}{E},\quad \beta=\frac{2}{E},\quad \gamma=\frac{1+\nu}{E}. \tag{26}$$

Розв'язок системи (25) записується:

$$\bar{f}_1=\frac{1}{D_1(\lambda)}\left[(2G_1\beta\lambda\,\mathrm{ch}^2\lambda h+\mathrm{sh}\,2\lambda h+2\lambda h)\bar{q}_1+\right.$$

$$\left.+G_2 i\lambda^3(\alpha\,\mathrm{sh}\,2\lambda h-2\gamma\lambda h)\bar{n}_1\right], \tag{27}$$

$$\bar{g}_1 = \frac{1}{D_1(\lambda)}\left[-G_1 i\lambda(\alpha \operatorname{sh} 2\lambda h - 2\gamma\lambda h)\bar{q}_1 + \right.$$

$$\left. + (2G_2\beta\lambda^3 \operatorname{sh}^2\lambda h + \operatorname{sh} 2\lambda h + 2\lambda h)\bar{n}_1\right],$$

де

$$D_1(\lambda) = G_1 G_2(\beta^2 - \alpha^2)\lambda^4 \operatorname{sh} 2\lambda h - 2G_1 G_2 \gamma^2 \lambda^5 h +$$

$$+ 2G_2\beta\lambda^3 \operatorname{sh}^2\lambda h + 2G_1\beta\lambda \operatorname{ch}^2\lambda h + \operatorname{sh} 2\lambda h + 2\lambda h. \qquad (28)$$

Остаточна форма розв'язку одержується, якщо скористатись формулою обертання (6):

$$f_1(x) = \frac{1}{\pi}\int_0^\infty \frac{2G_1\beta\lambda \operatorname{ch}^2\lambda h + \operatorname{sh} 2\lambda h + 2\lambda h}{D_1(\lambda)} d\lambda \int_{-\infty}^{\infty} q_1(t)\cos\lambda(t-x)\,dt -$$

$$- \frac{G_2}{\pi}\int_0^\infty \frac{\lambda^3(\alpha \operatorname{sh} 2\lambda h - 2\gamma\lambda h)}{D_1(\lambda)} d\lambda \int_{-\infty}^{\infty} n_1(t)\sin\lambda(t-x)\,dt, \qquad (29)$$

$$g_1(x) = \frac{G_1}{\pi}\int_0^\infty \frac{\lambda(\alpha \operatorname{sh} 2\lambda h - 2\gamma\lambda h)}{D_1(\lambda)} d\lambda \int_{-\infty}^{\infty} q_1(t)\sin\lambda(t-x)\,dt +$$

$$+ \frac{1}{\pi}\int_0^\infty \frac{2G_2\beta\lambda^3 \operatorname{sh}^2\lambda h + \operatorname{sh} 2\lambda h + 2\lambda h}{D_1(\lambda)} d\lambda \int_{-\infty}^{\infty} n_1(t)\cos\lambda(t-x)\,dt.$$

Для антисиметричного навантаження

$$q^+(x) = q^-(x) = q_2(x), \quad n^+(x) = -n^-(x) = n_2(x), \qquad (30)$$

цілком аналогічно одержимо

$$f_2(x) = \frac{1}{\pi}\int_0^\infty \frac{2G_1\beta\lambda \operatorname{sh}^2\lambda h + \operatorname{sh} 2\lambda h - 2\lambda h}{D_2(\lambda)} d\lambda \int_{-\infty}^{\infty} q_2(t)\cos\lambda(t-x)\,dt -$$

$$- \frac{G_2}{\pi}\int_0^\infty \frac{\lambda^3(\alpha \operatorname{sh} 2\lambda h + 2\gamma\lambda h)}{D_2(\lambda)} d\lambda \int_{-\infty}^{\infty} n_2(t)\sin\lambda(t-x)\,dt, \qquad (31)$$

$$g_2(x) = \frac{G_1}{\pi}\int_0^\infty \frac{\lambda(\alpha \operatorname{sh} 2\lambda h + 2\gamma\lambda h)}{D_2(\lambda)} d\lambda \int_{-\infty}^{\infty} q_2(t)\sin\lambda(t-x)\,dt +$$

$$+ \frac{1}{\pi}\int_0^\infty \frac{2G_2\beta\lambda^3 \operatorname{ch}^2\lambda h + \operatorname{sh} 2\lambda h - 2\lambda h}{D_2(\lambda)} d\lambda \int_{-\infty}^{\infty} n_2(t)\cos\lambda(t-x)\,dt,$$

де

$$D_2(\lambda) = G_1 G_2(\beta^2 - \alpha^2)\lambda^4 \operatorname{sh} 2\lambda h + 2G_1 G_2 \gamma^2 \lambda^5 h +$$

$$+ 2G_2\beta\lambda^3 \operatorname{ch}^2\lambda h + 2G_1\beta\lambda \operatorname{sh}^2\lambda h + \operatorname{sh} 2\lambda h - 2\lambda h. \qquad (32)$$

Зауважимо, що при $h \to \infty$ формули (29) і (31), як і слід було чекати, перетворюються в формули для визначення контактних напружень в півплощині з підкріпленим краєм [4].

Якщо навантаження, прикладене до підкріплених країв смуги, не має властивості симетрії або антисиметрії відносно поздовжної осі смуги, розв'язок, очевидно, можна одержати відповідною комбінацією розв'язків (29) і (31).

Не викликає труднощів одержання аналогічним шляхом розв'язку задачі для смуги, один з країв якої спаяний з тонким пружним стержнем сталої жорсткості, а на іншому задані напруження або переміщення.

Одержані результати можуть бути використані для дослідження напружень в стінках двотаврових і таврових балок, якщо останні знаходяться в умовах плоского напруженого стану. При цьому полки розглядаються як тонкі пружні стержні, і напруження в них визначаються за гіпотезою плоских перерізів.

Як приклад розглянемо напружений стан двотаврової балки при стисненні її зосередженими силами P (див. рис. 2).

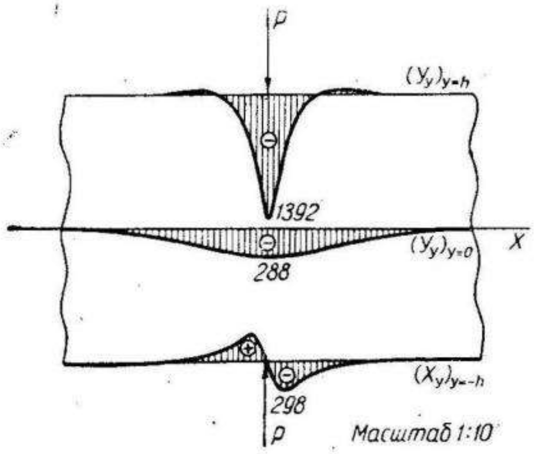

Рис. 2.

В цьому випадку в формулах (29) слід покласти

$$q_1(x) = -P\delta(x), \quad n_1(x) = 0, \tag{33}$$

де $\delta(x)$ — дельта-функція Дірака, після чого будемо мати

$$f_1(x) = -\frac{P}{\pi}\int_0^\infty \frac{2G_1\beta\lambda\,\mathrm{ch}^2\lambda h + \mathrm{sh}\,2\lambda h + 2\lambda h}{D_1(\lambda)}\cos\lambda x\,d\lambda,$$

$$g_1(x) = \frac{PG_1}{\pi}\int_0^\infty \frac{\lambda(\alpha\,\mathrm{sh}\,2\lambda h - 2\gamma\lambda h)}{D_1(\lambda)}\sin\lambda x\,d\lambda. \tag{34}$$

Знайдемо також нормальні напруження Y_y по осі симетрії балки $y=0$. На основі (33): $\bar{q}_1=-P$, $\bar{n}_1=0$. Підставляючи ці значення в вирази (27), а ті в свою чергу в першу з формул (15) і покладаючи $y=0$, одержимо після нескладних перетворень та використання формули обернення (6),

$$(Y_y)_{y=0} = -\frac{2P}{\pi}\int_0^\infty \frac{(G_1\gamma\lambda^2 h + 1)\,\mathrm{sh}\,\lambda h + (G_1\beta + h)\lambda\,\mathrm{ch}\,\lambda h}{D_1(\lambda)}\cos\lambda x\,d\lambda. \tag{35}$$

Зокрема при $G_1=G_2=0$, тобто при відсутності підкріплюючих стержнів, вираз (35) для нормальних напружень по осі симетрії співпадає з відповідною формулою [3] при стисненні непідкріпленої смуги.

В таблиці наведені підраховані за формулами (34), (35) шляхом чисельного інтегрування [5, 6] значення напружень в різних точках стандартної двотаврової балки № 60 а, виготовленої з сталі ($E=2{,}1\cdot10^6\,кг/см^2$, $\nu=0{,}30$) при $P=13т$. Побудовані за цими даними графіки розподілу напружень наведені на рис. 2.

Автор висловлює глибоку подяку проф. М. П. Шереметьєву, під керівництвом якого була виконана дана робота.

Напруження в двотавровій балці № 60а

x, *см*	$(Y_y)_{y=h}$ *кг/см*^{2}	$(Y_y)_{y=0}$ *кг/см*^{2}	$(X_y)_{y=h}$ *кг/см*^{2}
0	—1391,9	—287,8	0
1,5	—1143,1	—286,3	216,5
3,0	— 790,9	—282,2	295,8
4,5	— 494,8	—275,2	298,2
6,0	— 278,3	—265,9	257,3
7,5	— 138,0	—254,5	218,8
9,0	— 54,3	—241,3	167,5
12,0	12,1	—211,3	97,9
15,0	19,6	—178,8	51,7
22,5	5,7	—102,4	6,1
30,0	0,4	— 47,6	—11,4
45,0	— 1,8	— 1,6	—19,7

ЛІТЕРАТУРА

1. М. М. Філоненко-Бородич и др. Курс сопротивления материалов, т. I, ГИТТЛ, М., 1955.
2. И. Снеддон. Преобразования Фурье, ИЛ, М., 1955.
3. Н. Н. Лебедев и др. Сборник задач по математической физике, стор. 171, ГИТТЛ, М., 1955.
4. М. П. Шереметьев и Д. Г. Хлебников. Упругое равновесие полуплоскости с подкрепленным краем. Доповіді та повідомлення ЛДУ, вип. 7, ч. III, стор. 286—292, Львів, 1958.
5. L. N. Y. Filon. On a Quadrature Formula for Trigonometric Integrals Proceedings of the Royal Society of Edinburgh, V. XLIX, 1928—29, p. 38—47.
6. К. Дж. Трантер. Интегральные преобразования в математической физике, ГИТТЛ, М., 1956.