В. М. ГЕМБАРА

# ОСЕСИМЕТРИЧНИЙ НАПРУЖЕНИЙ СТАН КОНІЧНОЇ ОБОЛОНКИ ПРИ НЕСТАЦІОНАРНОМУ ТЕПЛОВОМУ РЕЖИМІ

## ОСНОВНІ РІВНЯННЯ

Як відомо [2, 8], осесиметричний напружений стан тонкої конічної оболонки, яка знаходиться в нерівномірному температурному полі, визначається за допомогою двох функцій $N$ і $\Theta$, що задовольняють систему диференціальних рівнянь

$$\alpha^2 \frac{d^2 N}{d\alpha^2} + \alpha \frac{dN}{d\alpha} - N + (1-\nu^2) D_0 l \operatorname{ctg}\omega \cdot \alpha\Theta + (1-\nu) l\alpha^2 \frac{dN_t}{d\alpha} = 0,$$

$$\alpha^2 \frac{d^2\Theta}{d\alpha^2} + \alpha \frac{d\Theta}{d\alpha} - \Theta - \frac{l \operatorname{ctg}\omega}{D_2} \alpha N - \frac{l}{D_2} \alpha C - \frac{l\alpha^2}{D_2} \frac{dM_t}{d\alpha} = 0, \qquad (1)$$

де $D_0 = \frac{E\delta}{1-\nu^2}$ і $D_2 = \frac{E\delta^3}{12(1-\nu^2)}$ — жорсткості відповідно на розтяг і згин;

$$N = l\alpha N_\alpha, \qquad \Theta = -\frac{1}{l} \frac{dw}{d\alpha},$$

$$N_t = \frac{\alpha_t E}{1-\nu} \int_{-\frac{\delta}{2}}^{+\frac{\delta}{2}} t(\alpha, \gamma; \tau)\, d\gamma, \quad M_t = \frac{\alpha_t E}{1-\nu} \int_{-\frac{\delta}{2}}^{+\frac{\delta}{2}} \gamma t(\alpha, \gamma; \tau)\, d\gamma; \qquad (2)$$

$N_\alpha$ — нормальне зусилля, віднесене до одиниці довжини паралелі; $\alpha$ — безрозмірна координата (початок координат взято у вершині конуса, $\alpha = \frac{x}{l}$); $2\omega$ — кут розхилу конуса; $\nu$ — коефіцієнт Пуассона; $E$ — модуль Юнга; $\alpha_t$ — коефіцієнт температурного розширення; $\delta$ — товщина оболонки; $l$ — довжина твірної конуса; $t(\alpha, \gamma; \tau)$ — температура в точці $(\alpha, \gamma)$; $\gamma$ — віддаль точок оболонки до її середньої поверхні; $w$ — зміщення в напрямку зовнішньої нормалі до поверхні.

З системи диференціальних рівнянь (1) для визначення $N$ і $\Theta$ одержимо:

$$\alpha^3 \frac{d^4\Theta}{d\alpha^4} + 4\alpha^2 \frac{d^3\Theta}{d\alpha^3} + b\alpha\Theta = -\frac{lC}{D_2} - \frac{(1-\nu) l^2 \operatorname{ctg}\omega}{D_2} \alpha^2 \frac{dN_t}{d\alpha} -$$

$$- \frac{3 l\alpha^2}{D_2} \frac{d^2 M_t}{d\alpha^2} - \frac{l\alpha^3}{D_2} \frac{d^3 M_t}{d\alpha^3} \qquad (3)$$

$$N = \frac{D_2}{l\,\mathrm{ctg}\,\omega}\left(\alpha\frac{d^2\Theta}{d\alpha^2} + \frac{d\Theta}{d\alpha} - \frac{\Theta}{\alpha} - \frac{l\alpha}{D_2}\,\frac{dM_t}{d\alpha} - \frac{Cl}{D_2}\right), \tag{4}$$

де $b = \frac{D_0}{D_2}(1-\nu^2)\,l^2\mathrm{ctg}^2\,\omega$, $C$ — стала, що визначається з граничних умов.

Крім рівнянь (1) або (3) і (4), шукані функції $N$ і $\Theta$ повинні задовольняти граничні умови, які для вільних від зовнішніх зусиль країв оболонки набирають вигляду

$$N_\alpha = 0,\ M_\alpha = 0 \text{ і } Q = 0 \text{ при } \alpha = \alpha_i,\ i = 0{,}1. \tag{5}$$

Додатні напрямки зусиль і моментів показано на рис. 1.

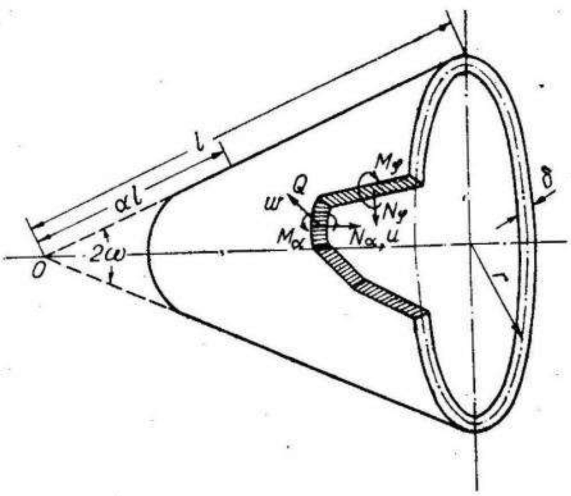


Рис. 1.

Як видно з (1) і (2), коли фізико-механічні властивості матеріалу не залежать від температури, зусилля і моменти в оболонці повністю визначаються величинами

$$T = \frac{1}{\delta}\int\limits_{-\frac{\delta}{2}}^{+\frac{\delta}{2}} t(\alpha,\ \gamma;\ \tau)\,d\gamma \ \text{ і } \ T^* = \frac{12}{\delta^2}\int\limits_{-\frac{\delta}{2}}^{+\frac{\delta}{2}} \gamma\, t(\alpha,\ \gamma;\ \tau)\,d\gamma,$$

що зв'язані з $N_t$ і $M_t$ співвідношеннями

$$N_t = \frac{\alpha_t E\delta}{1-\nu}\,T \ \text{ і } \ M_t = \frac{\alpha_t E\delta^2}{12\,(1-\nu)}\,T^*. \tag{6}$$

У випадку, коли тепловіддача з поверхень оболонки відбувається за законом Ньютона [5], для визначення величин $T$ і $T^*$ має місце система двох диференціальних рівнянь [6, 7]

$$\frac{1}{l^2\alpha}\,\frac{\partial}{\partial\alpha}\left(\alpha\,\frac{\partial T}{\partial\alpha}\right) - \frac{1}{\delta}\,(h_1 t_1 + h_2 t_2) = \frac{c\rho}{\lambda}\,\frac{\partial T}{\partial\tau} - \frac{1}{\delta}\,(h_1 t_1^c + h_2 t_2^c),$$

$$\frac{1}{l^2\alpha}\,\frac{\partial}{\partial\alpha}\left(\alpha\,\frac{\partial T^*}{\partial\alpha}\right) - \frac{6}{\delta}\,(h_1 t_1 - h_2 t_2) - \frac{12}{\delta^2}\,(t_1 - t_2) = \frac{c\rho}{\lambda}\,\frac{\partial T^*}{\partial\tau} - \frac{6}{\delta}\,(h_1 t_1^c - h_2 t_2^c),$$

де $c$ — питома теплоємність; $\varrho$ — питома густина; $\lambda$ — коефіцієнт теплопровідності; $h_1$ і $h_2$ — відносні коефіцієнти тепловіддачі з поверхень $\pm\frac{\delta}{2}$; $t_1^c$ і $t_2^c$ — значення температури навколишнього середовища з боку поверхень $\pm\frac{\delta}{2}$; $t_1$ і $t_2$ — значення температури відповідно на поверхнях $\gamma=+\frac{\delta}{2}$ і $\gamma=-\frac{\delta}{2}$.

Якщо в цих рівняннях припустити, що $h_1=h_2=h$, $t_1^c=t_2^c=t_c$, і прийняти лінійний закон розподілу температури по товщині стінки, то у випадку, коли граничні значення температури на краю оболонки є парними функціями змінної $\gamma$, виявляється, що $T^*\equiv 0$, а для визначення величини $T$ має місце таке диференціальне рівняння:

$$\frac{1}{l^2\alpha}\frac{\partial}{\partial\alpha}\left(\alpha\frac{\partial T}{\partial\alpha}\right)-2\frac{h}{\delta}T=\frac{c\rho}{\lambda}\frac{\partial T}{\partial\tau}-2\frac{h}{\delta}T_c \tag{7}$$

при крайових умовах виду:

$$T=T_c \text{ при } \tau=0 \text{ і } T=T_i \text{ при } \alpha=\alpha_i, i=0,1. \tag{8}$$

Надалі будемо розглядати конічну оболонку, замкнуту у вершині. Користуючись перетворенням Лапласа [3, 5], знайдемо розв'язок задачі (7) і (8) у формі:

$$T=T_c+\frac{T_0-T_c}{I_0(g)}I_0(\alpha g)+$$

$$+(T_0-T_c)e^{-\frac{2ah}{\delta}\tau}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{2a\sqrt{2\frac{h}{\delta}+\frac{p_k}{a}}\,I_0\left(\alpha l\sqrt{2\frac{h}{\delta}+\frac{p_k}{a}}\right)}{p_k I_0\left(l\sqrt{2\frac{h}{\delta}+\frac{p_k}{a}}\right)}e^{-\mu_k^2F_0}, \tag{9}$$

де $a=\frac{\lambda}{c\rho}$ — коефіцієнт температуропровідності; $F_0=\frac{a\tau}{l^2}$ — критерій Фур'є; $p_\kappa=-a\left(2\frac{h}{\delta}+\frac{\mu_k^2}{l^2}\right)$; $\mu_k$ — корені рівняння $I_0(z)=0$, $k=0, 1, 2, \ldots$; $I_0(x)$ — функція Бесселя 1-го роду, $I_0(x)$ — модифікована функція Бесселя.

Підставляючи вираз (9) для температури $T$ у співвідношення (6) і враховуючи при цьому, що $T^*=0$, одержимо формули для $N_t$ і $M_t$, в результаті внесення яких в систему рівнянь (3) і (4) матимемо вихідні рівняння для визначення функцій $N$ і $\Theta$:

$$\alpha^3\frac{d^4\Theta}{d\alpha^4}+4\alpha^2\frac{d^3\Theta}{d\alpha^3}+b\alpha\Theta=-\frac{lC}{D_2}-$$

$$-\frac{\alpha_t E\delta l^2\operatorname{ctg}\omega}{D_2}(T_0-T_c)e^{-\frac{2ah}{\delta}\tau}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{2al\left(2\frac{h}{\delta}+\frac{p_k}{a}\right)I_1\left(\alpha l\sqrt{2\frac{h}{\delta}+\frac{p_k}{a}}\right)}{p_k I_0\left(l\sqrt{2\frac{h}{\delta}+\frac{p_k}{a}}\right)}e^{-\mu_k^2F_0}$$

$$N=\frac{D_2}{l\operatorname{ctg}\omega}\left(\alpha\frac{d^2\theta}{d\alpha^2}+\frac{d\Theta}{d\alpha}-\frac{\Theta}{\alpha}\right).$$

## ВИЗНАЧЕННЯ ЗУСИЛЬ І МОМЕНТІВ ПРИ СТАЦІОНАРНОМУ ТЕПЛОВОМУ РЕЖИМІ

Розглянемо для прикладу конічну оболонку, замкнуту у вершині, при стаціонарному тепловому режимі.

Як видно з формули (9), при досить великих значеннях $\tau$ тепловий потік можна вважати стаціонарним, тобто

$$T_{cm} = T_c + \frac{T_0 - T_c}{I_0(g)} I_0(\alpha g), \tag{10}$$

де

$$g = l\sqrt{2\frac{h}{\delta}}.$$

Стаціонарний розподіл температури в оболонці для розглядуваного випадку зображено на рис. 2.

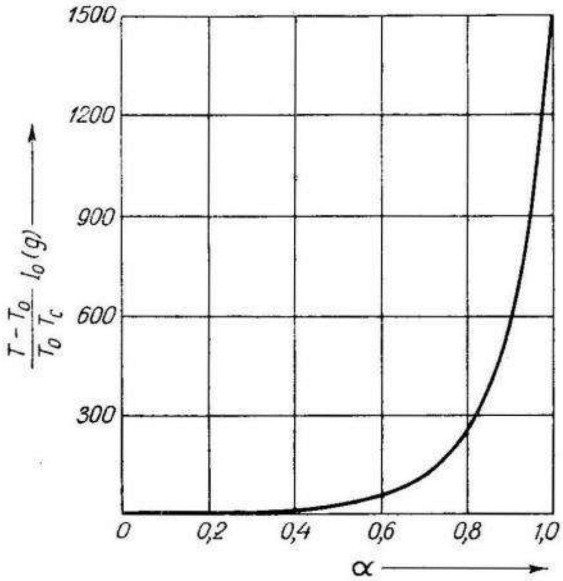


Рис. 2.

Використовуючи вирази (10), (6) і враховуючи, що $T^* \equiv 0$, одержимо, виходячи з системи диференціальних рівнянь (3) і (4), такі рівняння для визначення функцій $N$ і $\Theta$:

$$\alpha^2 \frac{d^4\Theta}{d\alpha^4} + 4\alpha \frac{d^3\Theta}{d\alpha^3} + b\Theta = k(T_0 - T_c)\alpha I_1(\alpha g) \tag{11}$$

і

$$N = \frac{D_2}{l \operatorname{ctg} \omega}\left(\alpha \frac{d^2\Theta}{d\alpha^2} + \frac{d\Theta}{d\alpha} - \frac{\Theta}{\alpha}\right), \tag{12}$$

де

$$k = -\frac{\alpha_t E\delta\, l^2 g \operatorname{ctg} \omega}{D_2 I_0(g)}.$$

Розв'язок системи рівнянь (11) і (12) при граничних умовах (5) виглядає так:

$$\Theta = C_1 F_2(x) + C_2 F_1(x) + \sum_{m=0}^{\infty} A_{2m}\alpha^{2m+4} \tag{13}$$

і

$$N = \frac{D_2}{l \operatorname{ctg} \omega}\Big\{\sqrt{b}\left[-C_1 F_1(x) + C_2 F_2(x)\right] + (T_0 - T_c)\sum_{m=0}^{\infty} A_{2m}(2m+5)(2m+3)\alpha^{2m+3}\Big\}, \tag{14}$$

де

$$F_1(x) = \operatorname{bei} x + \frac{2}{x}\operatorname{ber}' x; \quad F_2(x) = \operatorname{ber} x - \frac{2}{x}\operatorname{bei}' x;$$

*ber' x, bei' x* — похідні по $x$ відповідно від функцій Томпсона [1] *ber x* і *bei x*; $x = 2\sqrt[4]{b}\sqrt{\alpha}$;

$$A_{2m} = \frac{kq_m - bA_{2m-2}}{(2m+5)(2m+4)(2m+3)(2m+2)}; \quad A_0 = \frac{kq_0}{5!};$$

$$q_m = \frac{\left(\frac{g}{2}\right)^{2m+1}}{m!\,(m+1)!};$$

$C_1$ і $C_2$ визначаються з граничних умов (5).

Використовуючи рівняння рівноваги, закон Гука і рівняння сумісності деформацій для конічної оболонки, легко знайти вирази для зусиль і моментів через функції $N$ і $\Theta$, а саме:

$$N_\alpha = \frac{N}{l\alpha}, \quad Q = N_\alpha \operatorname{ctg}\omega, \quad N_\varphi = \frac{1}{l}\frac{dN}{d\alpha},$$

$$M_\alpha = -\frac{D_2}{l^2}\left(\frac{d^2w}{d\alpha^2} + \frac{\nu}{\alpha}\frac{dw}{d\alpha}\right)$$

і

$$M_\varphi = -\frac{D_2}{l^2}\left(\nu\frac{d^2w}{d\alpha^2} + \frac{1}{\alpha}\frac{dw}{d\alpha}\right),$$

де $\frac{dw}{d\alpha} = -l\Theta$; $N_\alpha$, $Q$, $M_\alpha$ — відповідно нормальне й поперечне зусилля та згинаючий момент, віднесені до одиниці довжини паралелі; $N_\varphi$ і $M_\varphi$ — відповідно нормальне зусилля і згинаючий момент, віднесені до одиниці довжини твірної конуса.

В результаті підстановки виразів (13) і (14) для функцій $N$ і $\Theta$ у вирази для зусиль і моментів одержимо формули:

$$N_\alpha = \frac{D_2}{l^2\operatorname{ctg}\omega}\left\{\frac{\sqrt{b}}{\alpha}\left[-C_1F_1(x) + C_2F_2(x)\right] + \right.$$
$$\left. + (T_0 - T_c)\sum_{m=0}^{\infty} A_{2m}(2m+5)(2m+3)\alpha^{2m+2}\right\}; \tag{15}$$

$$Q = N_\alpha \operatorname{ctg}\omega; \tag{16}$$

$$N_\varphi = \frac{D_2}{l^2\operatorname{ctg}\omega}\left\{\frac{2b}{x}\left[-C_1H_1(x) + C_2H_2(x)\right] + \right.$$
$$\left. + (T_0 - T_c)\sum_{m=0}^{\infty} A_{2m}(2m+5)(2m+3)^2\alpha^{2m+2}\right\}; \tag{17}$$

$$M_\alpha = \frac{D_2}{l}\left\{C_1\left[\frac{2\sqrt{b}}{x}H_2(x) + \frac{\nu}{\alpha}F_2(x)\right] + C_2\left[\frac{2\sqrt{b}}{x}H_1(x) + \frac{\nu}{\alpha}F_1(x)\right] + \right.$$
$$\left. + (T_0 - T_c)\sum_{m=0}^{\infty} A_{2m}(2m+4+\nu)\alpha^{2m+3}\right\}; \tag{18}$$

$$M_\varphi = \frac{D_2}{l}\left\{C_1\left[\frac{2\nu\sqrt{b}}{x}H_2(x) + \frac{1}{\alpha}F_2(x)\right] + C_2\left[\frac{2\nu\sqrt{b}}{x}H_1(x) + \frac{1}{\alpha}F_1(x)\right] + \right.$$

$$\left. + (T_0 - T_c)\sum_{m=0}^{\infty} A_{2m}[(2m+4)\nu + 1]\alpha^{2m+3}\right\}, \tag{19}$$

де

$$H_1(x) = bei'x - \frac{4}{x^2}ber'x - \frac{2}{x}beix;\ H_2(x) = ber'x +$$

$$+ \frac{4}{x}bei'x - \frac{2}{x}berx.$$

У випадку вільного від зовнішнього навантаження краю оболонки, згідно з умовами (5), для постійних $C_1$ і $C_2$ одержуємо:

$$C_1 = (T_0 - T_c)\frac{\sum\limits_{m=0}^{\infty} A_{2m}\left\{\frac{1}{\sqrt{b}}(2m+5)(2m+3)\left[\sqrt[4]{b}H_1(x_0) + \right.\right.}{F_1(x_0)\left[\sqrt[4]{b}H_1(x_0) + \nu F_1(x_0)\right] + }$$

$$\frac{\left.\left. + \nu F_1(x_0)\right] - (2m+4+\nu)F_2(x_0)\right\}}{+ F_2(x_0)\left[\sqrt[4]{b}H_2(x_0) + \nu F_2(x_0)\right]}, \tag{20}$$

$$C_2 = (T_0 - T_c)\frac{\sum\limits_{m=0}^{\infty} A_{2m}\left\{(2m+4+\nu)F_1(x_0) + \right.}{F_1(x_0)\left[\sqrt[4]{b}H_1(x_0) + \nu F_1(x_0)\right] + }$$

$$\frac{\left. + \frac{1}{\sqrt{b}}(2m+5)(2m+3)\left[\sqrt[4]{b}H_2(x_0) + \nu F_2(x_0)\right]\right\}}{+ F_2(x_0)\left[\sqrt[4]{b}H_2(x_0) + \nu F_2(x_0)\right]}, \tag{21}$$

де $x_0 = x|_{\alpha=1} = 2\sqrt[4]{b}$.

Розглянемо тепер випадок, коли $b \gg 1$, що має місце в багатьох практичних задачах. Тоді частковий розв'язок рівняння (11) можна одержати [4] наближено у формі

$$\Theta_1 = (T_0 - T_c)\frac{k}{b}\alpha I_1(\alpha g).$$

При цьому для функцій $N$ і $\Theta$ одержимо формули

$$\Theta = C_1F_2(x) + C_2F_1(x) + (T_0 - T_c)\frac{k}{b}\alpha I_1(\alpha g) \tag{22}$$

$$N = \frac{D_2}{l\,\mathrm{ctg}\,\omega}\left\{\sqrt{b}\left[-C_1F_1(x) + C_2F_2(x)\right] + \right.$$

$$\left. + (T_0 - T_c)\frac{k\alpha}{b}\left[2gI_0(\alpha g) + \left(g^2\alpha - \frac{1}{\alpha}\right)I_1(\alpha g)\right]\right\}. \tag{23}$$

В результаті формули для визначення зусиль і моментів у тонкій конічній оболонці наберуть вигляду:

$$N_\alpha = \frac{D_2}{l^2 \operatorname{ctg} \omega} \left\{ \frac{\sqrt{b}}{\alpha} \left[ - C_1 F_1(x) + C_2 F_2(x) \right] + (T_0 - T_c) \frac{k}{b} \left[ 2g\, I_0(\alpha g) + \right. \right.$$

$$\left. \left. + \left( g^2 \alpha - \frac{1}{\alpha} \right) I_1(\alpha g) \right] \right\}; \qquad (24)$$

$$Q = N_\alpha \operatorname{ctg} \omega; \qquad (16)$$

$$N_\varphi = \frac{D_2}{l^2 \operatorname{ctg} \omega} \left\{ \frac{2b}{x} \left[ - C_1 H_1(x) + C_2 H_2(x) \right] + (T_o - T_c) \frac{k}{b} \left[ \left( 3 g^2 \alpha + \frac{1}{\alpha} \right) I_1(\alpha g) + \right. \right.$$

$$\left. \left. + g (1 + g^2 \alpha^2) I_o(\alpha g) \right] \right\}; \qquad (25)$$

$$M_\alpha = \frac{D_2}{l} \left\{ C_1 \left[ \frac{2\sqrt{b}}{x} H_2(x) + \right. \right.$$

$$\left. + \frac{\nu}{\alpha} F_2(x) \right] + C_2 \left[ \frac{2\sqrt{b}}{x} H_1(x) + \right.$$

$$\left. + \frac{\nu}{\alpha} F_1(x) \right] + (T_o -$$

$$\left. - T_c) \frac{k}{b} \left[ g\alpha\, I_o(\alpha g) + \nu\, I_1(\alpha g) \right] \right\}; \qquad (26)$$

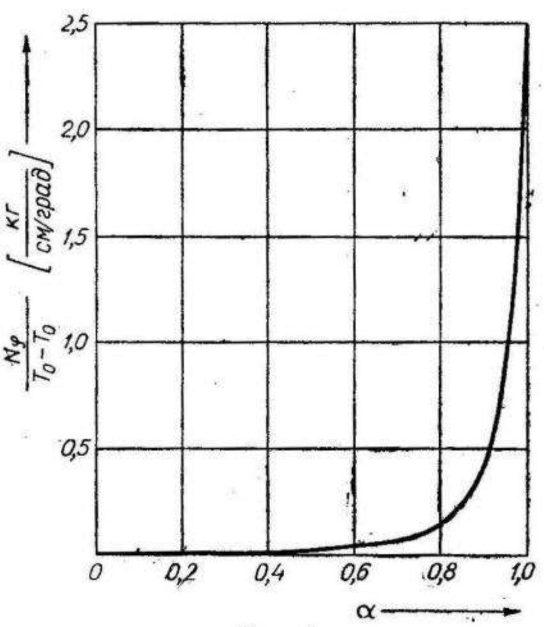


Рис. 3.

$$M_\varphi = \frac{D_2}{l} \left\{ C_1 \left[ \frac{2\nu\sqrt{b}}{x} H_2(x) + \right. \right.$$

$$\left. + \frac{1}{\alpha} F_2(x) \right] + C_2 \left[ \frac{2\nu\sqrt{b}}{x} H_1(x) + \right.$$

$$\left. \left. + \frac{1}{\alpha} F_1(x) \right] + (T_o - T_c) \frac{k}{b} \left[ \nu g\alpha\, I_o(\alpha g) + I_1(\alpha g) \right] \right\}. \qquad (27)$$

Сталі $C_1$ і $C_2$ визначаються з граничних умов

$$C_1 = (T_o - T_c) \frac{k}{b} \times$$

$$\times \frac{\frac{1}{\sqrt{b}} \left[ 2\, g I_0(g) + (g^2 - 1)\, I_1(g) \right] \cdot \left[ \sqrt[4]{b}\, H_1(x_0) + \nu F_1(x_0) \right] - F_2(x_0) \left[ g I_0(g) + \nu I_1(g) \right]}{F_1(x_0) \left[ \sqrt[4]{b}\, H_1(x_0) + \nu F_1(x_0) \right] + F_2(x_0) \left[ \sqrt[4]{b}\, H_2(x_0) + \nu F_2(x_0) \right]}$$

і (28)

$$C_2 = (T_o - T_c) \frac{k}{b} \times$$

$$\times \frac{F_1(x_0) \left[ g I_0(g) + \nu I_1(g) \right] + \frac{1}{\sqrt{b}} \left[ 2g\, I_0(g) + (g^2 - 1)\, I_1(g) \right] \cdot \left[ \sqrt[4]{b}\, H_2(x_0) + \nu F_2(x_0) \right]}{F_1(x_0) \left[ \sqrt[4]{b}\, H_1(x_0) + \nu F_1(x_0) \right] + F_2(x_0) \left[ \sqrt[4]{b}\, H_2(x_0) + \nu F_2(x_0) \right]}.$$

(29)

Зауважимо, що при $\omega = \frac{\pi}{2}$ з даної задачі одержимо розв'язок аналогічної задачі для пластинки.

На рис. 3 наведено графік розподілу зусиль $N_\varphi$.

Для підрахунків були взяті параметри та фізико-механічні характеристики конічної частини кінескопа, для якого прийнято $\lambda = 40$ *ккал/м год/град*, $h = 0{,}005 \frac{1}{см}$.

Прийнятий температурний режим оболонки відповідає станові, який встановлюється в конічній частині кінескопа при зварюванні скляного екрана з металевою частиною.

Як видно з графіка, максимального значення зусилля $N_\varphi$ набирають біля краю оболонки. Зусиллями $N_\alpha$, $Q$ і згинаючими моментами $M_\alpha$ і $M_\varphi$ можна нехтувати, порівнюючи із зусиллям $N_\varphi$. Якщо ізолювати поверхні взятої конічної оболонки від зовнішнього середовища, тобто припустити, що $h = 0$, то одержимо нульові зусилля і моменти. При збільшенні тепловіддачі $h$ з поверхень оболонки зусилля $N_\varphi$ на границі її зростають.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Ватсон Г. Н. Теория бесселевых функций, ч. I. M., 1949.
2. Коваленко А. Д. Пластинки и оболочки в роторах турбомашин. Изд. АН УССР, 1955.
3. Лаврентьев М. А. и Шабат Б. В. Методы теории функций комплексного переменного. Физматгиз, 1958.
4. Лурье А. И. Статика тонкостенных упругих оболочек. ОГИЗ, 1947.
5. Лыков А. В. Теория теплопроводности. ГИТТЛ, 1952.
6. Подстригач Я. С. Температурне поле в тонких оболонках. ДАН УРСР, № 5, 1958.
7. Подстригач Я. С. Теплопроводность тонкостенных элементов. Промежуточный технический отчет ИМА УССР, 1957.
8. Stern M. Analysis of thermal stresses in conical shells. I. Aeronaut Sci., 1955, 22, № 17.